

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS - UNIFAL/MG

LEONARDO HENRIQUE DE ANDRADE BENTO DO NASCIMENTO

**PREVISÃO NO MERCADO DE CAPITAIS BRASILEIRO VIA
MODELOS UNIVARIADOS DE SÉRIES TEMPORAIS: UMA
APLICAÇÃO NA EMPRESA VALE S.A**

Varginha/MG

2019

LEONARDO HENRIQUE DE ANDRADE BENTO DO NASCIMENTO

PREVISÃO NO MERCADO DE CAPITAIS BRASILEIRO VIA
MODELOS UNIVARIADOS DE SÉRIES TEMPORAIS: UMA
APLICAÇÃO NA EMPRESA VALE S.A

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Alfenas, como parte das exigências do Instituto de Ciências Sociais Aplicadas, para conclusão do Bacharelado em Ciências Atuariais.
Orientador: Silvio Antonio Bueno Salgado.

Varginha/MG

2019

LEONARDO HENRIQUE DE ANDRADE BENTO DO NASCIMENTO

PREVISÃO NO MERCADO DE CAPITAIS BRASILEIRO VIA
MODELOS UNIVARIADOS DE SÉRIES TEMPORAIS: UMA
APLICAÇÃO NA EMPRESA VALE S.A

A Banca examinadora abaixo-assinada,
aprova o trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como parte dos requisitos para
obtenção do título de Bacharel em Ciências
Atuariais da Universidade Federal de Alfe-
nas.

Aprovado em: _____

Prof. Dr. Sílvio Antônio Bueno Salgado
Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL/MG
Instituto de Ciências Sociais Aplicadas - ICSA

Prof. Dr. Danilo Machado Pires
Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL/MG
Instituto de Ciências Sociais Aplicadas - ICSA

Prof. Dr^a. Luciene Resende Gonçalves
Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL/MG
Instituto de Ciências Sociais Aplicadas - ICSA

RESUMO: A previsão de preços e estimação da volatilidade futura é uma das principais métricas que dão suporte para a determinação da quantidade de compra e venda e no gerenciamento de riscos dentro do mercado de ações. Para tanto, neste trabalho, optou-se pela utilização da metodologia de séries temporais, com o objetivo de fornecer informações importantes acerca da média e variância condicional, dos preços e dos retornos, respectivamente, de ações. Com a intenção de garantir uma aplicação prática, considerou-se a série de preços e retornos diárias no período de 2014 a 2019 da empresa brasileira VALE S.A. A justificativa por estudar esta empresa está atrelada ao fato de que é uma das empresas brasileiras que possui maior destaque internacional se enquadrando entre as maiores empresas de mineração do mundo. A consecução do modelo mais adequado baseou-se em testes estatísticos essenciais da metodologia, destacando a superioridade dos modelos ARIMA(4,1,0) e AR(10)-GARCH(1,1) para a modelagem da média das cotações e da variância condicional dos retornos. Além disso, diante da assimetria presente na distribuição dos resíduos da série de retornos, fez-se necessário testar a aderência dos resíduos às distribuições teóricas com caudas pesadas, através do teste de *Kolmogorov-Smirnov*. Portanto, conclui-se que a utilização dos modelos corresponderam a todas as expectativas da literatura e ainda garantem informações relevantes para a tomada de decisão do investidor.

Palavras-Chave: Gerenciamento; Mercado de ações; Previsão; Séries Temporais.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO	10
2.1	Mercado de Capitais Brasileiro	10
2.2	Alguns Estudos Relacionados	11
3	METODOLOGIA	14
3.1	Modelos univariados de Séries Temporais	14
3.1.1	Modelos Auto-Regressivos (AR)	14
3.1.2	Modelos de Médias Móveis (MA)	14
3.1.3	Modelos Auto-Regressivos e de Médias Móveis (ARMA)	15
3.1.4	Auto-Regressivos Integrados e de Médias Móveis (ARIMA)	15
3.1.5	Heterocedasticidade Condicional Auto Regressiva Generalizada (GARCH)	16
3.2	Etapas da Metodologia	16
3.3	Testes Estatísticos e Qualidade dos Modelos	18
3.4	Dados	20
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	21
4.1	Análise Inicial	21
4.2	Modelo para previsão dos preços	22
4.3	Modelo para previsão dos retornos	26
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	31

Lista de Figuras

1	Fluxograma das etapas metodológicas aplicadas às ações da VALE S.A. . .	17
2	Série de preços das ações da VALE S.A. no período entre Janeiro de 2014 a Novembro de 2019	21
3	Densidade estimada para as cotações das ações da VALE S.A. de 2014 a 2019.	23
4	Série de preços da VALE S.A. após a remoção da tendência.	23
5	Funções de autocorrelação e autocorrelação parcial da série estacionária. .	24
6	Comparação entre a série temporal ajustada e observada durante o período analisado.	25
7	Série de log-retornos das cotações da VALE S.A. no período de 2014 a 2019.	26
8	Funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos da série analisada.	27
9	Funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos quadrados dos resíduos do modelo ajustado para o nível de retorno.	28
10	Gráfico qq-plot entre os resíduos padronizados do modelo GARCH ajustado e a distribuição teórica t-student assimétrica.	29
11	Volatilidade h_t estimada pelo modelo ARMA-GARCH para os retornos da VALE S.A	30

1 INTRODUÇÃO

A partir do momento que o papel de investidor e de poupador deixou de se concentrar em uma só pessoa, a economia de mercado modernizou-se, e então, deu início ao sistema financeiro, o qual dispõe de uma complexa estrutura de intermediação de recursos entre vários agentes. Desse modo, o sistema financeiro, tem como principal característica a possibilidade de transferência de recursos para os setores que apresentam demanda do mesmo, de modo a transformar os fundos poupados em capital produtivo (SICSÚ; PAULA; MICHEL, 2007; PUGA, 1999).

Esse sistema se subdivide nos seguintes segmentos: mercado de crédito, mercado monetário, mercado cambial e mercado de capitais. O último, isto é, o mercado de capitais, se caracteriza pela promoção de operações voltadas à canalização de recursos para as entidades emissoras, mediante a emissão pública de valores mobiliários - ações, debêntures e notas comerciais, por exemplo (KEMPER, 2011). De acordo com Fortuna (1999), as ações são títulos característicos do capital social de uma companhia aberta que possui seus papéis negociados em bolsa de valores.

Uma das principais razões para a demasiada atração de investidores no mercado de capitais é a possibilidade de multiplicação do dinheiro investido (BIERMAN; HAROLD, 2012; ASPARA; TIKKANEN, 2011). Entretanto, os agentes deste mercado encontram em suas operações o *trade-off* entre risco e retorno, o qual justifica-se devido a gestão de alta volatilidade e de grandes possibilidades de perdas (WAGNER, 2011; CHAVA; PURNANANDAM, 2010).

Dessa forma, na tentativa de minimizar os riscos inerentes à operação de compra e venda de ações, são utilizados diversos modelos estatísticos by os que tem por objetivo conhecer ao máximo o processo gerador da série de preço das ações e, assim, tentar prever seu comportamento futuro. Nessa perspectiva, ressalta-se o método quantitativo de análise de séries temporais, cuja principal finalidade é realizar projeções de valores futuros de uma variável, respaldada, eminentemente, em suas observações passadas, sequencialmente organizadas e em intervalos de tempo específicos (BOX; JENKINS; REINSEL, 1976).

Dentre os modelos pioneiros dessa metodologia destacam-se os modelos Autoregressivos Integrados e de Médias Móveis (ARIMA). A grande aplicação desses modelos decorre de suas propriedades estatísticas, previsão precisa a curto prazo, facilidade de implementação e, principalmente, a capacidade de lidar com dados não-estacionários (KHASHEI; BIJARI, 2011). Apesar da ampla utilização do modelo ARIMA, vale evidenciar a sua não capacidade em lidar com a alta volatilidade presente, comumente, em série temporal financeira (TAN et al., 2010). Ademais, a teoria econômica frequentemente sugere que os seus agentes não respondem apenas à média, mas também à alta volatilidade observada. Dentro dessa teoria, tanto a média do retorno quanto à variância são

determinantes para as decisões de carteira (ENGLE, 1982).

Nesse sentido, ressalta-se a importância da estimação da variância condicional, uma vez que ela auxilia na construção de estratégias de *hedging* como também possibilita captar momentos de incerteza no mercado, abrindo margem para ganhos especulativos (DE MORAIS; PORTUGAL, 1999). Diante dessa necessidade, Engle (1982) propôs os modelos cuja variância condicional é representada por q defasagens do quadrado dos retornos passados, denominados modelos Autoregressive Conditional Heteroskedasticity - ARCH(q).

Entretanto, a volatilidade das séries financeiras pode depender de retornos quadrados de instantes muito distantes e o uso do modelo ARCH pode resultar em uma estimação de muitos parâmetros, indo em direção oposta ao princípio da parcimônia (ZHANG, 2003). Desse modo, Bollerslev (1986) propôs o modelo Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity - GARCH(p,q) cuja dependência temporal da variância condicional é avaliada por um modelo ARIMA (p,d,q) aplicado ao quadrado dos retornos.

Além disso, a metodologia adotada sugere que o componente aleatório da série esteja distribuído simetricamente, ou seja, os erros associados devem seguir uma distribuição Normal (ALMEIDA; HOTTA, 2014). Contudo, evidências empíricas frequentemente mostram que, devido à alta volatilidade presente em séries financeiras, a distribuição dos erros, geralmente, possuem caudas mais pesadas do que a distribuição normal. Dessa forma, sugere-se então a utilização da distribuição *t-student* e as distribuições normal assimétrica e *t-student* assimétrica, visando a correção desse problema (BOLLERSLEV, 1986).

Portanto, o conhecimento do comportamento dos preços das ações, bem como a volatilidade dos retornos, torna-se extremamente útil nas tomadas de decisões por parte dos agentes com relação a maximização de lucros e minimização de riscos, possibilitando utilizar das estratégias das fases de baixa e de alta nos preços para criar um ambiente propício no gerenciamento da volatilidade dos ativos.

Diante do supracitado, o principal objetivo deste trabalho é explorar o estudo conjunto de modelos ARIMA e GARCH com o intuito de modelar a média das cotações e a volatilidade dos retornos da empresa VALE S.A., com base nas informações dos preços no período de 02/02/2014 a 18/11/2019. Especificamente, o problema central do presente trabalho envolve a seguinte questão: qual modelo dentre a classe ARIMA consegue descrever o preço médio de fechamento da ação e qual a informação que um modelo de volatilidade da classe GARCH pode ajudar na tomada de decisão da VALE S.A.?

