

Modelagem do trânsito planetário do exoplaneta Kepler-8b

João Carlos Pereira Alves¹, Artur Justiniano Roberto Junior²

¹Universidade Federal de Alfenas, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Física, Alfenas, MG, Brasil.*

Neste trabalho apresentamos um estudo realizado a partir da modelagem do trânsito planetário do exoplaneta Kepler-8b. Apresentamos a técnica de trânsito planetário e uma descrição dos parâmetros físicos que podem ser estimados a partir da modelagem do trânsito. Descrevemos a metodologia para a obtenção dos dados do telescópio espacial Kepler e o processo de desenvolvimento de um código para simular a curva de luz do trânsito e a partir dele estimar alguns parâmetros do exoplaneta. Nos resultados apresentaremos o ajuste do modelo aos dados de Kepler-8b e os parâmetros estimados. A comparação com a literatura nos mostra que o nosso código produz resultados compatíveis com os já publicados.

Palavras-chave: trânsito planetário, exoplaneta, curva de luz, modelagem.

In this work we present a study carried out from the modeling of the planetary transit of the exoplanet Kepler-8b. We present the planetary transit technique and a description of the physical parameters that can be estimated from the transit modeling. We describe the methodology for obtaining data from the Kepler space telescope and the process of developing a code to simulate the traffic light curve and from it to estimate some parameters of the exoplanet. In the results we will present the fit of the model to the Kepler-8b data and the estimated parameters. The comparison with the literature shows us that our code produces results compatible with those already published.

Keywords: planetary transit, exoplanet, light curve, modeling.*

1. Introdução

Exoplanetas ou planetas extra-solares são denominações conferidas a designados planetas que estão fora do Sistema Solar. Até o ano de 1992 já se suspeitava da existência de tais astros, entretanto somente com a descoberta de um exoplaneta orbitando o pulsar PSR1257+12 é que a possibilidade de realmente existirem planetas espalhados no universo foi concretizada [1]. Em 1995 foi detectado o primeiro exoplaneta orbitando uma estrela do tipo solar, 51 Peg b, a 50 anos-luz de distância [2]. Desde a primeira detecção foi criada uma corrida no estudo desses astros, o que possibilitou a descoberta de milhares de exoplanetas abrindo uma nova área de pesquisa em Astronomia.

As descobertas e os estudos sobre os exoplanetas foram expandidos com o lançamento do telescópio espacial CoRoT (Convection, Rotation and Transit) [3], da Agência Espacial Europeia (ESA) e principalmente os telescópios espaciais Kepler e TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite), da NASA [4] [5]. A missão Kepler

foi a primeira dedicada totalmente na detecção de novos planetas pela Técnica de Trânsito Planetário (TPP), e juntamente com a CoRoT são responsáveis pela descoberta de mais de 4300 exoplanetas (até o primeiro trimestre de 2021) [6]. A missão TESS veio em seguida com a proposta de monitorar estrelas mais brilhantes do que as observadas pelas missões anteriores, em busca de exoplanetas similares a Terra e Super-Terras orbitando estas estrelas [6].

As descobertas de exoplanetas somente são possíveis com o uso de técnicas específicas envolvendo métodos indiretos, visto que a detecção direta de exoplanetas é um desafio bem difícil. Dentre as técnicas de detecção se destaca a de Velocidade Radial, Microlentes Gravitacionais, Astrometria de Precisão, a já citada TTP [7].

Com todo o avanço nos estudos de exoplanetas acabou por criar uma grande quantidade de dados medidos pelas missões espaciais, de modo que se faz necessário o estudo das curvas de luz a fim de estimar parâmetros físicos dos exoplanetas descobertos. Deste modo, é fundamental o uso de ferramentas capazes

*Endereço de correspondência: artur.roberto@unifal-mg.edu.br

de realizar ajustes nas curvas de luz, para que se torne possível a análise e extração de tais parâmetros. Com o avanço na velocidade de processamento dos computadores se tornou possível a utilização de algoritmos capazes de criar modelos teóricos aproximados de curvas de luz, considerando fenômenos reais relacionado a TTP, tornando viável a modelagem dos dados coletados por grandes missões espaciais, como a Kepler.

