

UM PACOTE EM LINGUAGEM R PARA A PROPAGAÇÃO DE ERROS NO LABORATÓRIO DE MECÂNICA

A PACKAGE IN LANGUAGE R FOR THE PROPAGATION OF ERRORS IN THE MECHANICS LABORATORY

RAFAEL ALVES LOZANO¹, ERIC BATISTA FERREIRA²

¹ Graduado em Física Licenciatura, Universidade Federal de Alfenas, Brasil.

² Docente do Departamento de Estatística, Universidade Federal de Alfenas, Brasil.

Resumo

A experimentação é comumente realizada em laboratório e necessita de coleta de dados precisos para se obter resultados de uma dada grandeza desejada. É por este motivo, que quando tratamos experimentos em Física, não nos basta apenas o resultado da medição, mas também de sua incerteza. Por maior cuidado que se tenha ao efetuar uma medição, utilizando equipamentos dentro de um paradigma teórico e tecnológico, os resultados obtidos serão afetados por diversos tipos de erros, como os grosseiros, os sistemáticos, e os aleatórios. A partir disso, as grandezas físicas de saída (dependentes das medições) herdam os erros e incertezas, daí a necessidade de propagá-las. A propagação de erros pode se dar de forma analítica, numérica ou computacional. Dentre os recursos computacionais disponíveis, o software R é uma opção livre, gratuita e de código aberto, que auxilia no ensino e pode ser útil na propagação de erros. Este trabalho propõe um pacote de funções em linguagem R - `ErrorMech` - para os principais experimentos de Mecânica Clássica praticados em cursos de graduação em Física no Brasil. O referido pacote ficará disponível no repositório do software R para utilização com finalidade didática e/ou experimental.

Palavras-chave: *Software R, Ensino de Física, Recursos Computacionais, Medições, Incertezas.*

Abstract

*Experimentation is commonly performed in the laboratory and requires accurate data collection to obtain results of a given desired quantity. It is for this reason that when we deal only with our uncertainty in Physics, not only the result of the attempt, but also its uncertainty. For greater care, take into account the different types, using the equipment, one that has the possible results, such as the different models and the different ones, the systematic ones, the systematic ones, the ones that were chosen and the different types, the systematic ones. , systematic and systemic. From this, the physical output quantities (dependent on measurements) inherit errors and uncertainties, hence the need to propagate them. Error analysis can take an analytical, numerical or computational form. Among the available computational resources, software is a free, free, open option, which is not useful for teaching and open error code and can be useful. This work is a package of functions in R language - *ErrorMech* - for the main experiments of Classical Mechanics designed in courses of execution in Physics in Brazil. R software usage program available for purpose and/or experimental use.*

Keywords: *Experimental Physics, Error Propagation, R Software, Physics Teaching.*

I. INTRODUÇÃO

A Física na Educação Básica, ou até mesmo no Ensino Superior, é tratada como uma disciplina difícil, uma vez que há um paradigma do ensino de Física tradicional, configurado como a simples transmissão de conteúdo, conceitos e fórmulas (MARGARIDA; HENRIQUE, 2021). Esse não é o intuito do ensino de Física, uma vez que ela é muito mais do que a utilização de fórmulas e teorias. O aluno deve ter liberdade na elaboração de hipóteses e fazer experimentações que as confirmem ou refutem.

A relação da Física com a experimentação é essencial, e está inserida na epistemologia da ciência moderna. É impossível separar a Física da atividade experimental. Logo, uma abordagem para a construção do conhecimento científico é a realização de experimentos (SOUSA JR et al., 2020), haja vista que diversas teorias e conceitos físicos podem ter seus fenômenos experimentados pelo próprio aluno, formando assim um excelente recurso de ensino para a compreensão dos conteúdos.

Na realização de experimentos é necessário que dados sejam coletados por meio de medições, seja do comprimento, da posição, do tempo e/ou da massa. Esses dados são utilizados para comparar resultados, comprovar leis e vivenciar fenômenos físicos. No entanto, algumas grandezas que não podem ser medidas diretamente, são calculadas por meio das grandezas de entrada. E, como existe incerteza nas variáveis medidas, esse erro precisa ser abrigado na grandeza de saída. Daí surge a propagação de erros, nas aulas de laboratório de Física, como uma forma de verificar a confiabilidade de dados de uma certa amostra ou medida, que está submetida a diferentes operações matemáticas a partir da repercussão de dados e incertezas entre grandezas de entrada e saída (PEREIRA et al., 2016).