A breve justificativa em estudar a série de preços da Vale S.A. baseia-se em seu desempenho frente ao cenário nacional e internacional (CHIABI; GONÇALVES, 2010). A Vale S.A. é uma mineradora multinacional brasileira e uma das maiores operadoras de logística do país, sendo também uma das maiores empresas de mineração do mundo e a maior produtora de minério de ferro, de pelotas e de níquel. Ademais, a empresa é de natureza privada, de capital aberto e com ações negociadas na BM&FBOVESPA. Sendo

que, também é listada em diversas bolsas de valores no mundo, dentre elas, a Bolsa de Nova York. Em 2018, por exemplo, de acordo com o site Valor Econômico, o seu valor de mercado se aproximou de 300 bilhões de reais, sendo portanto, uma alternativa atraente ao investidor, em relação a principal empresa brasileira, a Petrobras.

O presente estudo está organizado em outras quatro seções. A seção dois apresenta um breve referencial teórico sobre o mercado de capitais brasileiro e uma análise dos principais trabalhos já realizados na literatura. A seção três apresenta a metodologia adotada e, na quarta seção, apresenta-se a análise empírica e discussão dos dados. Por fim, na quinta seção, apontam-se as considerações finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Mercado de Capitais Brasileiro

Mediante à coexistência de agentes deficitários (i.e. quando a pretensão de investimento supera a capacidade de poupança) e agentes superavitários (i.e. capacidade de poupança excede a intenção de investimento), o sistema financeiro tornou-se responsável por fornecer os canais que permitem aos primeiros a consecução de recursos para seus projetos e, aos segundos, a aplicação de suas economias (KEMPER, 2011).

Segundo De Long et al. (1990), destaca-se o caráter de risco associado ao mercado de capitais, o qual debruça-se sobre a não garantia de retorno sobre seus investimentos, uma vez que o mesmo depende exclusivamente dos resultados do empreendimento econômico pelo qual o investidor aderiu. Contudo, a gestão de riscos é usualmente compensada devido a característica de liquidez dos ativos mobiliários, especialmente quando são negociados em bolsas de valores - ações, por exemplo (EIZIRIK, 2008).

Diante da supracitada importância do mercado de capitais para o sistema financeiro, em 1976, com o intuito de desenvolver consideravelmente a regulamentação e supervisão das atividades no mercado de capitais no Brasil, criou-se a Comissão de Valores Mobiliários (CVM). A partir de então, principalmente nos anos 80, o mercado de capitais brasileiro assistiu a uma grande ascensão (AVELINO; BROWN; HUNTER, 2005; CA-VUSGIL; KARDES, 2013) . Dentre as maiores mudanças sofridas pelo mercado, desde o seu surgimento e, em especial nos últimos anos, merece destaque o fenômeno da globalização dos mercados nacionais, que proporcionou, em última análise, a possibilidade de companhias nacionais listar seus valores mobiliários em bolsas de valores estrangeiras (RAMAMURTI; SINGH, 2009).

Já no final de 2000, as bolsas de valores existentes no Brasil assinaram um protocolo de reorganização do mercado, concentrando então toda a negociação de valores mobiliários nas bolsas de São Paulo e do Rio de Janeiro. Em 2008 foi feita a integração da Bolsa de Valores de São Paulo e da Bolsa de Mercadorias & Futuros dando origem à BM&FBOVESPA, que atingiu a posição de segunda maior bolsa do mundo em valor de mercado no dia 23/09/2010 (KALTENBRUNNER, 2010).

Entretanto, passados alguns anos, em 2017, a bolsa brasileira se manteve como a quinta maior bolsa transacionada no mundo. Porém, em 2018, a bolsa apresentou uma grande desvalorização e caiu para a décima oitava colocação, perdendo bastante representatividade entre as bolsas mais operadas no mundo.

Além disso, o mercado de capitais subdivide-se em mercado primário e mercado secundário, sendo que, o primeiro atende à finalidade de captação de recursos do público para as entidades emissoras, pois é onde ocorrem as emissões públicas de novas ações, mobilizando a poupança popular. Já o mercado secundário atua na atribuição de liquidez

aos valores mobiliários emitidos pelo primário. Sendo que, a cotação dos valores de determinada companhia no mercado secundário, constitui parâmetro essencial para o cálculo do preço de emissão de novos valores no mercado primário (KEMPER, 2011).

2.2 Alguns Estudos Relacionados

Devido a importância do mercado de capitais e do seu gerenciamento de riscos com o objetivo de maximização de lucros, vários autores concentraram seus estudos ao longo dos anos na tentativa de conhecer o processo gerador das séries financeiras. Dentre a maioria dos estudos que tratam da volatilidade tem como base teórica e ponto inicial o modelo ARCH-GARCH formalizado por Engle (1982; 2002), Bollerslev (1986) e Harris e Sollis (2003). Esses autores discutem a adequação de diferentes modelos ARCH e GARCH em suas pesquisas e ressaltam que as estruturas GARCH são mais adequadas para a modelagem da volatilidade de séries temporais. Alegações correspondentes também são apontadas em Bollerslev, Chou e Kroner (1992), Engle e Susmel (1993), Malik e Hassan (2004) e Rahman e Serletis (2009).

Sendo um dos pioneiros, no estudo de Engle (1982) foi utilizado a classe de processos estocásticos ARCH para estimar a média e a variância da inflação no Reino Unido. A análise empírica concluiu que o efeito do ARCH é significativo e a variância estimada aumenta substancialmente durante os anos setenta.

Já o estudo de Heston e Nandi (2000) apresenta uma fórmula para modelar a volatilidade estocástica (tempo discreto) do preço de uma opção com o GARCH. A análise empírica sobre as opções do índice SP 500 indica uma superioridade do modelo em relação aos modelos de volatilidade estocástica de tempo contínuo.

A Tabela (1) apresenta alguns estudos recentes com o objetivo de modelar séries temporais univariadas através dos modelos ARIMA e/ou GARCH.

Tabela 1: Estudos recentes com o objetivo de modelar séries temporais univariadas

Autores	Ano	Objetivo
Ziegelman e Pe- reira	1997	Utilizaram modelos de volatilidade estocástica com e sem deformação temporal para a estimação dos retornos do IBOVESPA.
Meyler et al.	1998	Consideraram o modelo ARIMA para prever a inflação irlandesa e justificaram que os modelos ARIMA são surpreendentemente robustos em relação ao modelo alternativo (multivariado).
Brooks et al.	2000	Estudaram o comportamento da volatilidade da taxa de câmbio usando séries da taxa de câmbio no período entre 1986 e 1997 e descobriu que a série de retorno não mostrou sinais de resposta assimétrica a choques na volatilidade.
Mól et al.	2003	Modelaram as séries de preço futuro de café, examinando o processo da volatilidade. Os resultados sugerem sinais de persistência e assimetria na volatilidade das séries mais distantes do vencimento dos contratos.
Assis et al.	2006	Compararam a previsão de diferentes métodos para preços do grão de cacau Bagan Datoh. Quatro tipos diferentes de modelos univariados, sendo eles: a suavização exponencial, ARIMA, GARCH e os modelos mistos ARIMA/GARCH. Onde os autores mostraram a superioridade do modelo misto.
Souza Sobrinho	2011	Estimaram a volatilidade do IBOVESPA utilizando modelos da família GARCH e de volatilidade estocástica, concluindo que as metodologias capturam um efeito assimétrico dos retornos.
Appiah e Aden- tude	2011	Utilizaram a abordagem ARIMA para prever a taxa de câmbio entre o Cedi do Gana e o dólar dos EUA. Apontaram que o modelo ARIMA (1,1,1) era apropriado para a previsão.
Pinheiro	2013	Verificou os ganhos financeiros anormais em ações das empresas com práticas corporativas no mercado brasileiro.
Uwilingiyimana, Mungatu e Hare- rimana	2015	Desenvolveram empiricamente modelos ARIMA-GARCH para a inflação do Quênia e previram as taxas de inflação usando os dados mensais históricos.

Deste modo, apesar da existência de proposições metodológicas para análise da média e da volatilidade condicional, a exemplo de redes neurais, modelos com cópulas e fractais, este estudo utiliza a principal metodologia de séries temporais para prever a média e a variância condicional, com os modelos ARIMA e GARCH.

3 METODOLOGIA

Esta seção apresenta uma breve descrição dos modelos univariados de séries temporais utilizados para a modelagem da média condicional e da variância condicional, bem como os testes utilizados para validar as pressuposições dos métodos utilizados.

3.1 Modelos univariados de Séries Temporais

Os modelos univariados de séries temporais são aqueles nos quais os valores correntes de uma série são relacionados apenas com seus valores passados ou até mesmo com os valores correntes e passados dos resíduos da série temporal (MATOS, 2000).

Ou seja, esses modelos não se importam com o relacionamento da variável em questão com outras, mas somente com sua própria evolução no tempo. São exemplos desses modelos: os processos auto-regressivos (AR), de médias móveis (MA), auto-regressivos e de médias móveis (ARMA), e também os processos integrados mistos (ARIMA) (NELSON, 1973; SLINI et al., 2002).

3.1.1 Modelos Auto-Regressivos (AR)

Um modelo AR é um desdobramento de uma regressão linear, onde as variáveis independentes são simplesmente os valores defasados no tempo da variável dependente (MATOS, 2000). Nesse modelo, os valores correntes de uma série temporal Y_t dependem apenas da função linear de seus valores passados e dos erros aleatórios. Então, o modelo AR(p) é expresso da seguinte forma

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \epsilon_t, \quad (1)$$

onde p indica o número de defasagens, ou comumente conhecido por *lags* ou atrasos de Y_t , e ϵ_t é o resíduo ou erro aleatório não autocorrelacionado e normalmente distribuído e α_i , $i = 1, \dots, i = p$, é o coeficiente auto-regressivo de cada defasagem. A escolha do número ideal de defasagens p deve ser realizada com base na análise da função de autocorrelação parcial (PACF).