Assim sendo, o presente trabalho vamos apresentar os resultados da modelagem da curva de luz do trânsito do exoplaneta Kepler-8 b. Inicialmente iremos realizar a descrição da TTP usada nesse trabalho e dos parâmetros físicos que podem ser estimados a partir da modelagem do trânsito do exoplaneta. Posteriormente retrataremos a metodologia utilizada para extrair as curvas de luz disponíveis no MAST¹ (Mikulski Archive for Space Telescopes). Em seguida iremos apresentar o algoritmo implementado para a realização da modelagem do trânsito planetário (TP). Por fim vamos apresentar os resultados obtidos para o exoplaneta Kepler-8 b e compará-los com os da literatura.

2. Trânsito planetário

O Trânsito Planetário (TP) ocorre quando o exoplaneta se desloca para frente do disco da estrela e bloqueia parte da radiação emitida ocasionando a uma queda no brilho observado. A primeira detecção pela TTP foi a do exoplaneta OGLE-TR-56 b em 2003 [8]. Com sua utilização em diversas missões espaciais, acabou por tornar a TTP a mais bem sucedida na descoberta de exoplanetas [1].

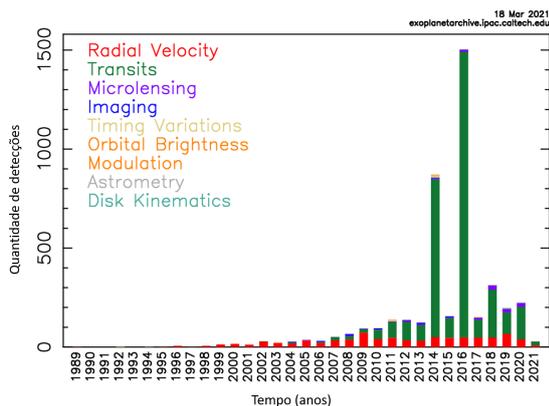


Figura 1: Quantidade de detecções anuais de exoplanetas separadas por técnicas.

¹https://archive.stsci.edu/kepler/data_search/search.php

O TP é observado quando o plano da órbita do exoplaneta em torno da estrela hospedeira está alinhado com o observador da Terra. Quando o exoplaneta passa na frente do disco da estrela uma parte da luz é bloqueada gerando uma diminuição no fluxo de fótons que são medidos aqui na Terra. A curva de luz (Figura 2) é um gráfico do fluxo observado em função do tempo.

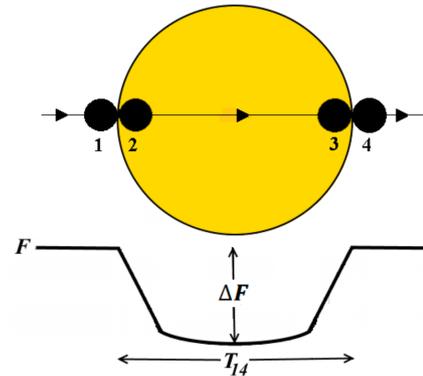


Figura 2: Curva de luz durante o TP [11].

Na Figura 2 podemos observar os quatro estágios do trânsito do exoplaneta. Temos na posição 1 o início ingresso, no qual temos o primeiro contato do exoplaneta com o disco estelar, de modo que podemos observar uma queda no fluxo na curva de luz. No momento em que o planeta se encontra na posição 2 é observado o segundo contato do exoplaneta, é o momento em que o exoplaneta está totalmente em frente ao disco estelar e podemos verificar a variação total do fluxo. No momento em que o exoplaneta se desloca para a posição 3 é observado o terceiro contato, é quando o exoplaneta começa a sair da frente do disco estelar e se inicia o aumento do fluxo. No final da passagem do exoplaneta, ele se encontra na posição 4 sendo o quarto contato, é o ponto em que o exoplaneta sai totalmente da frente do disco estelar, tendo novamente o fluxo máximo. A passagem do primeiro para o segundo contato é chamada de ingresso, enquanto a passagem do terceiro para o quarto contato é chamada de egresso [10].

