

Análise da contribuição do som para a energia dissipativa em uma colisão inelástica

Regiley Pimenta Ramos de Oliveira

Março 2022

Resumo

No estudo da queda livre costuma-se desprezar as energias dissipativas decorrentes do atrito, energia térmica e sonora durante a colisão quando a partícula atinge o solo. Apresentamos um método para efetuar medidas experimentais da contribuição do som em uma colisão elástica. Utiliza-se a técnica de vídeo análise para obter a posição da partícula, com o uso do *software "Tracker"* e para a captação e análise do som, usa-se o *software "Audacity"*, sendo ambos livres. Os cálculos efetuados a partir das medições apresentam resultados convincentes em termos proporcionais quando comparados com outros observáveis no experimento. O método aplicado mostrou-se adequado quanto à precisão exigida, porém a execução do experimento evidenciou possibilidades de aperfeiçoamento na etapa das medições.

Palavras-chave: Queda livre, Colisão elástica, Energias dissipativas, Vídeo análise, Áudio-análise.

Abstract

In study of free fall, it is usual to neglect the dissipative energies resulting from friction, thermal and sound energy during the collision when the particle hits the ground. We present a method for making experimental measurements of the contribution of sound in an elastic collision. The video analysis technique is used to obtain the position of the particle, by the using Tracker software and for the capture and analysis of the sound, the Audacity software is used. Both are free software. The calculations performed from the measurements present convincing results in proportional comparative terms when confronted with other experimental observables. The method applied demonstrated to be adequate in terms of the required precision, but the execution of the experiment showed possibilities for improvement in the measurement step.

Keywords: Free fall, Elastic collision, Dissipative energies, Video analysis, Audio analysis.

1 Introdução

É sabido que durante colisões, parte da energia cinética é convertida em calor e som. Entretanto, a determinação dessas contribuições pode ser um problema experimental desafiador dependendo da habilidade do experimentador e da disponibilidade instrumental. Costuma-se desprezar energias dissipativas, como atrito, energia térmica, energia sonora etc. No entanto, na natureza estas contribuições estão presentes e determiná-las pode aprimorar a análise dos fenômenos físicos que as produz.

Estudos abordando a dissipação da energia na forma de som são de interesse para as engenharias, pois um processo menos ruidoso é um processo com menos desperdício de energia. Por exemplo, em processos de moagem parte da energia é perdida na forma de ruídos [1]. Para aprimorar as técnicas de mensuração de fenômenos sonoros deste tipo, análises foram efetuadas colidindo bolas de diferentes materiais e tamanhos contra uma placa metálica e variando a velocidade. Nestes experimentos, foi possível mostrar que para cada montagem experimental obteve-se diferentes frequências nas ondas sonoras geradas [2]. Experimentos similares [3] empregaram a análise sonora para estudar a deformação nos objetos durante as colisões. Outras variações de montagens experimentais [4] corroboraram os resultados destes experimentos, porém ao invés de fazer colidir uma bola contra uma placa, fez colidir duas bolas de materiais distintos umas contra as outras.

Os trabalhos citados, mostram análises que empregam as ondas sonoras se propagando nos objetos durante as colisões, analisando os espectros do som, estudando em quais frequências ocorrem as maiores perdas de energia por meio de ressonâncias nos objetos colididos, estudando em que parte dos elementos envolvidos nos experimentos se localizam as maiores perdas por dissipação de energia na forma de sons. Entretanto, o propósito deste trabalho é apresentar uma proposta de medição da energia cinética dissipada na forma de som durante a colisão de uma esfera maciça de polipropileno contra uma barra de ferro fundido, utilizando os *softwares* livres Tracker, para efetuar vídeo análise e Audacity para a captação e a análise do som. O estudo se limita a examinar apenas a energia transferida da bola colidindo verticalmente com a superfície de metal na forma de ondas sonoras propagadas pelo ar. Não se examinam no experimento os sons propagados, por exemplo, na superfície da barra metálica.