A propagação de erros é de extrema importância. Ela precisa ser compreendida pelo estudante, em seu caráter algébrico e por meio de exemplos. Por outro lado, a propagação é

trabalhosa e dispendiosa de tempo de aula. Portanto, é hipótese deste trabalho que, uma vez compreendida, a propagação poderia ser feita por meio de um software para que o foco da aula se transferisse para os experimentos e estimação das grandezas físicas.

Nesse sentido, os recursos computacionais podem ser utilizados nas aulas para contribuir no processo de ensino aprendizagem, visam melhorar a compreensão, poupar tempo e motivar os alunos, prendendo a atenção ao conteúdo (HADAD; MELO JUNIOR; SILVA, 2018). Dentre as linguagens de programação importantes para os físicos em formação, ressaltasse a linguagem R (R CORE TEAM, 2022), por ser fácil (de alto nível) e seu software ser gratuito, livre e de código aberto. Por isso, este trabalho é totalmente construído com base na linguagem R.

É neste cenário que este trabalho traz uma proposta de pacote computacional de propagação de erros para as principais práticas de Mecânica Clássica. No entanto, antes da criação do pacote se fez necessário investigar e sistematizar quais experimentos de Mecânica são mais frequentemente praticados no Brasil. Para isso, foi feita uma pesquisa em Projetos Políticos Pedagógicos dos cursos de Física (bacharelado e licenciatura) de Instituições de Ensino Superior (IES) Públicas brasileiras.

II. RECURSOS COMPUTACIONAIS NO ENSINO

A utilização das chamadas Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs), que são recursos computacionais utilizados para auxiliar nas aulas tem contribuído no processo de ensino aprendizagem de estudantes (HADAD; MELO JR; SILVA, 2018), melhorando a compreensão, poupando tempo, motivando os alunos e prendendo a atenção ao conteúdo. Esses recursos computacionais tecnológicos estão cada vez mais presentes na sala de aula e sugerem, devido ao aumento na acessibilidade a essa tecnologia, que o professor utilize esses recursos como forma de favorecer a aprendizagem e o interesse dos discentes (MARCULINO et al., 2019).

Nas aulas de laboratórios de Física utilizamos a propagação de erros, uma forma de verificar a confiabilidade de dados de uma certa amostra ou medida, que está submetida a diferentes operações matemáticas a partir da repercussão de dados e incertezas entre grandezas de entrada e saída (PEREIRA et al., 2016). Entretanto, embora importante, a propagação de erros é trabalhosa e dispendiosa de tempo de aula e após compreendida algebricamente, praticada em um exemplo, poderia ser mais rapidamente feita para que o foco da aula se transferisse para os experimentos e estimação das grandezas físicas desejadas.

Considerando o exposto, uma proposta interessante é o uso de um software para resolver essas operações matemáticas de forma a simplificar e contribuir para o ensino aprendido do aluno. Nesse sentido, existem softwares que vêm sendo utilizados tanto para coleta de dados, quanto para tratamento e propagação de erros desses dados, como por exemplo o Erros Acumulados em Análises Laboratoriais (EAAL) (LOCH, 2017) e o LAB Fit (PEREIRA et al., 2004). E também com a ajuda das linguagens de programação, podemos definir funções em um pacote, de forma a serem resolvidos quando providos de dados. As linguagens de programação são importantes para físicos em formação, entre elas a linguagem R que é fácil (de alto nível) seu software gratuito, livre e de código aberto.

R é um ambiente computacional e uma linguagem de programação que vem se es-

pecializando em manipulação, análise e visualização gráfica de dados (R CORE TEAM, 2022). O ambiente está disponível para diferentes sistemas operacionais: Unix/Linux, Mac e Windows. A linguagem R é largamente usada entre estatísticos e analistas de dados para desenvolver software de estatística e análise de dados. Pesquisas e levantamentos com profissionais da área mostram que a popularidade do R aumentou substancialmente nos últimos anos.