Através da análise da curva de luz da estrela hospedeira é possível estimar parâmetros do exoplaneta. Sabendo o raio da estrela (R_*) e medindo a profundidade da variação do fluxo da estrela na curva de luz (F/F), o raio do planeta (R_p) pode ser calculado pela seguinte expressão [9].

$$\frac{\Delta F}{F} = \left(\frac{R_p}{R_*}\right)^2 = (p)^2 \tag{1}$$

Quando dois trânsitos consecutivos são observados podemos fazer uma estimativa do período orbital (P) do planeta (Figura 3) e utilizar a 3ª Lei de Kepler para calcular o raio da sua órbita (a), levando em consideração que a massa da estrela é muito maior que a do exoplaneta ($M_* \gg M_p$).

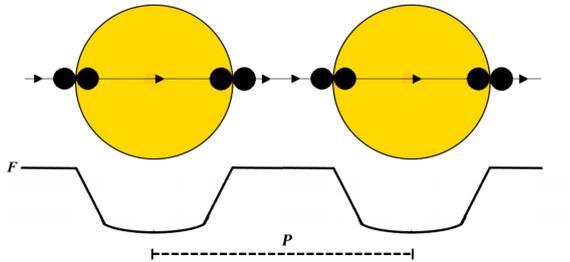


Figura 3: Determinação do período orbital (P) do exoplaneta.

$$a^3 = \left(\frac{GM_*}{4\pi^2} \right) P^2 \quad (2)$$

Para estimar a inclinação da órbita do planeta em relação ao observador nós utilizamos o parâmetro de impacto b (Figura 4). Esse parâmetro informa a que distância do equador da estrela o planeta cruza o disco estelar.

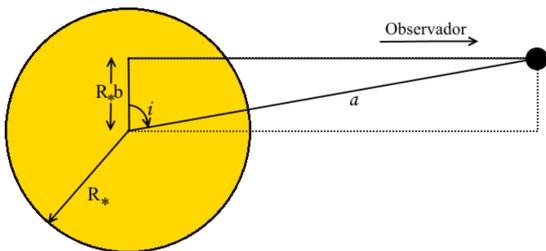


Figura 4: Geometria para determinação do parâmetro de impacto b [11].

Pela Figura 4 vemos que matematicamente ele é definido por:

$$b = \frac{a \cos(i)}{R_*} \quad (3)$$

Onde i é a inclinação orbital em relação a linha de visada do observador, a o raio da órbita e R_* o raio da estrela.

2.1. Escurecimento de borda

Pelo fato de existir um gradiente de temperatura na fotosfera das estrelas [12] elas são mais brilhantes no centro e menos brilhantes nas bordas (para L maiores), conforme pode ser observado na Figura 5.

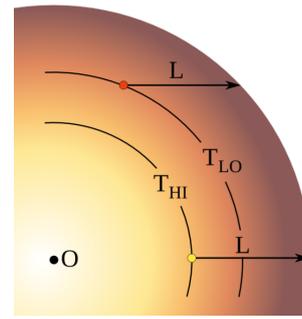


Figura 5: Escurecimento de borda do disco estelar devido ao gradiente de temperatura na fotosfera $T_{LO} < T_{HI}$ [13].

Esse escurecimento afeta a curva de luz do trânsito planetário fazendo com que ela apresente uma curvatura no seu fundo e aspectos diferentes nas bordas conforme a temperatura da estrela (Figura 6). Sendo maior quando temos comprimentos de onda curtos (maior temperatura) e menos severo para longos comprimentos de onda (menor temperatura).

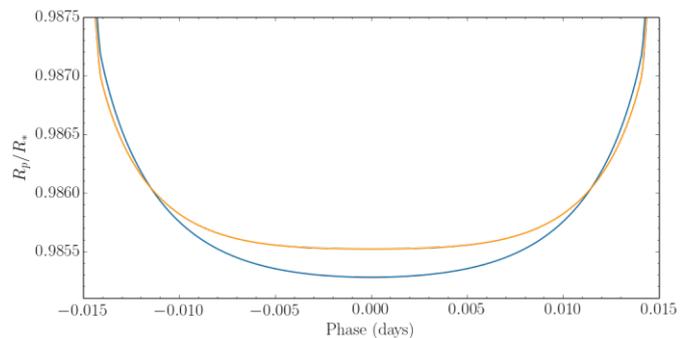


Figura 6: Dois modelos de curva de luz (p em função da fase em dia) do exoplaneta Gliese-1214 b para observações para maior temperatura (em azul) e para menor temperatura (em laranja) [13].