Este artigo está organizado como segue: a primeira seção sintetiza o referencial teórico que embasa o estudo e o experimento. A segunda seção descreve os materiais e métodos utilizados, seguida da seção que apresenta e discute os resultados obtidos e as conclusões.

2 Referencial Teórico

Esta seção aborda os conceitos físicos e definições adotadas no âmbito do estudo com o objetivo de explicitar o referencial teórico a respeito de tópicos como queda livre e energia sonora.

2.1 Corpos em queda livre

A queda livre é um fenômeno bastante discutido em livros de Física [5]. Então, apenas para deixar todos os conceitos autocontidos nesta seção, apresenta-se a energia potencial gravitacional, que é definida como

$$E_p = m g h, \quad (1)$$

onde m é a massa do objeto em queda, g é a aceleração local da gravidade e h é a altura inicial a partir da qual o objeto é abandonado.

Considerando um objeto liberado a uma altura h , no vácuo, sua energia antes de tocar o solo será igual a energia E_p . Assumindo-se, como de hábito, todas as condições ideais, após a colisão contra o solo o objeto voltaria à posição inicial h . Porém, neste caso, a colisão é inelástica, porque há perdas de energia.

Pode-se analisar este fenômeno somente observando a altura após seu primeiro contato como o solo. Neste caso é possível calcular a energia dissipada apenas verificando a

diferença de altura entre sua altura inicial e a altura alcançada após tocar o solo e voltar a elevar-se contra a gravidade. Neste caso,

$$E_l = m g (h - h_1) , \quad (2)$$

onde E_l é a energia dissipada e h_1 é a altura alcançada pelo objeto após o seu primeiro contato com o solo.

A rigor, a energia dissipada é transformada em outras formas de energia, como por exemplo, na forma de uma deformação tanto do objeto quanto da superfície contra a qual colidiu, no aumento de temperatura no ponto de contato em que o objeto tocou esta superfície e, no caso particular de interesse desse estudo, em ondas sonoras [6].

2.2 Colisões

Para compreender melhor a dissipação de energia, deve-se, em primeiro lugar, entender o que é uma colisão. Pode-se definir uma colisão como uma interação com duração limitada entre dois ou mais corpos [5]. Durante uma interação não acontece necessariamente um contato como, por exemplo, quando um corpo celeste – um meteoróide – que passa perto da Terra e há alguma interação gravitacional, imprimindo-lhe impulso e, conseqüentemente, velocidade ao objeto. Note que mesmo que por um instante, há uma colisão. Para todos os efeitos neste estudo, quando a interação ocorreu necessariamente um contato da bola com o bloco de metal.

No estudo de colisões, dois conceitos ou teoremas são primordiais: A conservação de energia e a conservação de momento (*momentum*), mas para o caso em estudo, devemos apenas abordar a conservação de energia, já que há a atuação da força gravitacional sobre a esfera.

2.2.1 Conservação de Energia

Como premissa para uma colisão, a lei da conservação de energia é a base para este estudo. A variação de energia existe nos corpos dentro de um dado sistema, mas a soma das energias potencial e cinética do sistema sempre será a mesma. Como se sabe, a energia não pode ser criada ou destruída; pode apenas ser transformada de uma forma para outra, com sua quantidade total permanecendo constante [6]. Equacionando este enunciado, para uma situação que não se tem energias dissipativas, tem-se que

$$E_{\text{total}} = T + U , \quad (3)$$

onde T é a energia cinética e U é a energia potencial.

Nos momentos entre as colisões, isto é, o primeiro e o segundo contato entre a bola e a barra, pode-se impor sem perda de generalidade que se $T = U$,

$$\begin{aligned} \frac{m v_1^2}{2} &= m g h_1 \\ \frac{m v_2^2}{2} &= m g h_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Na colisão além da conservação de momento, existe também a conservação de energia, ou seja, a energia antes deve ser igual a energia depois

$$E_{\text{antes}} = E_{\text{depois}} \Rightarrow \frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} \quad (5)$$

ou

$$E_{\text{antes}} = E_{\text{depois}} \Rightarrow m g h_1 = m g h_2 \quad (6)$$

mas, como se ressaltou antes, como $h_1 \neq h_2$, existe um termo faltante que contribui para que a energia se conserve. E este termo faltante que já é mencionado na equação (2), é discutido a seguir.