3.1.2 Modelos de Médias Móveis (MA)

De acordo com Fava (2000), o processo de médias móveis MA(q) mostra que os valores de Y_t é resultante de uma soma ponderada dos valores mais recentes dos erros aleatórios. Logo, no modelo MA(q) os valores correntes da série Y_t são expressos como uma função linear dos valores passados dos erros aleatórios, não correlacionados, até um número finito de defasagens. Este modelo, diferente do modelo AR(p) é caracterizado por ser de q defasagens, que pode ser determinada pela função de autocorrelação (ACF), e pode ser expresso por

$$Y_t = \beta_0 + \epsilon_t + \beta_1\epsilon_{t-1} + \beta_2\epsilon_{t-2} + \dots + \beta_q\epsilon_{t-q}, \quad (2)$$

onde ϵ_t é o erro aleatório não correlacionado, não observável, com média zero e variância constante e β_j , $j = 1, \dots, j = q$, é o coeficiente da média móvel.

3.1.3 Modelos Auto-Regressivos e de Médias Móveis (ARMA)

A junção do modelo AR(p) e MA(q) resulta no modelo ARMA(p,q). Desta maneira, seja uma série temporal Y_t cuja as primeiras diferenças seja dada por $Z_t = Y_t - Y_{t-1}$, com p defasagens para essa variável e, q defasagens para os erros aleatórios, o modelo ARMA(p,q) é descrito pela expressão

$$Z_t = \nu_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \epsilon_t + \beta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \epsilon_{t-q}. \quad (3)$$

3.1.4 Auto-Regressivos Integrados e de Médias Móveis (ARIMA)

Os modelos ARIMA surgiram diante da necessidade em analisar séries temporais que não se adequam à propriedade de estacionariedade, i.e., séries nas quais a média é diferente de 0 e a variância não é constante ao longo do tempo (BOX; JENKINS, 1976). Nesse sentido, de acordo com Morettin e Tolo (1987), a transformação mais comum, para tornar a série estacionária, consiste em tomar diferenças sucessivas da série original.

Assim, a série torna-se estacionária através de d diferenciações e é chamada de série integrada de ordem d (I(d)). Geralmente, as séries temporais não estacionárias, necessitam de uma única diferenciação ($d=1$), para que respeite a propriedade em questão (MORETTIN; TOLOI, 1987). Dessa forma, ressalta-se que a primeira diferenciação é dada por:

$$Z_t = Y_t - Y_{t-1}, \quad (4)$$

onde Y_t é o preço da ação no tempo t e Y_{t-1} no tempo $t - 1$.

Desse modo, para a definição do modelo faz-se necessário especificar os três parâmetros inerentes, que são eles p , d e q , onde p representa o número de defasagens autorregressiva da série, d indica a ordem de integração e q o número de defasagens dos erros aleatórios. Portanto, o modelo ARIMA(p,d,q) é dado por

$$\phi(B)\Delta^d Y_t = \theta(B)\epsilon_t, \quad (5)$$

em que $\phi(B)$ é o polinômio autoregressivo em B , $\theta(B)$ é o polinômio de média móvel, B é o operador de defasagem e $\Delta^d Y_t$ é o operador de diferenciação.

Entretanto, algumas séries podem evidenciar comportamentos mais voláteis, como é o caso das séries temporais que descrevem comportamentos financeiros (MORETTIN,

2017). Diante disso, pode-se fazer necessário analisar a variância condicional, ou seja, avaliar a volatilidade presente na série financeira, que é comumente evidenciada nos retornos dos preços.

3.1.5 Heterocedasticidade Condicional Auto Regressiva Generalizada (GARCH)

Como uma primeira tentativa para lidar com a variância não constante, Engle (1982) desenvolveu os modelos ARCH que expressa a variância condicional como uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados. Por via de regra, existe uma alta persistência na volatilidade das séries de retornos, fazendo com que a dimensionalidade do modelo ARCH seja elevada, implicando na necessidade de estimação de um grande número de parâmetros (MÓL; SANTOS; JÚNIOR, 2014).

Dessa forma, Bollerslev (1986) propôs o modelo generalizado da família ARCH (GARCH), que estabelece uma tentativa de enfatizar, de forma mais parcimoniosa, a dependência temporal da variância condicional.

De acordo com Ahmad, Ping e Mahamed (2014), essa modelagem utiliza as variâncias passadas e as respectivas previsões para prever variâncias futuras. Portanto, seja uma série qualquer cuja média do processo pode ser escrita por um modelo ARIMA, então um modelo GARCH(p,q) será dado por:

$$X_t = \sqrt{h_t}\epsilon_t, h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}, \quad (6)$$

com as restrições de que $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$ e $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} \alpha_i + \beta_j < 1$. Geralmente, assume-se que os erros sejam normalmente distribuídos. No entanto, algumas séries temporais, especialmente as financeiras, apresentam caudas mais pesadas. Nesse sentido, de acordo com Tsay (2002), espera-se que a distribuição *t-student* assimétrica modele de forma mais aderente os resíduos padronizados.

Porém, para analisar esse fato, serão utilizadas as distribuições: normal, normal assimétrica, *t-student*, *t-student* assimétrica para modelar os retornos de fechamento das cotações da VALE S.A. E então escolher, empiricamente, o modelo que melhor representa a série em análise.

3.2 Etapas da Metodologia

De acordo com Morretin e Tolo (1987), a elaboração de um modelo ARIMA é baseada em um ciclo de iteração, no qual a escolha do melhor modelo é feita com base nos próprios dados. Box e Jenkins (1976), divide o processo de modelagem em três etapas:

1. Identificação: é a etapa que se descobre qual versão dos modelos ARIMA descreve o comportamento da série. De acordo com Makridakis et al. (1998), a escolha do

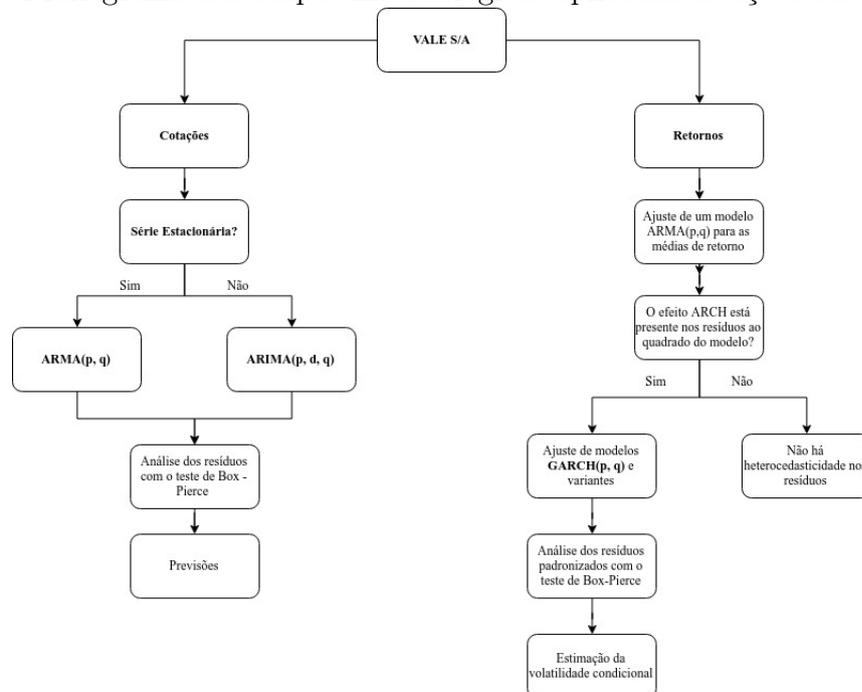
modelo adequado pode ser baseada nas funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF).

2. **Estimação:** consiste em estimar, através de algum método de inferência, os parâmetros do modelo escolhido.
3. **Verificação:** é realizado uma análise para verificar se o modelo estimado é adequado para a modelagem da série estudada.

Em suma, a metodologia seguirá o fluxo da Figura (1). De tal modo que para as cotações será verificada se a mesma atende às condições de estacionariedade. Caso a mesma não seja, realizar-se-á a modelagem de um $ARIMA(p, d, q)$ para a média das cotações. Em seguida, serão analisados os resíduos do modelo através de testes estatísticos a fim de verificar se eles possuem comportamento de ruído branco. Por fim, serão realizadas previsões acerca do preço médio da ação.

Para os retornos que, por definição são estacionários, aplicar-se-á a modelagem do nível de retorno. Posteriormente, será testado se o efeito ARCH se faz presente nos resíduos ao quadrado do modelo ajustado, ou seja, se há um efeito de variância condicional. Ademais, verificar-se-á qual distribuição de probabilidade melhor descreve o comportamento dos resíduos finais da modelagem GARCH. Por fim, será realizada uma estimação da volatilidade.

Figura 1: Fluxograma das etapas metodológicas aplicadas às ações da VALE S.A.



3.3 Testes Estatísticos e Qualidade dos Modelos

Para verificar se há a presença da componente de tendência na série, utiliza-se o teste de *Cox-Stuart*, que possui a hipótese nula de não existência de tendência. Caso a série possua esta componente, aplica-se a técnica de diferenciação para removê-la. Ressalta-se que após este procedimento, testa-se novamente a presença da mesma.

Além disso, utilizar-se-á o teste de raiz unitária de *Dickey-Fuller* para verificação final da estacionariedade da série, cuja circunstância deste teste consiste em diferenciá-la utilizando a condição $\Delta Y_t = \phi^* Y_{t-1} + \epsilon_t$, sendo $\phi^* = \phi - 1$, com base nas hipóteses¹

$$\begin{cases} H_0 : \phi^* = 0 \\ H_1 : \phi^* < 0, \end{cases} \quad (7)$$

Em relação à presença de sazonalidade, não será realizado nenhum teste, isso porque de acordo com Morettin e Tolo (1987), os fenômenos sazonais são observados em séries temporais mensais e/ou anuais.

Após a obtenção de uma série estacionária, avaliam-se as ACF e PACF da série temporal que conforme Morettin e Tolo (1987) podem ser descritas, respectivamente, por

$$r_j = \frac{c_j}{c_0}, \quad (8)$$

em que c_j é a estimativa da função de covariância:

$$c_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-j} [Y_i - \bar{Y}][Y_{i+j} - \bar{Y}], j = 0, \dots, N - 1, \quad (9)$$

em que N é o número total de observações da série.

Por outro lado, a PACF será obtida com a solução do sistema de equações de *Yule – Walker* ou mínimos quadrados².

Estas funções, podem ser comparadas com as funções teóricas da literatura e ditam as possíveis ordens dos modelos a serem ajustados. Após isso, selecionam-se os modelos com melhor qualidade, medidos a partir dos critérios de informação como o *Akaike* (AIC), *Schwarz* (BIC), e *Hannan–Quinn* (HQ), de modo que quanto menor o critério, melhor o modelo.