Dentre as formas presentes na literatura especializada [14] para descrever esse fenômeno para as estrelas do tipo solar ou mais frias, destaca-se a Lei de potência de escurecimento de borda [15] dada pela seguinte relação:

$$I_\lambda(\mu) = 1 - c(1 - \mu^\alpha) \quad (4)$$

$$\text{e } \mu = \sqrt{1 - r^2}.$$

Onde r é a distância do centro da estrela, considerando que $R_* = 1$ e $r \leq R_*$ (Figura 9). Já c e α são parâmetros extraídos de modelos de atmosfera estelar e que dependem principalmente da temperatura da estrela. Na tabela 1 apresentamos valores de c e α para diversas temperaturas de estrelas observadas na missão Kepler.

Tabela 1: Parâmetros c e α da lei de escurecimento por borda da equação 4 para as missões Kepler [12].

$T_{eff}(K)$	c	α	$T_{eff}(K)$	c	α
4000	0.754	0.811	5250	0.734	0.593
4250	0.792	0.720	5500	0.643	0.634
4500	0.817	0.652	5750	0.695	0.612
4750	0.819	0.608	6000	0.706	0.632
5000	0.793	0.587	6250	0.687	0.608

3. Extração de curvas de luz do banco de dados do Kepler e TESS

Para extrair curvas de luz de trânsitos planetários observados pelo Kepler inicialmente é necessário acessar o site do MAST a fim de pesquisar o alvo a ser estudado. Uma vez feita a busca no site teremos os intervalos nas curvas de luz (ou quarter, em inglês), assim como o KIK ID (número de identificação dos dados da estrela). Para a extração das curvas é necessário realizar o seu download a partir do pacote de rotinas do Lightkurve² em python que nos dá rotinas para se trabalhar com dados do Kepler e TESS da NASA. As curvas de luz possuem uma grande quantidade de pontos divididos por trimestre sendo necessário realizar o corte dos dados na curva de luz extraindo o período no qual se encontra o trânsito. Para isso, utilizamos a biblioteca Matplotlib³, que possibilita a criação e manipulação de gráficos, com ela podemos isolar apenas o período de tempo onde o trânsito é detectado.

Uma vez feito o download da curva de luz com o trânsito do exoplaneta é necessário realizar o corte do intervalo em que temos o trânsito. Na Figura 7 (painel superior), temos a curva de luz com o trânsito do exoplaneta Kepler-8 b retirada por meio dos passos anteriores. Após isso, devemos determinar o intervalo do trânsito a ser cortado (as barras em vermelho) e realizar o corte dos dados, como mostrado na figura 7 (painel inferior).

Desse modo podemos realizar a normalização do fluxo ajustando e subtraindo um polinômio de 2ª ordem, dessa forma eliminamos a variação lenta da curva de luz. Podemos fazer isso utilizando a própria biblioteca Lightkurve com o comando flatten⁴, assim temos o fluxo normalizado como mostra a Figura 8.

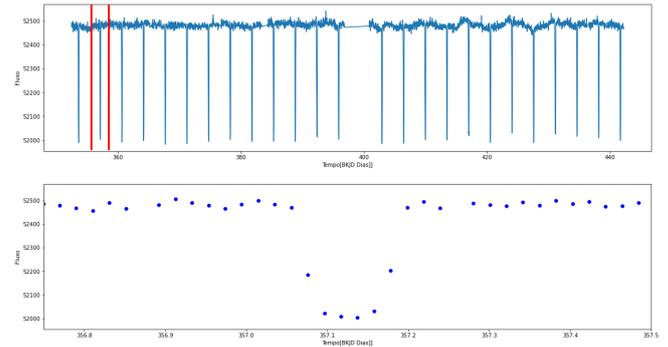


Figura 7: Curva de luz da estrela Kepler-8 (KIC ID: 6922244). Painel superior: curva de luz (fluxo por fração de dia juliano) retirada dos dados do Kepler juntamente com o intervalo do trânsito a ser cortado. Painel inferior: recorte do trânsito.