2.3 Energia sonora

O som se propaga em ondas transversais [6, 7]. Ondas transversais são ondas cujas vibrações são perpendiculares à direção de propagação. Tal propagação se dá através de um meio como, por exemplo, o ar. A propagação sonora é de fato uma propagação de energia.

Vale ressaltar que a medição que se faz de ondas sonoras enfatiza a intensidade, que é definida como a energia média transmitida através da seção, por unidade de tempo e área [7]. Então pode-se afirmar que

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A} = \frac{W}{m^2}, \quad (7)$$

onde E é a energia, A é a área da seção transversal, t é o tempo de propagação e P é a potência.

A unidade de intensidade sonora é o bel, denotada por B, em homenagem ao Alexander Graham Bell (1847-1922). Entretanto, por conveniência, em documentos técnicos e manuais de engenharia e edição de áudio, usa-se um múltiplo, o decibel (dB), pois ao aumentar a intensidade sonora de 1 B, a intensidade torna-se 10 vezes maior, o que exige o emprego de medidas em escala logarítmica.

Esse método de medir a intensidade se deve pelo fato da sensibilidade do sentido humano da audição, cujo ouvido percebe o som aumentando em escala logarítmica. Além do fato de existir um limiar de audibilidade, que é quando o ouvido humano não consegue perceber um som. Deste modo os microfones e os *softwares* de áudio também são construídos limitados a este limiar, que é representado por $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$. Então para transformar de intensidade sonora para decibéis, usa-se a equação (8) a seguir

$$\alpha = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (8)$$

em que α é o nível de intensidade sonora em decibéis (dB).

3 Materiais e Métodos

A montagem experimental foi planejada para a aquisição de dados tanto de vídeo quanto para o áudio. Empregaram-se neste estudo técnicas de análise do som e de vídeo. A análise do som foi efetuada com uso do *software Audacity* [8], versão 3.1.3. A vídeo análise utilizou o *software Tracker* [9], versão 6.0.8.

Utilizou-se ainda a linguagem *Python*, versão 3.8.13, com a biblioteca *Matplotlib*, versão 3.5.1, para confecção dos gráficos e a biblioteca *Numpy*, versão 1.22, para os cálculos numéricos. A linguagem *Python* foi executada em modo interativo com uso da plataforma *Jupyter Notebook*, versão 6.3.0, sob o *browser Mozilla Firefox*, versão 99.0.

Todos os *softwares* utilizados no estudo foram executados no sistema operacional GNU/Linux, distribuição Ubuntu, versão 20.04.4 LTS, tendo como plataforma um *notebook*, com processador i5, 5ª geração, 64 bits, com 8 MB de memória RAM, placa de vídeo Intel HD *Graphics* 4400 (HSW GT2), e placa de áudio *HD Realtek*.

O vídeo foi gravado no formato *mov*, utilizando uma câmera DSLR Canon 50D, com velocidade de gravação a 30 FPS. O áudio foi capturado no formato *aup* com uso de um microfone BM800, padrão polar unidirecional, com sensibilidade no intervalo de -34 dB a 130 dB ± 2 dB (0 dB = 1 V/Pa em 1 KHz), que foi colocado a $0,2$ cm da colisão e conectando-o a placa de áudio do computador.

No experimento usou-se uma esfera maciça (bola) de polipropileno, com massa de $m = 0.0306$ kg colidindo contra uma barra de ferro fundido, de dimensões $10 \times 10 \times 30$ cm. A montagem experimental pode ser vista na Figura 1.