Esses critérios atuam como penalizadores de modelos conforme o número de parâmetros. Concordante ao critério de AIC, um modelo será escolhido de forma que as ordens p e q minimizem a estatística, dada por

¹Maiores detalhes podem ser vistos em Morettin e Tolo (2006).

²Maiores detalhes podem ser vistos em Morettin e Tolo (2006).

$$AIC(p, q) = \ln(\hat{\sigma}_{p,q}^2) + \frac{2(p+q)}{T}, \quad (10)$$

sendo $\hat{\sigma}_{p,q}^2$ é o estimador de máxima verossimilhança da variância do modelo. De forma análoga, o critério BIC atua penalizando o número de parâmetros a partir da seguinte função de penalização

$$BIC(p, q) = \ln(\hat{\sigma}_{p,q}^2) + 2(p+q) \frac{\ln(T)}{T}. \quad (11)$$

Por fim, o critério *Hannan–Quinn* sugere minimizar a estatística com a inserção de uma constante $c > 1$, dada por

$$HQ(p, q) = \ln(\hat{\sigma}_{p,q}^2) + 2(p+q)c \frac{\ln(\ln(N))}{N}. \quad (12)$$

De forma geral, nota-se que esses critérios atuam penalizando os modelos ajustados a partir de variações na estatística.

Escolhido o melhor modelo para a média das cotações, analisa-se o comportamento dos resíduos através da ACF, para verificar a autocorrelação presente entre eles. Além disso, utilizar-se-á o teste *Ljung-Box* para verificar o requisito de independência dos resíduos. Contudo, caso os erros não apresentem o comportamento esperado, novas ordens serão ajustadas, até a obtenção de um modelo satisfatório.

Dessa forma, com o objetivo fim de mensurar a qualidade do melhor modelo ajustado na previsão do preço a curto prazo, utiliza-se a métrica MAPE (Mean Absolute Percentage Error), que é dada por:

$$MAPE = \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - \hat{Y}_1}{Y_i} \right|. \quad (13)$$

Esta medida é utilizada quando a diferença percentual seja mais interpretável, ou mais importante, do que os valores absolutos.

Entretanto, para a análise da volatilidade presente nas cotações da ação, utilizam-se os retornos dos preços, pois estes apresentam melhores características estatísticas de modo que o risco na operação pode ser associado às variações no período (MORETTIN, 2017). Assim, sendo Y_t uma série temporal, o log-retorno (r_t) será dado por:

$$r_t = \log \left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}} \right).$$

De acordo com Morettin e Tolo (1987), uma forma de analisar a necessidade de ajustar um modelo heterocedástico em uma série temporal, é através do teste de multiplicadores de Lagrange, que consiste em testar a hipótese nula de que todos $\alpha_i = 0$, por meio da regressão

$$Y_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r Y_{t-r}^2 + \epsilon_t, \quad (14)$$

para $T = r + 1, \dots, N$.

Assumindo r_t como uma série temporal, serão ajustados modelos da classe ARMA-GARCH, que permitem analisar o comportamento da variância no período analisado.

Para a validação das pressuposições acerca da modelagem das médias dos retornos, análise dos resíduos, utilizar-se-á a mesma metodologia adotada para modelar a média dos preço.

Para testar a aderência dos resíduos dos retornos, foi utilizado o teste de *Kolmogorov-Smirnov*. Este permite avaliar se duas amostras são advindas de uma mesma distribuição. Nesse caso, pode-se estimar a distribuição teórica escolhida e compará-la com os resíduos do modelo GARCH(p, q). Dessa forma, se as duas amostras forem estatisticamente provenientes da mesma distribuição, constata-se que os que os resíduos aderem à distribuição testada. Além disso, utilizar-se-á a função do *R*, *qqplot*, para visualização gráfica da aderência.

3.4 Dados

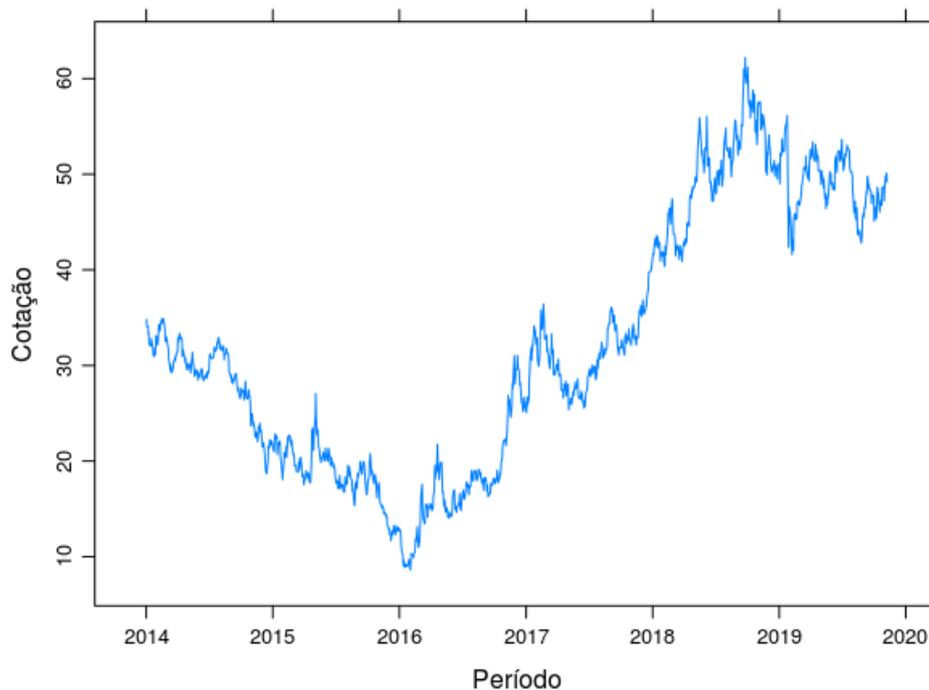
A série temporal utilizada corresponde aos valores de fechamento das ações da VALE S.A. cotadas na B3 - Bolsa de Valores Brasileira. Os dados são provenientes do *yahoo* a partir do pacote *quantmod* disponível no software *R*. A série é disponibilizada diariamente entre o período de 02 de Janeiro de 2014 a 13 de Novembro de 2019, apenas dias úteis. Além disso, toda a análise foi realizada no *software R*, através da interface *RStudio*.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Análise Inicial

Como já mencionado ao longo do estudo, as séries temporais financeiras geralmente são não-estacionárias, isso porque as cotações diárias de preços conduzem para uma alta volatilidade. Esse cenário é comum no mercado de ações, uma vez que qualquer informação financeira pode alterar os valores de cotação de uma empresa negociada na Bolsa.

Figura 2: Série de preços das ações da VALE S.A. no período entre Janeiro de 2014 a Novembro de 2019



Dessa forma, ao observar a Figura 1, nota-se que os preços apresentam uma tendência de decréscimo e uma alta variação entre as observações até o início de 2016, quando as ações individuais estavam cotadas a $R\$10,00$ aproximadamente. Essa evidência empírica corrobora com a informação disponibilizada pela base de dados Economática, que a Vale foi a empresa com ações negociadas na B3 que mais perdeu valor de mercado em 2015.

O fato que mais proporcionou essa desvalorização foi o rompimento, em novembro, da barragem da Samarco³ em Mariana, no estado de Minas Gerais. A partir do desdobramento do caso e a responsabilização da Samarco e as respectivas controladoras, as ações caíram até chegar à mínima de $R\$6,57$ e com valor de mercado próximo de 40,32 bilhões de reais (metade do valor antes do acidente) no dia 2 de fevereiro de 2016. Pode-se

³Empresa controlada pela Vale S.A e BHP Billiton

observar também que as ações até ensaiaram uma recuperação nos meses seguintes, mas se mantiveram abaixo dos R\$20,00 até o fim de 2016.

Já no período seguinte, entre 2017 e 2018, os ativos continuaram se valorizando até que, em setembro de 2018, em meio à valorização da bolsa brasileira e as perspectivas eleitorais, as ações da empresa chegaram à máxima de R\$62,20.

Entretanto, em 25 de janeiro deste ano, houve o rompimento da barragem de Brumadinho que ocasionou o pior desempenho em um único dia da história da companhia, gerando uma perda de 72 bilhões de reais em valor de mercado.

Contudo, após os desdobramentos do rompimento, a empresa recuperou o seu valor de mercado, mediante às novas variações positivas de preço do minério de ferro. Segundo Eduardo Guimarães, especialista em ações da assessoria de investimentos Levante, o preço dessa matéria-prima é o que mais influencia o movimento das ações da Vale S.A.

4.2 Modelo para previsão dos preços

Para iniciar a modelagem, obteve-se a densidade estimada da série temporal com o intuito de averiguar se a distribuição dos preços se adequa à alguma distribuição conhecida. Dessa forma, pôde-se notar, informalmente, que a série não apresenta comportamento de distribuição *gaussiana*. Esse fato foi comprovado mediante a aplicação do teste de *Shapiro-Wilk* ao nível de significância de 5%, que apresentou um p-valor muito próximo de 0, rejeitando a hipótese nula de normalidade.

Ademais, a média de fechamento no período foi de R\$32,10, com coeficiente de curtose equivalente a $-1,11$ e assimetria de $0,31$. Essas estatísticas indicam que a distribuição acerca das cotações tem um comportamento leptocúrtico com maior concentração na cauda à direita quando comparado a distribuição gaussiana.

Dando início à análise da série, avaliou-se a presença da componente de tendência através do teste de *Cox-Stuart*. O teste, por sua vez, indicou a presença dessa componente isso porque o p-valor ~ 0 , rejeitando então a hipótese nula de ausência de tendência. Dessa forma, amparado pela teoria, realizou-se a primeira diferença na série para a remoção da componente de tendência.

Após a primeira diferenciação, realizou-se novamente o teste de *Cox-Stuart* que, por sua vez, apontou a remoção da tendência da série com p-valor igual a $0,267$, não rejeitando a hipótese nula (Ver Figura 4). Além disso, realizou-se o teste de *Dickey-Fuller* que indicou que a série diferenciada satisfaz à propriedade de estacionariedade.

Com a obtenção de uma série estacionária, a escolha das ordens de um modelo ARIMA(p, d, q) foi feita a partir das funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF), que ditam as ordens de médias móveis e autorregressiva, respectivamente, apresentadas na Figura 5.

Ao observar a Figura 5, foi notada a presença de autocorrelações significativas em

Figura 3: Densidade estimada para as cotações das ações da VALE S.A. de 2014 a 2019.