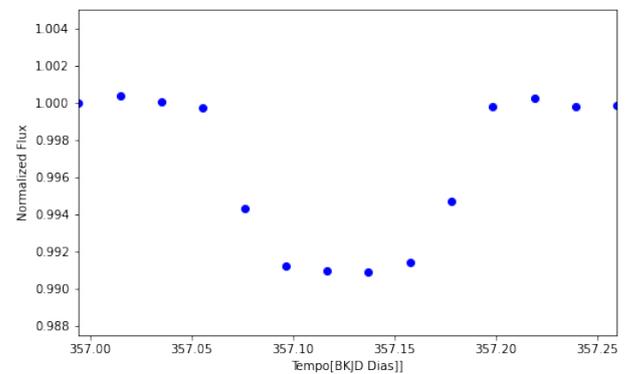


Figura 8: Curva de luz (fluxo por fração de dia juliano) normalizada da estrela Kepler-8.

4. Modelagem do trânsito

A modelagem do trânsito parte do problema do cálculo do fluxo medido por um observador distante de uma estrela esférica de raio R_* eclipsada por um planeta de raio R_p , de modo que $R_p \ll R_*$. A Figura 9 é uma representação esquemática da situação do trânsito planetário.

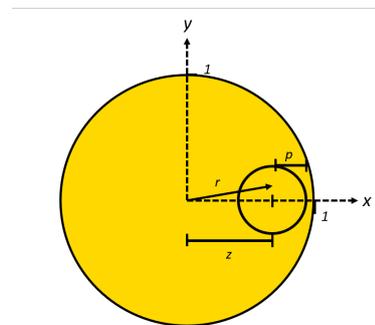


Figura 9: Sistema de coordenadas usado para nossa derivação ilustrado para o caso $z > 1 + p$.

²<https://docs.lightkurve.org/index.html>

³<https://matplotlib.org/>

⁴<https://docs.lightkurve.org/reference/api/lightkurve.LightCurve.flatten.html>

Para o escurecimento por borda da Equação 4 a intensidade específica no disco da estrela em alguma banda passante λ é:

$$I_\lambda(r) = I_0 [1 - c(1 - \mu^\alpha)] \tag{5}$$

Uma vez que $\mu = \sqrt{1 - r^2}$, temos que:

$$I_\lambda(r) = I_0 [1 - c + c(1 - r^2)^\gamma] \tag{6}$$

Onde $\gamma = \alpha/2$

Nós definimos que fluxo total da estrela quando ela não é eclipsada é igual a 1. Neste caso temos que:

$$\int_0^1 I_\lambda(r) 2\pi r dr = 1 \tag{7}$$

Para que isso seja verdade temos que

$$I_0 = \frac{\alpha + 2}{\pi [\alpha(1 - c) + 2]} \tag{8}$$

Para construir a curva de luz nós temos que calcular o fluxo sobre a área S do disco da estrela que está sendo eclipsado devido a passagem do planeta. Esse fluxo é dado por:

$$F(p, z) = 1 - \int_S I_\lambda(r) dA \tag{9}$$

Onde $p = R_p / R_*$. Nós definimos que $R_* = 1$ e R_p é dado em função do raio da estrela. Já o parâmetro z é a distância do centro da estrela até o centro do planeta. O valor de z depende do raio da órbita (a), do período orbital (P) e da inclinação orbital (i) do planeta [16] e é dado por:

$$z(t) = a \sqrt{1 - \cos^2 \left(\frac{2\pi(t_i - t_f)}{P} \right) \sin^2(i)} \tag{10}$$

A Equação 9 não tem solução analítica. Uma forma de resolvê-la numericamente é fazer a sua expansão em série de Taylor. Para entender os detalhes desse procedimento consulte a referência [15]. A solução numérica através da expansão em série de Taylor divide o cálculo do fluxo em partes. Quando o planeta está dentro do disco da estrela, $z \leq 1 - p$ e quando o planeta está próximo da borda da estrela $(1 - p) < z < (1 + p)$, já que quando ele está completamente fora $z \geq 1 + p$ o fluxo é, por definição, igual a 1.