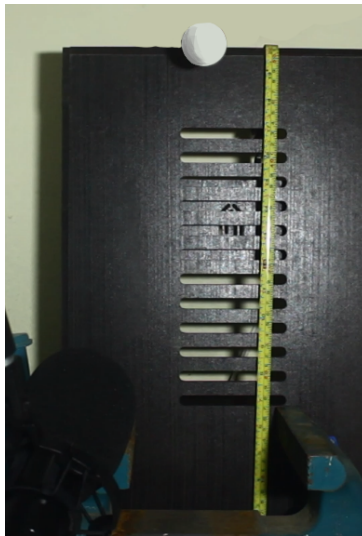


Figure 1: Montagem do experimento.

Para mensurar a altura da bola, foi colocada uma trena ao fundo. Para a captação do áudio, o microfone foi posicionado a uma distância de 20 cm do local da colisão e os dados gravados diretamente no *Audacity* que, posteriormente foram exportados para um arquivo no formato *CSV* (*Comma-separated Values*) para serem processados com uso da linguagem *Python*.

Além destes recursos e instrumentos, outros elementos constitutivos do aparato experimental são descritos e detalhados a seguir.

3.1 Vídeo Análise

A utilização da vídeo análise é atualmente um recurso de fácil acesso pois atualmente mesmo *smartphones* têm câmeras sofisticadas com alta resolução (*Charge-Coupled Device* – *CCD*). Esta disponibilidade tem viabilizado inclusive o uso da vídeo análise como recurso didático e alcançando diferentes níveis de ensino, desde o ensino básico [10] até o nível superior de graduação [11]. Neste trabalho, a técnica de vídeo análise servirá para obter uma medida que permita calcular a energia potencial gravitacional que uma bola adquire no início do lançamento.

Um vídeo digital é formado por uma sucessão de imagens que são substituídas em sequência dando uma sensação de movimento ao observador humano. Na maioria das

câmeras essas imagens são capturadas a uma taxa de 30 FPS (*frames per second*), embora já existam equipamentos acessíveis com uma taxa de 60 FPS e outros equipamentos que vão além [12].

Na aquisição dos dados, é importante salientar alguns parâmetros. Os principais são [13]:

- A cena que contém o fenômeno a ser estudado deve ser enquadrada com a câmera perpendicular ao deslocamento do objeto em movimento;
- O fundo da cena deve contrastar com o objeto de interesse ao estudo, para isso a iluminação deve ser adequada;
- De preferência, ter uma escala métrica filmada junto do fenômeno na cena, para garantir a unidade de medida.

3.1.1 O software Tracker

O *software Tracker*, que é um projeto da Open Source Physics [14] funciona examinando quadro a quadro de um vídeo, ou seja, imagem a imagem, permitindo adquirir com boa precisão a posição dos objetos capturados no vídeo [13].

No experimento deste estudo, depois de capturado, o vídeo foi importado para o *Tracker* a fim de realizar as análises. No *Tracker* há uma opção que permite a aquisição automática dos pontos de uma trajetória. Entretanto, a qualidade das medidas obtidas com a aquisição automática depende significativamente da resolução e da configuração da câmera, por exemplo, da velocidade de abertura do diafragma da câmera. Se o movimento do objeto for mais rápido do que a capacidade de captação da imagem pelo mecanismo da câmera, o resultado é um “borrão” na imagem, como mostra a região circulado em vermelho na Figura 2.

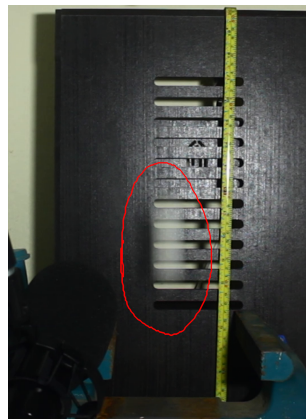


Figure 2: Detalhe do borrão branco que ocorre quando a câmera não consegue capturar com precisão a posição da bola na cena.

De início tentou-se fazer o rastreamento totalmente automático. Porém, isso não foi possível devido às características do *hardware* da câmera. Como todos os *frames* do vídeo eram essenciais para uma boa medida e o que interessava a rigor eram as medidas de posição (alturas), a solução foi coletar todos os dados no modo manual, *frame a frame*. Quando todos os parâmetros são ajustados adequadamente, a aquisição de dados, seja no modo automático, seja no modo *frame a frame*, como foi empregado neste estudo, resulta em medidas precisas.