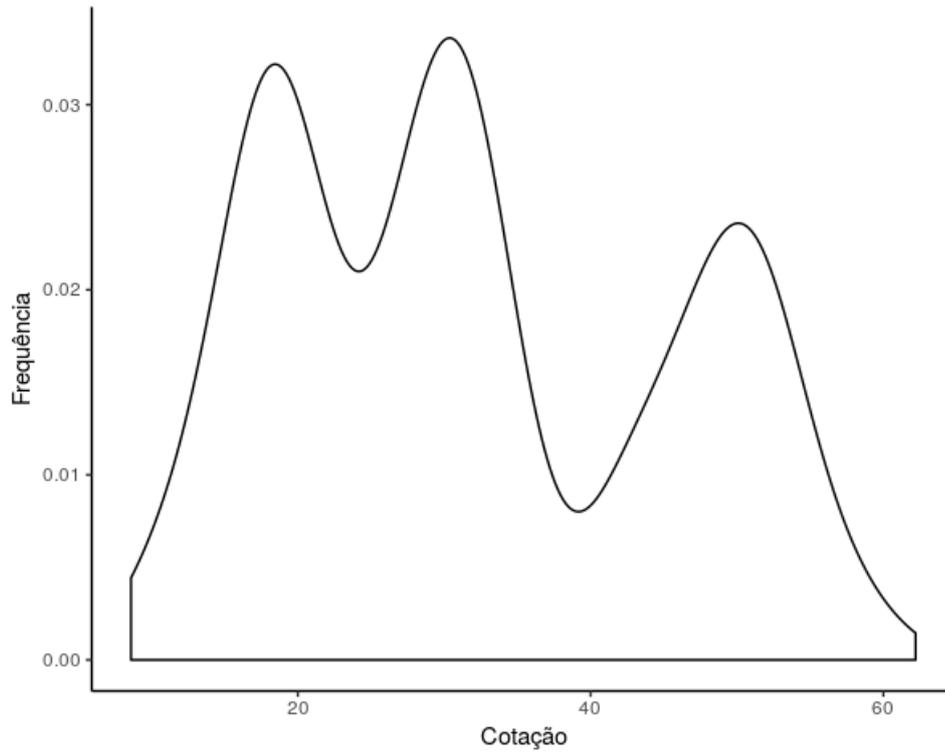
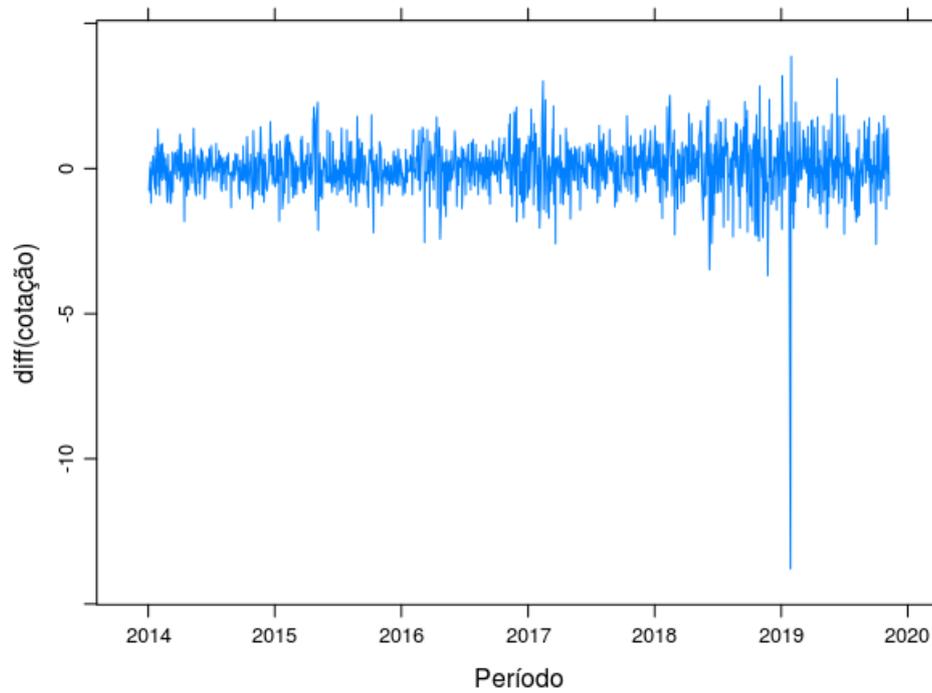
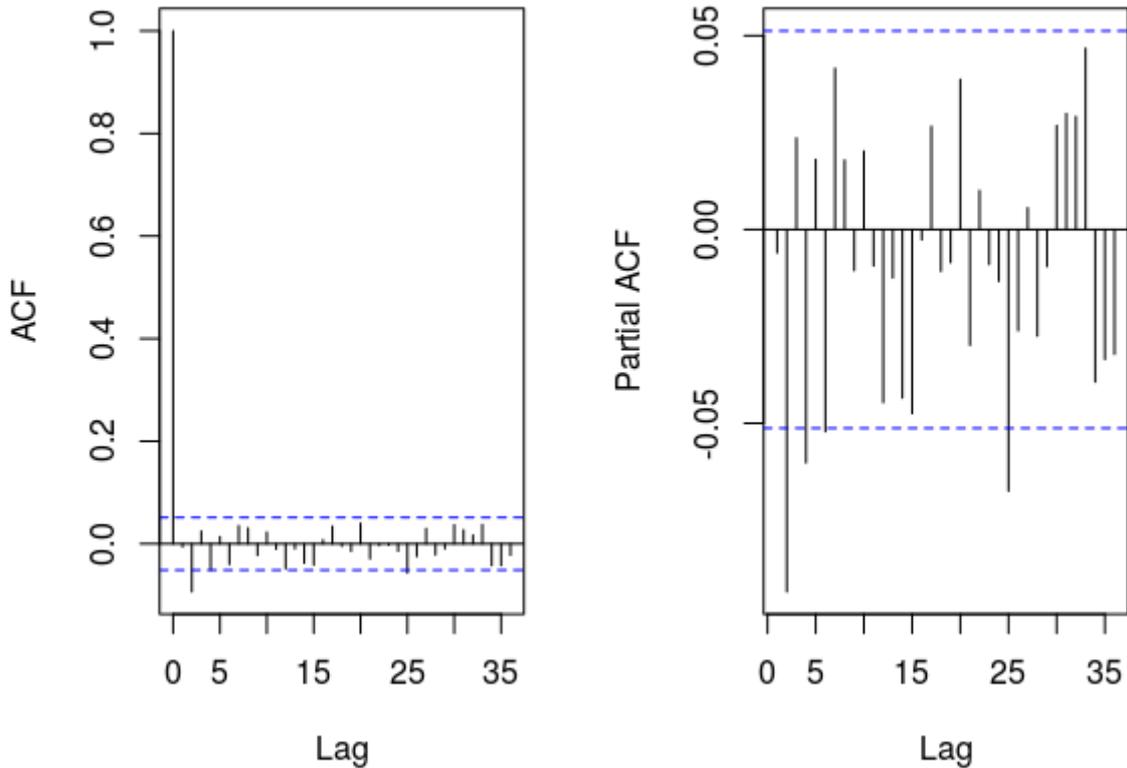


Figura 4: Série de preços da VALE S.A. após a remoção da tendência.



algumas defasagens das funções. Conforme a teoria de séries temporais, foram ajustados modelos a partir das defasagens mais baixas, de modo a obter modelos mais parcimoniosos e respeitando a pressuposição de que $\epsilon_t \sim RB(0, \sigma^2)$.

Figura 5: Funções de autocorrelação e autocorrelação parcial da série estacionária.



Após ajustes e análise dos critérios de informação, foram obtidos dois modelos, apresentados na Tabela 1: ⁴

Tabela 1: Estatísticas de validação e qualidade dos modelos ARIMA(p,d,q) estimados.

Modelo	Ljung-Box	AIC	BIC	HQ
ARIMA(2, 1, 0)	0,1417	3770,88	3781,46	3774,83
ARIMA(4, 1, 0)	0,3368	3767,56	3783,43	3773,48

Utilizando os critérios de informação, tem-se que o modelo ARIMA(4, 1, 0) apresentou melhores critérios de AIC e HQ. Além disso, através do teste de *Ljung-Box* sob um nível de significância de $\alpha = 0,05$, observou-se que os resíduos do modelo apresentaram o comportamento de ruído branco. Logo, este foi escolhido para a modelagem da média e apresentou os seguintes parâmetros dispostos na Tabela 2.

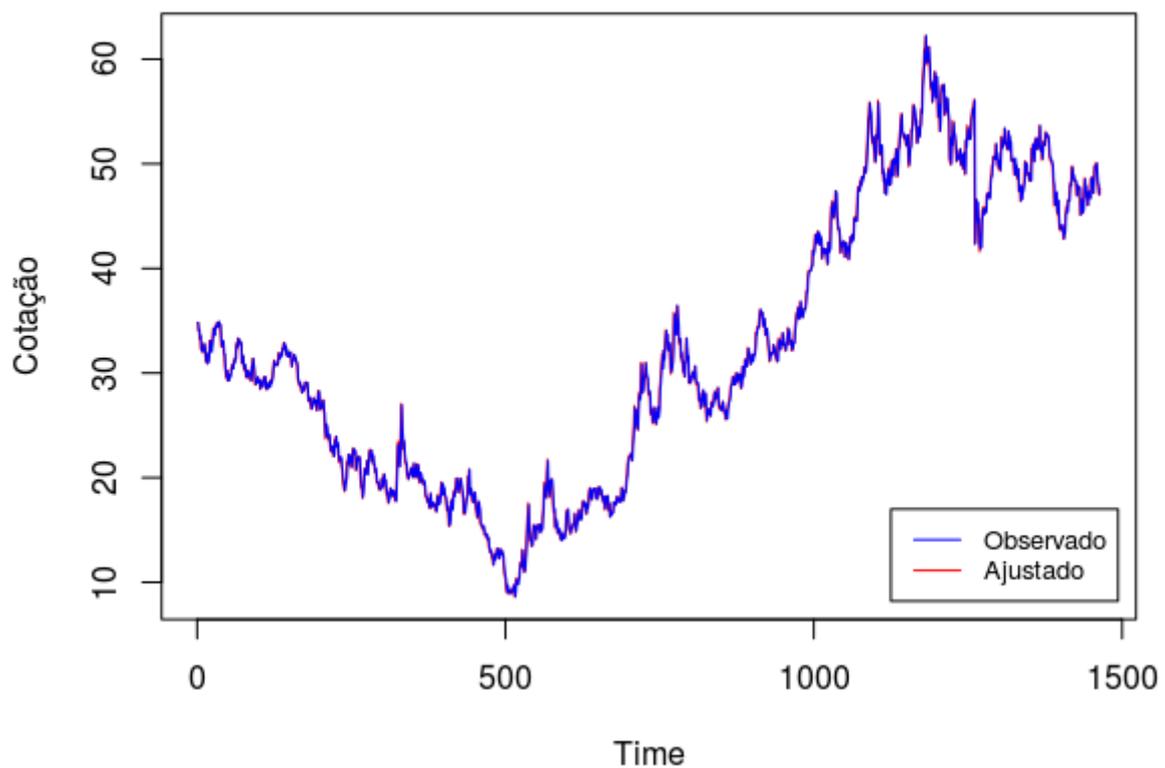
Então, a partir da Figura 6 pôde-se verificar que o modelo obteve um bom desempenho para descrever os valores das cotações dos preços, isso porque os valores ajustados estão praticamente idênticos aos valores observados.