O algoritmo em phyton que resolve a equação 9 numericamente é o `qpower2` [15]. Neste trabalho nós vamos utilizá-lo como uma função do nosso código para simular a curva de luz de estrelas com exoplanetas.

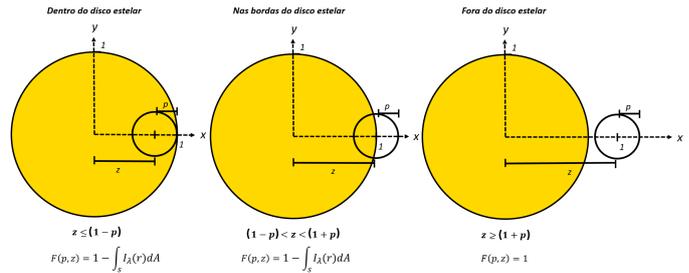


Figura 10: Representação para as três situações da curva de luz de uma estrela que sofre o trânsito de um exoplaneta.

O nosso código faz o processo de extração e normalização de curvas de luz baixadas dos dados do Kepler por meio da biblioteca `Lightcurve`. Além disso ele tem como parâmetros de entrada:

- O período orbital P do exoplaneta, estimado a partir da observação de pelo menos dois trânsitos consecutivos;
- O raio da órbita do planeta, calculado pela 3ª lei de Kepler (Equação 2);
- A inclinação orbital i . Valor sugerido.

Com esses parâmetros são calculados os valores da variável $z(t)$. Em seguida nós chamamos a função `qpower2` para calcular os valores do fluxo F em função do tempo. Os valores de entrada da função `qpower2` são:

- A razão entre o raio do planeta e da estrela p , sugerido;
- Os parâmetros c, α extraídos da tabela 1, conforme a temperatura da estrela;
- A variável $z(t)$.

Todo o código em phyton pode ser observado no Apêndice. Em síntese ele realiza o cálculo de 1000 valores de $F(t)$. Em seguida ele faz a superposição da curva de luz observada pelo Kepler com a curva simulada, com o corte do intervalo do trânsito planetário.

5. Resultado da extração de parâmetros de Kepler 8b

A estrela que hospeda o planeta Kepler-8 é um pouco mais quente e maior que o Sol e possui massa $M_* (M_\odot) = 1,21_{-0,06}^{+0,07}$, raio $R_* (R_\odot) = 1,48_{-0,06}^{+0,05}$ e temperatura $T_{eff}(K) = 6213 \pm 150$ [17].

Com a rotina descrita no capítulo 3 extraímos a curva de luz de Kepler 8 (Figura 7). A partir dessa curva nós

isolamos duas quedas consecutivas no Fluxo da curva de luz para calcularmos o período entre duas passagens do Kepler-8b pelo disco da sua estrela hospedeira. O tempo entre as duas quedas na curva de luz equivale ao período orbital do planeta, $P = 3,429$ dias, como pode ser observado na figura 11.

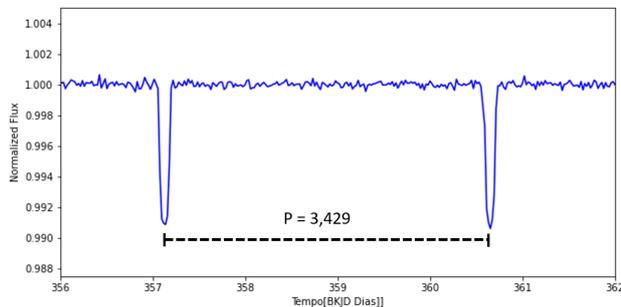


Figura 11: Determinação do intervalo do período orbital em dias.

Sabendo o valor de P usamos a Equação 2 e calculamos o valor do raio da órbita $a=0,048$ UA.

A partir dos parâmetros de entrada, partimos para a implementação do algoritmo. Obtivemos a modelagem da curva de luz, de forma que conseguimos manipular os parâmetros p e i para obter o melhor ajuste do trânsito. A consideração da Equação 10 possibilitou um melhor ajuste com os pontos extraídos dos dados do MAST, como pode ser observado.