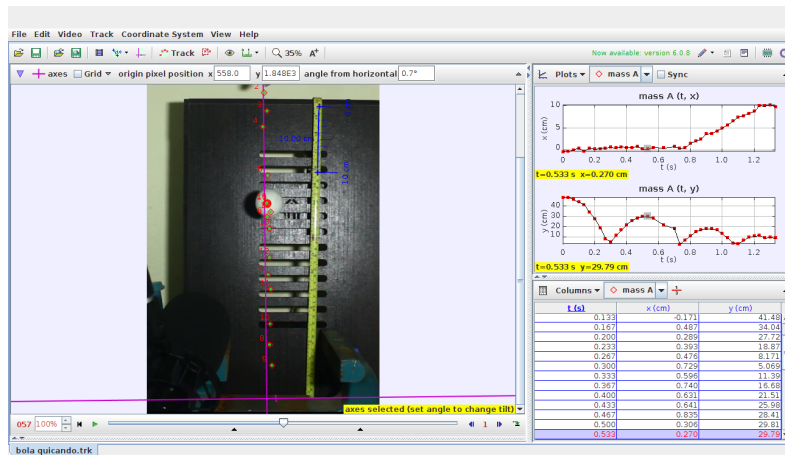


Figure 3: Tela do *software* Tracker com o evento sob análise.

Na Figura 3 apresenta-se uma tela do *Tracker* com o experimento montado, os pontos experimentais apresentados em dois gráficos mostrados do lado direito da Figura. O gráfico superior direito, mostra os pontos medidos ao longo do deslocamento horizontal da bola e o gráfico logo abaixo deste, mostra as medidas do deslocamento vertical da bola. Ambas as medidas estão mostradas em tabela no canto inferior direito da Figura 3. No lado esquerdo da mesma Figura, a cena com o eixo de referência e orientação, uma trena para fornecer a escala e unidades de medida. Nota-se a nitidez da bola, garantindo uma boa marcação de sua posição na cena.

A vídeo análise representou apenas uma parte da montagem experimental. A captação do som e os procedimentos de cálculo são abordados na sequência.

3.2 Análise do som

Embora seja mais comum a análise do som investigando o espectro [1–4], neste estudo a proposta é avaliar a pressão sofrida pelo diafragma do microfone proveniente do ruído da colisão (contato) da bola de encontro a barra metálica. Tal pressão é detectada por uma película com um ímã anexado a ela que vibra de acordo com a pressão do ar provocada pela propagação sonora no ar. Ao redor do ímã há uma bobina que então transforma as vibrações sentidas em corrente elétrica [15].

No computador, o dado analógico que se obtém é a diferença de potencial, ou seja, o deslocamento máximo da película do diafragma do microfone gera 1 V e corresponde a 0 dB na escala digital de correlação utilizada nos *softwares* de edição de som. Apresenta-se mais detalhes a respeito deste processo de conversão.

3.2.1 Aquisição do som e o *software Audacity*

O *Audacity* é um editor de áudio sob licença de *software* livre e de código aberto e funciona de forma estável com áudio de até 32 bits/384kHz, tratamento de ruídos integrado. O *software* permite fazer mixagem de faixas de áudio (gravação estéreo, mono ou até multi-faixa) e renderizar e unificar a saída em uma única trilha de áudio. Oferece edição flexível até o nível da amostra, bem como espectrograma e visualizações espectrais para analisar a resposta de frequência [8].

Em *softwares* de edição de áudio é comum usar uma conversão analógico-digital na qual o pico de máximo é medido em 1V/Pa e o pico mínimo é em $-1V/Pa$ e que é

denominado de RMS (*Root Mean Square*) [8], além de ser tratado de forma linear, que foi destacado na seção 2.3 e mostrado na Figura 4.