⁴O modelo ARIMA(2, 1, 0) foi estimado com defasagens específicas em 2; e o modelo ARIMA(4, 1, 0) foi estimado com defasagens específicas em 2, 4

Tabela 2: Parâmetros estimados do modelo ARIMA(4, 1, 0) com defasagens específicas em 2 e 4.

	Coefficiente	Erro Padrão	Z	Valor p
ϕ_2	- 0,098	0,0260	-3,788	0,000
ϕ_4	- 0,060	0,0260	2,307	0,021

Figura 6: Comparação entre a série temporal ajustada e observada durante o período analisado.



Após a análise da qualidade de ajuste e da respectiva adequação do modelo, foi possível realizar previsões das cotações de fechamento da ação, indo de encontro ao principal objetivo do estudo de séries temporais. Desta forma, foram comparados os valores previstos nos dias 11, 12 e 13 de novembro de 2019 com os valores observados nas respectivas datas. Além disso, foram realizadas previsões dos dias 14, 15 e 18 de novembro de 2019, dispostas na Tabela 3.

A qualidade da previsão foi atestada mediante o resultado da métrica MAPE que foi de 2,948%.

Uma vez realizadas as previsões dos valores esperados de fechamento da ação, foi analisada se existe volatilidade associada ao período através da análise da variância condicional

Tabela 3: Valores previstos e observados das ações de fechamento da VALE S.A. entre os dias 11/11/19 e 18/11/19.

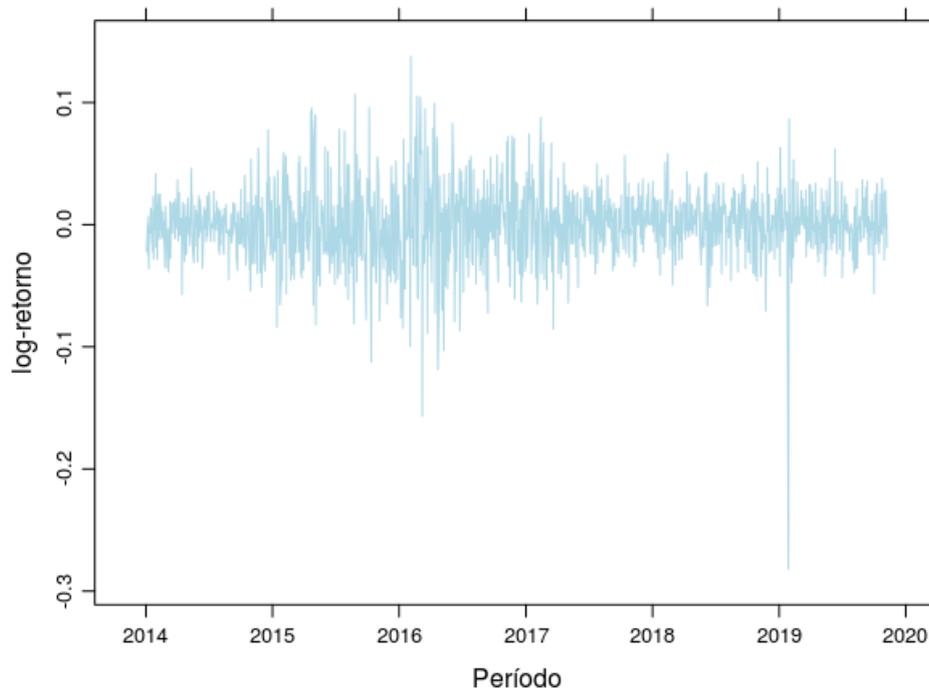
Dia	Observado	Previsto	Dia	Observado	Previsto
11/11/19	48,13	49,1	14/11/19	-	49,3
12/11/19	47,90	49,2	15/11/19	-	49,3
13/11/19	47,12	49,2	18/11/19	-	49,3

da série de retorno r_t . Essa modelagem contribui de forma mais assertiva para a tomada de decisão, uma vez que o risco do investimento está fortemente associado às variações dos retornos.

4.3 Modelo para previsão dos retornos

Como dito ao longo do trabalho, para dar suporte à tomada de decisão pela ação da empresa, em conjunto à informação apresentada pelo ajuste da média dos preços, foi ajustada a variância condicional da série de retornos. Essa decisão é reforçada por Morettin (2017), que sugere a utilização das séries de retornos para a modelagem uma vez que as mesmas se adequam facilmente à propriedade de estacionariedade.

Figura 7: Série de log-retornos das cotações da VALE S.A. no período de 2014 a 2019.

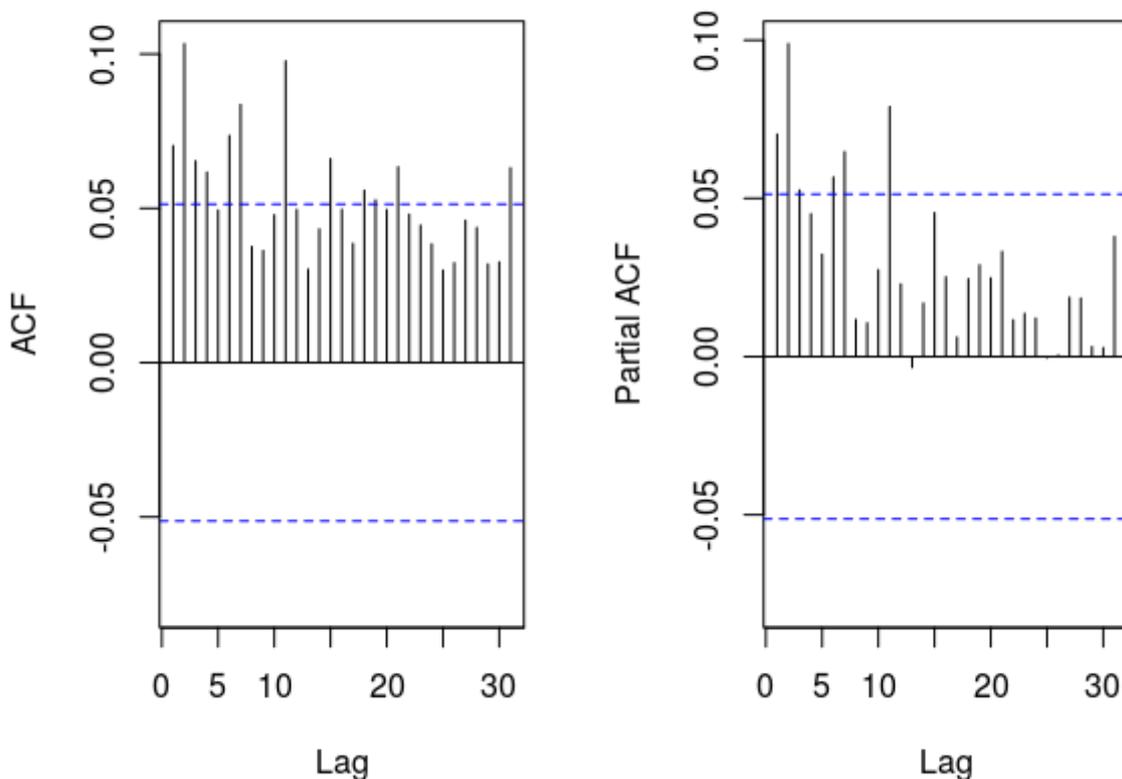


Desse modo, a partir da série de retornos r_t , expressa pela Figura 7, foi possível comprovar a estacionariedade intrínseca na mesma. Entretanto, entre 2015 e 2016, foram observados agrupamentos de volatilidade que pode estar diretamente ligada à instabilidade da empresa e ao desajuste do cenário econômico. Isso porque, a responsabilidade

social da organização foi questionada após o rompimento da barragem em Mariana e, conseqüentemente, o investidor perdeu a confiança do respectivo empreendimento. Uma outra notificação interessante a se fazer acerca da Figura 7 é o pico de instabilidade no início de 2019 que, coincidentemente, ocorreu após o rompimento da barragem de Brumadinho.

Nesse sentido, com o intuito de verificar se existe autocorrelação entre os retornos observados, foram analisadas as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial que, prontamente, apontou uma forte significância nas defasagens iniciais da PACF, fazendo-se necessário o ajuste do nível (média) de retorno da série de preços (Figura 8).

Figura 8: Funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos da série analisada.



Para ajuste do nível foram considerados os seguintes modelos dispostos na Tabela 4⁵. Como pode ser observado na função de autocorrelação parcial, há autocorrelação significativa na primeira defasagem da série temporal. Desse modo, de forma a obter modelos mais parcimoniosos, a literatura sugere iniciar com modelos mais simples (AR(1), por exemplo), e elevar a ordem nas defasagens que se mantiverem significativas.

⁵O modelo AR(4) foi ajustado com defasagens específicas em 1, 2 e 4 e o modelo AR(10) foi ajustado com defasagens específicas em 1, 2, 4, 10.