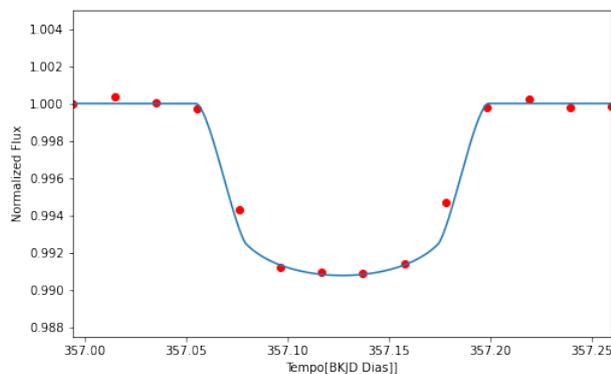


Figura 12: Modelagem da curva de luz do exoplaneta Kepler-8 b em azul, dados retirados do MAST da curva de luz (fluxo por fração de dia juliano) normalizada em vermelho.

A partir dos parâmetros extraídos da modelagem, utilizamos as equações do capítulo 2 para calcular os parâmetros R_p e a do exoplaneta Kepler-8 b. Uma vez tendo o parâmetro p calculamos o raio do planeta usando a equação 1. Com o parâmetro P calculado a partir da Figura 11 e sabendo os dados da estrela Kepler-8 podemos estimar o raio da órbita (a) presente

na equação 2. Os parâmetros calculados e extraídos da modelagem estão presentes na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros de Kepler-8 b calculados e extraídos do ajuste da modelagem do TP.

Parâmetros	Jenkins et al. 2010 [17]	Este trabalho
$R_p(R_j)$	1,419	1,420
$P(d)$	3,522	3,429
$a(UA)$	0,048	0,048
$i(\text{graus})$	84,070	84,000
b	0,724	0,726

R_j = Raio de Júpiter

d = dias

UA = Unidade Astronômica

Em suma, temos que o exoplaneta Kepler-8 b possui um raio de 7191590 Km ou $1,42 R_j$ e está a uma distância de sua estrela hospedeira de proximidade 0,048 UA. Trata-se de um exoplaneta maior que Júpiter orbitando a estrela Kepler-8 muito mais próximo que Mercúrio está do Sol.

A zona habitável (ZH), ou zona de Goldilocks de uma estrela é a região que é possível a existência de água no estado líquido. A ZH da estrela Kepler-8, é definida dada por [19].

$$R = \left(\frac{0,5L}{4\pi\sigma T^4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

Onde R é o raio da órbita da zona habitável, L é a luminosidade da estrela hospedeira em watts, σ é a constante de Stefan-Boltzmann e, por fim, T é a temperatura da estrela em Kelvin.

Portanto, temos que a estrela Kepler-8, em que o exoplaneta orbita possui 6213K de temperatura, segundo a escala espectral Harvard [18] temos que sua luminosidade é de $1,5L_{\odot}$, portanto sua ZH é de aproximadamente $1,21 \times 10^8 \text{ Km}$ ou $0,81 \text{ UA}$. Portanto Kepler-8 b não está na zona habitável de sua estrela hospedeira.

6. Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo realizar a modelagem da curva de luz de um exoplaneta afim de estimar parâmetros físicos por meio do ajuste dos dados do telescópio Kepler. Como exemplo realizamos o estudo do exoplaneta Kepler-8 b. Analisando os dados baixados da missão Kepler e com a modelagem da curva de luz foi possível obter parâmetros físicos do exoplaneta como a inclinação orbital i , o parâmetro de impacto b , o raio do planeta, seu período orbital e o raio da órbita.

E por fim estimar se o exoplaneta está na zona habitável de sua estrela hospedeira. A partir dos resultados obtidos atestamos a viabilidade da utilização da modelagem proposta para a investigação de parâmetros de exoplanetas por meio da TTP.

A abordagem desse trabalho descreveu a matemática e a geometria envolvida para se estudar curvas de luz de trânsito planetário e assim obter parâmetros físicos de exoplanetas. Além disso, o trabalho possui uma interdisciplinaridade envolvendo conceitos de programação (python), matemáticos e de Astronomia. Dessa forma, o trabalho mostra a utilização ferramentas distintas no processo de investigação científica.

Este trabalho está em processo de desenvolvimento. Ainda será implementada a estimação automática dos parâmetros p e i . Além disso, no momento não realizamos a propagação de erro dos parâmetros estimados a partir da modelagem, isso também será implementado.