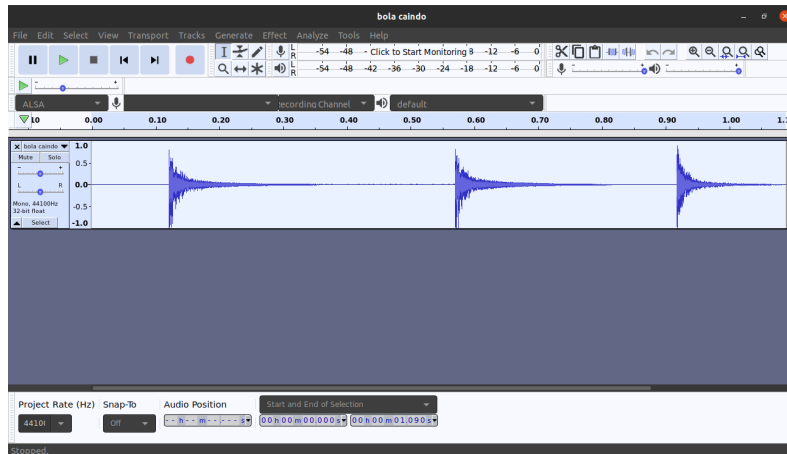


Figure 4: Tela do Audacity mostrando a faixa de áudio em que, no eixo das ordenadas, aparece o intervalo de $-1V/Pa$ a $1V/Pa$.

Para a conversão dos dados de analógico para digital, primeiro foi preciso transformar da forma linear para a forma logarítmica, que é medida em dB. Após esta conversão, a amplitude máxima ficou em 0 dB e a mínima, em $-\infty$. Como o gerador de gráficos *Python* não reconhece o dado no formato exportado pelo *Audacity*, o ponto de mínimo foi alterado para -100 , já que os menores valores eram próximos a este valor escolhido, como se pode ver na Figura 5.

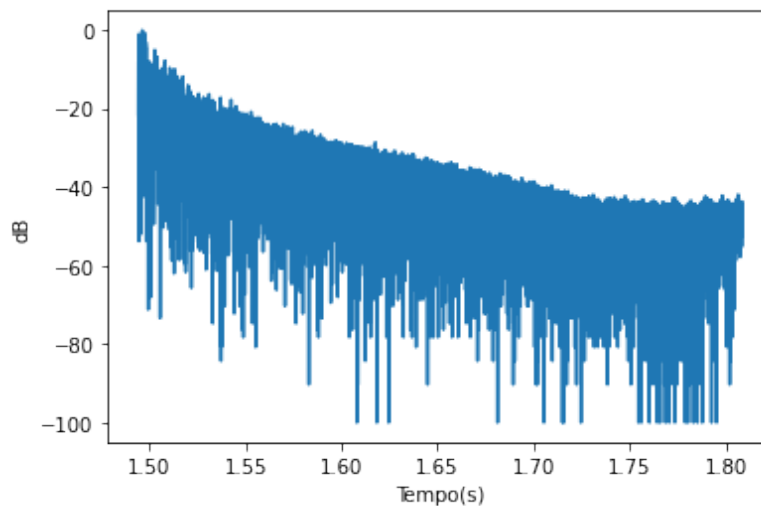


Figure 5: Gráfico convertido de RMS para dBV.

Conhecendo-se então a sensibilidade do microfone, ajustou-se a sensibilidade para o máximo e o mínimo captável pelo microfone. Somente após estes ajustes instrumentais é que foi possível proceder ao tratamento matemático e recorrer às equações (7) e (8) para poder determinar a energia do som no experimento e calcular a integral da equação (9).

$$E = \int_{t_0}^{t_f} A I_0 10^{\frac{\alpha(t)}{10}} dt \quad (9)$$

onde E é a energia sonora, t_0 e t_f são, respectivamente, os instantes inicial e final do intervalo de integração, I_0 é o limiar de audibilidade e A é a área da propagação sonora.

Na Equação (9) tem-se que o termo A diz respeito a área de propagação da onda sonora. Como a bola colide com um bloco de metal, considerou-se esta área de propagação como uma casca semi-esférica, com o centro na posição da colisão. Com isso o valor da área equivale a $A = 2\pi \times 0,04 \simeq 0.251 \text{ m}^2$.