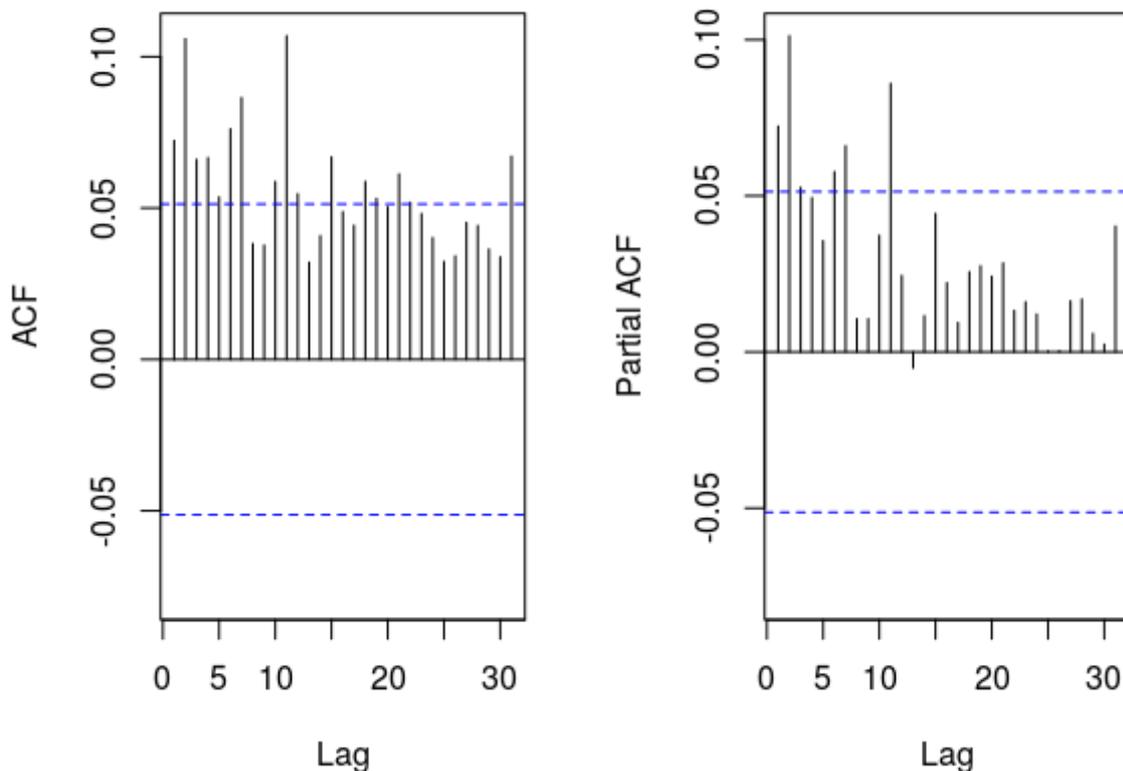
Tabela 4: Modelos ajustados para o nível do retorno das ações da VALE S.A.

Modelo	Ljung-Box	AIC	BIC	HQ
AR(4)	0,0700	-6125,35	-6104,22	-6117,47
AR(10)	0,2860	-6130,32	-6103,89	-6120,46

Para atestar a qualidade do ajuste, foram analisados os critérios de informação, que apontaram o modelo AR(10) com defasagens específicas em 1, 2, 4 e 10. Além disso, os resíduos se comportaram como ruído branco, conforme o teste de *Ljung-Box* a um nível $\alpha = 0,05$.

Com o ajuste do nível do retorno, foi realizado o teste do multiplicador de Lagrange, que confirmou a presença de heterocedasticidade nos resíduos do modelo ajustado. Indicando então a necessidade de ajuste de um modelo da classe ARMA-GARCH para a variância condicional. Fato que também pode ser verificado nas funções de autocorrelação dos quadrados dos resíduos do modelo, apresentadas na Figura 9. Note que ambas as funções indicam uma autocorrelação significativa entre as defasagens dos quadrados dos resíduos do modelo.

Figura 9: Funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos quadrados dos resíduos do modelo ajustado para o nível de retorno.



Ademais, estas funções ditaram as ordens q e p do modelo GARCH(p , q), respectivamente. Com isso, foram ajustados dois modelos para a variância condicional, sendo eles GARCH(1,0) e GARCH(1,1) com distribuições variantes, apresentados na Tabela 5.

As distribuições variantes dos modelos GARCH(p , q) são comumente atribuídas a fenômenos que possuem maior probabilidade de eventos extremos, ou seja, caudas mais pesadas do que a distribuição gaussiana. Para modelar esses fenômenos, uma forma utilizada na literatura é atribuir distribuições assimétricas ou de valores extremos, analisando os critérios de informação do modelo e a aderência da distribuição utilizada no modelo.

Figura 10: Gráfico qq-plot entre os resíduos padronizados do modelo GARCH ajustado e a distribuição teórica t-student assimétrica.

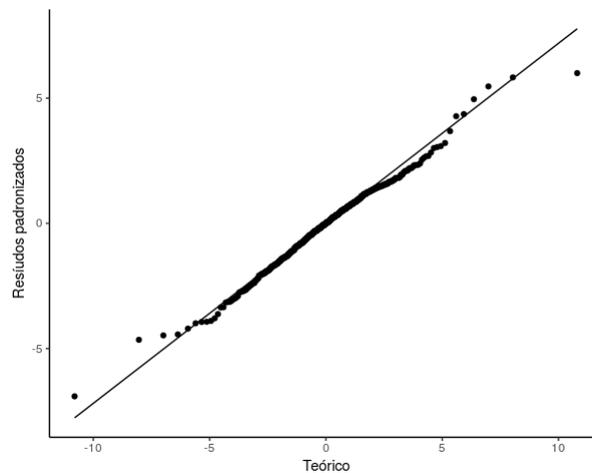


Tabela 5: Modelos heterocedásticos ajustados aos resíduos do modelo AR(10).

Modelo	Distribuição	AIC	Ljung-Box
GARCH(1,0)	Normal	1,2245	0,0897
GARCH(1,0)	Skew Normal	1,2204	0,0906
GARCH(1,0)	T-Student	1,1034	0,1086
GARCH(1,0)	Skew T-Student	1,1025	0,1077
GARCH(1,1)	Normal	1,1244	0,2445
GARCH(1,1)	Skew Normal	1,1189	0,2430
GARCH(1,1)	T-Student	1,0065	0,3324
GARCH(1,1)	Skew T-Student	1,0037	0,3309

Note que todos os modelos ajustados apresentaram resíduos com comportamento de ruído branco, conforme o teste de *Ljung-Box*. E além disso, o modelo GARCH(1,1) $\epsilon_t \sim st(\nu)$ apresentou o melhor critério de informação, sendo escolhido para modelar a variância condicional. Para tanto, em relação à distribuição dos resíduos, conforme o teste de *Kolmogorov-Smirnov*, os resíduos aderem-se à distribuição *Skew T-Student*, cujo o p-valor do teste é 0,7629 para a hipótese nula de que $\epsilon_t \sim st(\nu)$.

O modelo para a variância do retorno foi dado conforme os parâmetros apresentados na Tabela 6. Ressalta-se que, foram realizados testes para verificar a significância dos

mesmos, e constata-se que foram significativos.

Tabela 6: Coeficientes estimados para o modelo AR(10)-GARCH(1,1).

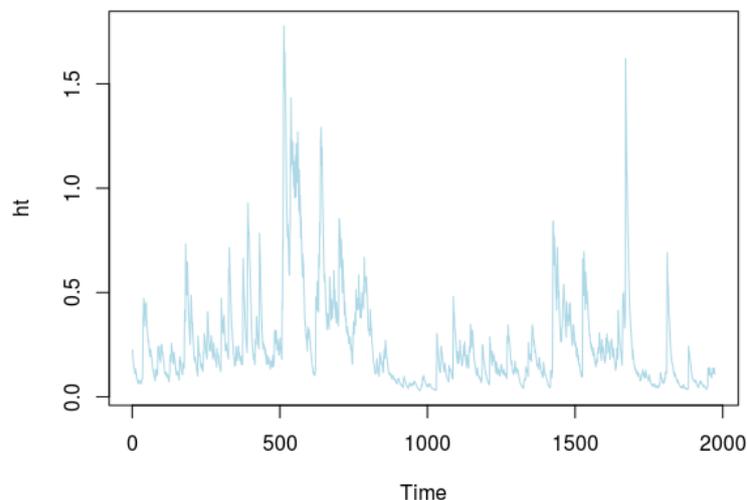
	Coeficiente	Erro Padrão	Z	Valor p
ϕ_1	0,0558	0,0260	2,1439	0,0320
ϕ_2	-0,0680	0,0260	-2,6320	0,0084
ϕ_4	-0,0555	0,0260	,2,1326	0,0329
ϕ_{10}	0,0686	0,0259	2,6417	0,0082
	Coeficiente	Erro Padrão	T	Valor p
ω	0,0023	0,0011	2,0740	0,0000
α_1	0,1230	0,0263	4,7370	0,0000
β_1	0,8725	0,0232	38,018	0,0381

Dado o modelo, pôde-se realizar a predição da variância condicional, ou seja, volatilidade associada à série de retornos das cotações, apresentada na figura abaixo.

É válido notar, na Figura 11 o aumento da volatilidade, em $t = 500$, que corresponde à transição do ano 2015 para 2016. Esse período coincide com a disseminação de informações do tipo: rompimento da barragem em Mariana e instabilidade do mercado nacional, que impulsionaram os investidores a desistirem do empreendimento da empresa.

Em contraste à esta alta volatilidade, em $t = 1000$, observou-se uma baixa volatilidade, que compreende as cotações de 2017, que não apresentaram grandes variações, ou seja, havia um nível de risco muito pequeno nas ações. Entretanto, em $t = 1700$, início de 2019, houve o rompimento de uma barragem em Brumadinho, que configurou um novo aumento na volatilidade das ações da empresa. Essa configuração foi motivada pelo alto risco associado ao empreendimento, evidenciado após a tragédia de Brumadinho.

Figura 11: Volatilidade h_t estimada pelo modelo ARMA-GARCH para os retornos da VALE S.A



5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No contexto financeiro, uma medida de grande importância associada à tomada de decisão é a volatilidade. Isso porque ela possibilita inferir sobre o grau, a persistência e a duração de períodos com indícios de variações no mercado financeiro e, conseqüentemente, avaliar o risco de variação dos preços de um determinado ativo. Nesse sentido, após a modelagem dos preços e dos retornos para as ações da empresa VALE S.A., destacam-se os modelos de séries temporais, $ARIMA(p,d,q)$ e $GARCH(p,q)$ que forneceram previsões e estimações precisas que puderam auxiliar na tomada de decisão. A qualidade do modelo para a média dos preços foi comprovada mediante realização do MAPE que apontou para um erro de 2,948%. e através do teste de *Ljung-Box* pôde-se afirmar que os resíduos se comportam como ruído branco, característica indispensável para um bom ajuste dessa metodologia.