Este estudo nos mostrou na prática os desafios e dificuldades encontradas no processo investigativo de exoplanetas pela TTP. Entretanto, mesmo entre as adversidades esta é uma área da Astrofísica que possui muito potencial de crescimento. Nesse sentido, esperamos evoluir o código, de modo a obter um algoritmo que consiga estimar alguns parâmetros físicos de exoplanetas de uma maneira mais completa e eficiente no processo investigativo de exoplanetas.

Material Suplementar

O seguinte material suplementar está disponível online: No **Apêndice** disponibilizamos o código que realiza a modelagem do trânsito planetário do exoplaneta Kepler-8b em Python no Jupyter Notebook.

Referências

- [1] M. Mayor and D. Queloz, *Nature* 378, 355 (1995).
- [2] A. Wolszczan and D.A. Frail, *Nature* 355, 145-147 (1992).
- [3] Agência Espacial Europeia. **Missão CoRoT**. Disponível em: <http://sci.esa.int/corot/>. Acessado em: 18 de março de 2021.
- [4] NASA. **Missão Kepler**. Disponível em: <https://nasa.gov/missionpages/kepler/main/index.html>. Acessado em: 18 de março de 2021.
- [5] NASA. **Missão TESS**. Disponível em: <https://nasa.gov/tess-transiting-exoplanet-survey-satellite>. Acessado em: 18 de março de 2021.
- [6] NASA, **Nasa Exoplanet Archive**. Disponível em: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/index.html>. Acessado em: 18 de março de 2021.
- [7] Fischer, D. A. **Exoplanet Detection Techniques**, in *Protostars and Planets VI*, 2014, p. 715. doi:10.2458/azuuapress9780816531240-ch031.
- [8] M. Konacki, G. Torres, S. Jha and D. D. Sasselov, *Nature* 421, 507-509 (2003).
- [9] E. Martioli, **Exoplanetas: O que são e como detectá-los**. Dissertação de Mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2006.
- [10] C. A. Haswell, **Transiting Exoplanets**. Cambridge University Press, New York, 2010, v. 1, p. 91, 92.
- [11] Silva, José Carlos, Roberto Junior, Artur Justiniano, Alves, João Carlos Pereira. (2020). **Deteção do trânsito planetário de um exoplaneta com um telescópio de pequena abertura**. *Rev. Bras. Ensino Fís*, 42, e20200131. Epub July 17, 2020.
- [12] P. F. L. Maxted. **Comparison of the power-2 limb-darkening law from the STAGGER-grid to Kepler light curves of transiting exoplanets**. *AA*, 616 (2018) A39.
- [13] Dr. Paul A. Wilson. **The exoplanet transit method**. University of Warwick Coventry. Disponível em <https://www.paulanthonywilson.com/exoplanets/exoplanet-detection-techniques/the-exoplanet-transit-method/>. Acessado em: 18 de março de 2021.
- [14] Espinoza, N. and Jordán, A. **Limb darkening and exoplanets: testing stellar model atmospheres and identifying biases in transit parameters**. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 450, no. 2, pp. 1879–1899, 2015. doi:10.1093/mnras/stv744.
- [15] P. F. L. Maxted, S. Gill. **qpower2: A fast and accurate algorithm for the computation of exoplanet transit light curves with the power-2 limb-darkening law**. *AA* 622 A33 (2019);
- [16] G. Morello, A. Tsiaras, ID Howarth e D. Homeier. (2017). **High-precision Stellar Limb-darkening in Exoplanetary Transits**. The American Astronomical Society.
- [17] Jenkins, Jon M collaborators. **Discovery and Rossiter-McLaughlin Effect of Exoplanet Kepler-8 b**. *The Astrophysical Journal*, Volume 724, Issue 2, pp. 1108-1119 (2010).
- [18] G. M. H. J. Habets and J. R. W. Heinze. **Empirical bolometric corrections for the main-sequence**. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series* 46 (novembro de 1981), pp. 193–237.
- [19] NASA. **How the Predicted Observables for Exoplanets are Calculated**. Disponível em: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/html>. Acessado em: 20 de março de 2021.