Como não se conhece a função $\alpha(t)$ o cálculo foi efetuado numericamente, usando o Método do Trapézio [16], por meio do pacote *Numpy* da linguagem *Python*, já que eram todos pontos bem definidos.

Os resultados obtidos a partir dos dados adquiridos e tratados tanto da vídeo análise quanto da análise do áudio são discutidos na próxima seção.

4 Resultados e Discussão

A coleta de dados da vídeo análise foi necessária como primeiro passo para calcular a energia potencial total dissipada entre a primeira e a segunda colisão da bola com a barra. Na Figura 6 apresenta-se o gráfico da altura em função do tempo obtido com os dados analisados com o *software Tracker*.

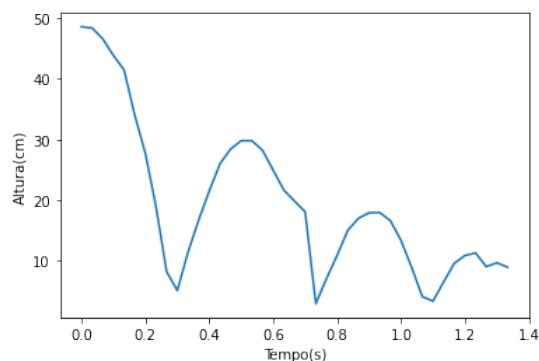


Figure 6: Gráfico tempo *versus* altura gerada a partir dos dados obtidos com vídeo análise no *Tracker*

No gráfico da Figura 6 nota-se que a evolução da curva denota claramente um amortecimento gradual conforme esperado devido à resistência do ar e à dissipação da energia potencial gravitacional. A altura estimada nos dois picos da curva foi de $h_1 = 0,4861m$ e $h_2 = 0,2981m$.

Substituindo os valores encontrados na equação (2), obtém-se que a energia potencial calculada $E_l = 5,68 \times 10^{-2} \text{ J}$. Com este resultado pode-se inferir que ocorreu uma colisão inelástica, como também foi verificado em outros estudos [17], o coeficiente de restituição encontrado foi de $e = 0,78$.

Concluída a etapa de vídeo análise e extraído dos dados todas as informações possíveis, o passo seguinte foi a análise do áudio gravado.

Para calcular a integral da equação (9) foi preciso recorrer ao cálculo numérico. Aplicando o Método do Trapézio com o algoritmo disponível no pacote *Numpy* da linguagem *Python*¹ para o primeiro pulso, o resultado expresso na forma gráfica está representado na Figura 7.

¹O código fonte dos cálculos está disponível em <https://github.com/Regiley/Calculo-dissipacao-do-som>.

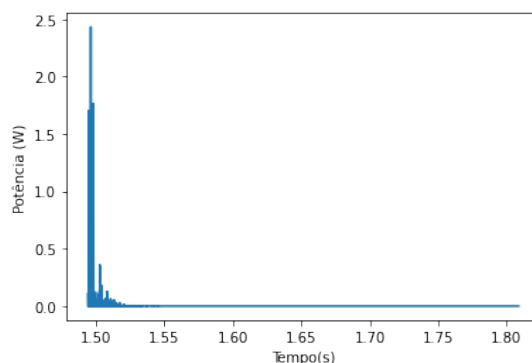


Figure 7: Gráfico do sinal normalizado, convertido de dBV para W.

Após a etapa do processamento do áudio, da normalização, conversão para unidade de potência e integração, obteve-se como resultado $E = 8,97 \times 10^{-4}$ J, que representa 1,58% da energia dissipada na colisão. Este resultado corrobora os obtidos em estudos prévios [4]. Além disso, comparando com a energia total e com a energia total dissipada, a contribuição da energia dissipada na forma de som, como esperado, representa uma ínfima porcentagem da energia total. Por este motivo é justificável considerá-la desprezível na maioria dos experimentos e cálculos.