Como discutido ao longo do estudo, as séries financeiras, geralmente, apresentam distribuições com caudas mais pesadas, agrupamentos de volatilidade e variância não constante. Para tanto, amparado, pela teoria, foram utilizados os modelos variantes $GARCH(p,q)$ com distribuições assimétricas, uma vez que estes possuem características importantes que conseguem captar melhor as informações destas séries. Desse modo, o modelo $GARCH(1,1)$ apresentou o melhor ajuste, conforme AIC, da variância condicional dos retornos e os resíduos finais da modelagem estão distribuídos de acordo com a distribuição de probabilidade *Skew T-Student*.

A importância de modelar e estimar variância dos retornos está diretamente ligada à tomada de decisão. Isso porque um ativo que apresenta agrupamento de volatilidade pode verificar grandes variações nos preços de um dia para o outro, seja para mais ou para menos. Nesse sentido, o investidor, de acordo com o seu perfil pode decidir se prefere ou não assumir esse risco mais elevado.

Contudo, a partir da Figura 11, ficou evidenciado que atualmente, o risco associado às ações da VALE S.A. está controlado e segue com boas perspectivas no mercado nacional, uma vez que o preço médio previsto para o dia 14/11 estava em R\$49,30, correspondia a 79,26% do maior valor atribuído à uma única ação da empresa. Porém, correspondia a 750,38% do menor valor observado durante o período.

Portanto, de modo a expandir o estudo, sugere-se a utilização dos modelos APARCH, uma vez que estes consideram impactos de choques positivos e negativos na volatilidade. Isso pode ser fundamental, dado que os choques positivos podem influenciar de forma menos significativa as ações de uma empresa quando comparados a choques negativos. A sugestão dessa metodologia é indicada porque os modelos GARCH consideram que os choques negativos possuem a mesma relevância na volatilidade que os choques positivos, isso se deve ao fato de que a variância não pode atingir valores negativos.

Referências

- AHMAD, M. H.; PING, P. Y.; MAHAMED, N. Volatility modelling and forecasting of Malaysian crude palm oil prices. **Applied Mathematical Sciences** 8 (124), 6159-6169. 2014.
- ALMEIDA, D.; HOTTA, L.K. The leverage effect and the asymmetry of the error distribution in GARCH-BASED models: The case of brazilian market related series. **Pesquisa Operacional**, v. 34, n. 2, p. 237-250, 2014.
- APPIAHI, S. T.; ADETUNDE, L. A. Forecasting Exchange rate between the Ghana Cedi and the US dollar using time series analysis. **Journal of economic theory**, 3(2), 76 -83. 2011
- ASPARA, J.; TIKKANEN, H. Individuals' affect-based motivations to invest in stocks: Beyond expected financial returns and risks. **Journal of Behavioral Finance**, v. 12, n. 2, p. 78-89. 2011.
- ASSIS, K. et al. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Trends in Agricultural Economics**, v. 3, n. 4, p. 19-32. 2006.
- AVELINO, G.; BROWN, D. S.; HUNTER, W. The effects of capital mobility, trade openness, and democracy on social spending in Latin America, 1980–1999. **American Journal of Political Science**, v. 49, n. 3, p. 625-641. 2005.
- BIERMAN JR, H.; SMIDT, S. **The capital budgeting decision: economic analysis of investment projects**, 9 ed. New York: Routledge. 2012.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autorregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, n. 3, p.307-327. 1986.
- BOLLERSLEV, T.; CHOU, R. Y.; KRONER, K. F. ARCH modeling in finance: A review of theory and empirical evidence. **Journal of Econometrics**, v. 52, n. 1-2, p. 5-59.1992.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. Time series analysis forecasting and control. **Edição revisada. San Francisco: Holden Day**. 1976.
- BROOKS, R. et al. A multi-country study of power ARCH models and national stock market returns. **Journal of International Money and Finance**, v.19, n. 3, p. 377-397. 2000.
- CAVUSGIL, S. T.; KARDES, I. Brazil: rapid development, internationalization, and middle class formation. **Internext**, v. 8, n. 1, p. 1-16. 2013.

- CHAVA, S.; PURNANANDAM, A. Is default risk negatively related to stock returns?. **The Review of Financial Studies**, v. 23, n. 6, p. 2523-2559. 2010.
- CHIABI, A. L. G.; GONÇALVES, C. A. Análise de estratégia de mudança da marca acrescentando valor: um estudo da VALE. **Revista de Administração da UFSM**, v. 3, n. 1, p. 131-143. 2010.
- DE MORAIS, I. A. C.; PORTUGAL, M. S. Modelagem e previsão de volatilidade determinística e estocástica para série do IBOVESPA. **Estudos Econômicos**, v. 29, n. 3, p. 303-341. 1999.
- DE LONG, J. B. et al. Noise trader risk in financial markets. **Journal of political Economy**, v. 98, n. 4, p. 703-738. 1990.
- EIZIRIK, N. et al. Mercado de Capitais: regime jurídico. **Renovar**, v. 98, n. 4, p. 703-738. 2008.
- ENGLE, R. F. Autorregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica – Journal of the Econometric Society**, v. 50, n. 4, p. 987-1007. 1982.
- ENGLE, R. F.; SUSMEL, R. Common Volatility in International Equity Markets. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 11, n. 2, p. 167-176. 1993.
- ENGLE, R. F. New Frontiers for ARCH Models. **Journal of Applied Econometrics**, v. 17, n. 5, p. 425-446. 2002.
- FAVA, V. L. Manual de econometria. **São Paulo: Editora Atlas**. 2000.
- FORTUNA, E. Mercado financeiro: produtos e serviços. 12 ed. Rio de Janeiro: **Quality-mark**. 1999.
- HARRIS, R.; SOLLIS, R. **Applied Time Series Modeling and Forecasting**. England: John Wiley & Sons. 2003.
- HESTON, S. L.; NANDI, S. A closed-form GARCH option valuation model. **The Review of Financial Studies**, v. 13, n. 3, p. 585-625. 2000.
- KALTENBRUNNER, A. International financialization and depreciation: the Brazilian real in the international financial crisis **Competition & Change**, v. 14, n. 3-4, p. 296-323. 2010.
- KEMPER, M. Internacionalização do mercado de capitais brasileiro - a BM&FBOVESPA como centro financeiro regional, 2011. **Monografia do Departamento de Direito PUC-Rio**. 2011.

- KHASHEI, M.; BIJARI, M. A novel hybridization of artificial neural networks and ARIMA models for time series forecasting. **Applied Soft Computing**, v. 11, n. 2, p. 2664-2675. 2011.
- LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, v.65, n.2, p. 297-303. 1978.
- MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.; HYNDMAN, R. J. Forecasting methods and applications. **3. ed. New York: John Wiley & Sons**. 1998.
- MALIK, F.; HASSAN, S. A. Modeling volatility in sector index returns with GARCH models using an iterated algorithm..**Journal of Economics and Finance**, v. 28, n. 2, p. 211-225. 2004.
- MATOS, O. C. Econometria Básica: teoria e aplicações. **3 ed. rev. e ampl. São Paulo: Atlas**. 2000.
- MEYLER, A. G. K.; QUIN, T. Forecasting Irish inflation in using ARIMA models. **Central Bank of Ireland**, Technical Paper. 1998.
- MÓL, A. L. R. et al. Assimetria na volatilidade dos retornos de derivativos de café. **Resenha BM&F**, São Paulo, n. 157, 45-54. 2003.
- MÓL, A. L. R.; DOS SANTOS FELIPE, I. J.; JÚNIOR, F. M. G. Volatilidade dos índices de ações Mid-large Cap e Small Cap: uma investigação a partir de modelos ARIMA/GARCH. Revista de Gestão, **Finanças e Contabilidade**, v. 4, n. 1, p. 04-29. 2014.
- MORETIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. Previsão de séries temporais. **2. ed. São Paulo: Atual Editora**. 1987.
- MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira: um Curso em Séries Temporais Financeiras**, 2. ed, Blucher. 2017.
- NELSON, C. R. Applied time series analysis for managerial forecasting. **San Francisco: HoldenDay**. 1973.
- PINHEIRO, C. A. O. Ganhos anormais através das séries históricas de ações de empresas com práticas empresariais corporativas no Brasil. **Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade**, n. 2, v. 3, p. 121-133. 2013.
- PUGA, F. P. The Brazilian financial system: Recent restructuring, international comparisons, and vulnerability to a foreign exchange crisis. **Textos para Discussão**, n. 68. 1999.

- RAHMAN, S.; SERLETIS, A. The effects of exchange rate uncertainty on exports. **Journal of Macroeconomics**, v. 31, n. 31, p. 500-507. 2009.
- RAMAMURTI, R.; SINGH, J. V. **Emerging multinationals in emerging markets**. Edição Revisada. New York: Cambridge University Press. 2009
- RStudio Team. RStudio: Integrated Development for R. RStudio, Inc., Boston, MA URL <http://www.rstudio.com/> (2015).
- SICSÚ, J.; DE PAULA, L. F.; MICHEL, R. Por que novo-desenvolvimentismo. **Revista de Economia Política**, v. 27, n. 4, p. 507-524. 2007.
- SLINI, T. et al. Statistical analysis of environmental data as the basis of forecasting: an air quality application. **Science of the Total Environment**, v. 288, n. 3, p. 227-237. 2002.
- SOUZA SOBRINHO, N.F. Extração da volatilidade do Ibovespa. Resenha BM&F, São Paulo, v.144, n. 03-04, p. 17-39. 2001.
- TAN, Z. et al. Day-ahead electricity price forecasting using wavelet transform combined with ARIMA and GARCH models. **Applied Energy**, v. 87, n. 11, p. 3606-3610. 2010.
- TSAY, R. S. Analysis of Financial Time Series. **Financial Econometrics**, Wiley Interscience Publication. 2002.
- UWILINGIYIMANA, C.; MUNGA'TU, J.; HARERIMANA, J. D. D. Forecasting Inflation in Kenya Using Arima-Garch Models. **International Journal of Management and Commerce Innovations ISSN**, p. 2348-7585. 2015.
- WAGNER, W. Systemic Liquidation Risk and the Diversity–Diversification Trade-Off. **The Journal of Finance**, v. 66, n. 4, p. 1141-1175. 2011.
- ZHANG, G. P. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. **Neurocomputing**, v. 50, p. 159-175. 2003.
- ZIEGELMANN, F. A.; PEREIRA, P. L. V. Modelos de volatilidade estocástica com deformação temporal: um estudo empírico para o índice ibovespa. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 27, n. 2, p. 353-376. 1997.