5 Conclusões

O propósito deste estudo foi aplicar um método de medição da energia cinética dissipada na forma de som durante a colisão de uma esfera maciça de polipropileno contra uma barra de ferro fundido, utilizando os *softwares* livres *Tracker*, para fazer a vídeo análise e o *software Audacity* para a análise do som. Os processamentos dos dados de áudio, após tratamento no *Audacity*, foram exportados para um arquivo no formato CSV para serem normalizados e submetidos a cálculos numéricos efetuados com algoritmo em linguagem *Python*.

O estudo examinou apenas a energia transferida da bola colidindo verticalmente com a superfície de metal na forma de ondas sonoras propagadas pelo ar. Não se examinou no experimento os sons propagados na superfície da barra metálica.

Os resultados mostraram a possibilidade de medir a energia dissipada em forma de som, mesmo representando um percentual muito pequeno da energia total envolvida no fenômeno, o que justifica desconsiderar sua contribuição na maioria dos casos.

Em futuras análises, pretende-se estudar o espectro do som, bem como a propagação sonora no bloco metálico, o que poderia evidenciar a contribuição de quantidades adicionais da energia dissipada.

Referências

- [1] Cuadrado-Laborde C, Damonte L, Mendoza-Zélis L. Typical Audio Measurements in Oscillatory Ball Milling Processes and its Relationship with the Rate of Energy Transferred to the Powder. *Journal of Metastable and Nanocrystalline Materials*. 2004 jul;20-21:169-74. Available from: <https://www.scientific.net/JMNM.20-21.169>.

- [2] Igarashi T, GoTo M, Kawasaki A. Studies on Impact Sound: First Report, The Sound Generated by a Ball Colliding with a Plate. *Bulletin of JSME*. 1985;28(235):148-54.
- [3] Troccaz P, Woodcock R, Laville F. Acoustic radiation due to the inelastic impact of a sphere on a rectangular plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2000;108(5):2197-202.
- [4] Mehraby K, Beheshti HK, Poursina M. Impact noise radiated by collision of two spheres: Comparison between numerical simulations, experiments and analytical results. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2011;25(7):1675-85.
- [5] Chaves A. *Física Básica:mecânica*. LTC; 2007.
- [6] Hewitt PG. *Física Conceitual*. 12th ed. Bookman; 2015.
- [7] Nussenzveig HM. *Curso de Física Básica: 2 - Fluidos Oscilações e Ondas Calor*. vol. 2. Blücher; 2014.
- [8] Audacity Manual;. Available from: <https://manual.audacityteam.org/>.
- [9] Manual Tracker;. Available from: https://physlets.org/tracker/tracker_help_pt_BR.pdf.
- [10] Marculino CHS, Pimenta VJ, David FdFS, Silva YL, De Almeida JV, Silva AAB, et al. Uso de Vídeo-análise para Promover a Experimentação dos Conceitos de Física com Atividades ao Ar Livre. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. 2019 jun;10(3):243-56. Available from: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2046>.
- [11] Jesus SDGG V L B de. Vídeo-análise de um Experimento de Baixo Custo Sobre Atrito Cinético e Atrito de Rolamento. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. 2014;36(3):1-6.
- [12] Câmera Slow Motion T1340 – DVPRO;. Available from: <https://dvpro.com.br/categorias/slow/cameras-slow/t/t1340/>.
- [13] Brown D. Tracker Video Analysis and Modeling Tool; 2013. Available from: <https://www.compadre.org/osp/items/detail.cfm?ID=7365><http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>.
- [14] Open Source Physics;. Available from: <https://www.compadre.org/>.
- [15] Hany D, Emad S, Atta M, Ahmed H, Khaled T. Converting Wasted Sound Energy to Electricity by Using Condenser Microphone and Power Amplifier. 2020;(December):0-5.
- [16] Campos Filho FF. *Algoritmos Numéricos: uma Abordagem Moderna de Cálculo Numérico*. 3rd ed. LTC; 2018. Available from: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788521635659>.
- [17] Meira Filho DP, Kamassury JKS, Meira RCdS. Uma Discussão Sobre o Coeficiente de Restituição. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. 2017 apr;39(4):4302.