A respeito do software R, historicamente, temos que

O software R surge com a criação da linguagem de programação R. Criada pelos pesquisadores Brian Ripley e Bill Venables [...], a linguagem R tem a aparência da linguagem S e a semântica da linguagem Scheme. Esses pesquisadores formaram um time de especialistas, o R Core Team, que matem até hoje o software atualizado, de código aberto e gratuito (FERREIRA, 2020, p. 1-2).

Os pacotes disponíveis no R são relativos a diversas áreas, da Estatística, da Ecologia, Matemática, Ciências Sociais, Economia, Finanças, dentre outras (FERREIRA, 2020). Especificamente para a Física, temos pacotes sobre espectroscopia, espectrometria de massa, ressonância magnética funcional, microscopia de imagem vitalícia de fluorescência, astronomia e astrofísica, dentre outras relacionadas a Física (CRAN TASK VIEW, 2022). E embora o Software seja expressamente utilizado e rico de pacotes de dados em diferentes áreas, inclusive na Física, ele é escasso de pacotes para uso de Física experimental. Por isso, mesmo que seja uma ferramenta de domínio estatístico, os físicos podem se beneficiar do software R por ser gratuito, livre, de código aberto, com funções estatísticas implementadas e ferramentas gráficas. Exploraremos, portanto, a sua utilização em experimentos de Mecânica.

III. A PROPAGAÇÃO DE ERROS

Nos laboratórios de Física experimental a cada experiência realizada, diferentes variáveis são estudadas pelo estudante de Física. E como objetivo do laboratório experimental, a cada uma dessas variáveis que se é estudada, há uma coleta de dados. Para toda a coleta de dados, há também um instrumento, material, medidor, e até mesmo um instrumentador para se realizar.

Essas experiências realizadas nos permitem produzir conhecimento científico, testar e até mesmo contestar leis e fenômenos físicos. A cada amostra de dados coletados em laboratório experimental não podemos afirmar que aquele resultado é preciso ou exato (ANDRADE et al., 2017). Isso se dá pois, embora a experimentação tenha sido realizada com a maior destreza e cuidado, ao efetuar a medição, ainda que utilizando equipamentos de maior precisão, os resultados serão afetados por diversas incertezas (CABRAL, 2004).

Neste momento, é necessário que comecemos a definir conceitos, para o desenvolvimento do trabalho:

Entende-se por “exatidão” a maior ou menor aproximação entre o resultado

obtido e o valor verdadeiro. A “precisão” está associada à dispersão dos valores resultantes da repetição das medições (CABRAL, 2004, p. 9).

E que:

A garantia de uma boa aferição de dados em um experimento é dada por dois parâmetros, sendo eles: o erro, que é quão distante o valor medido está do valor real e a incerteza, que exprime o quanto variam as medições feitas por uma mesma pessoa através de um mesmo método num mesmo intervalo de tempo (ANDRADE et al., 2017, p. 1).

Um dos parâmetros, o erro, pode ser causado por diversos fatores em uma medição (ANDRADE et al., 2017) e por isso é classificado (CABRAL, 2004) em erros grosseiros, àqueles causados devido à imperícia do instrumentador, erros sistemáticos, àqueles causados sempre pelos mesmos motivos, ou seja, é o mesmo para qualquer resultado quando a medição é repetida, e erros aleatórios, associados a variabilidade dos processos naturais, ou seja, fatores que não podem ser controlados, como por exemplo, condições normais de temperatura, pressão, umidade e luz (PEREIRA et al., 2016).

O segundo e último parâmetro, é a incerteza, configurada como (PEREIRA et al., 2016; ANDRADE et al., 2017; CABRAL, 2004) uma estimativa que quantifica o quanto o resultado é confiável segundo o valor obtido.

Como definido, a incerteza de uma medição é um:

Parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos à mensurada (VIM, 2012).

Mensurada é a grandeza que se pretende medir (ANDRADE et al., 2017). E o termo grandeza (CABRAL, 2004) é o que quantifica uma grandeza específica sob a forma de um número multiplicada pela unidade de medida e que caracteriza a propriedade de um fenômeno.

Combinando as definições feitas acima, chegamos a expressão de resultado de uma medição, que exprime o resultado de uma medição e inclui uma informação sobre a incerteza da medição: (valor medido \pm incerteza) [unidade de medida].

Pereira et al. (2016) apresentam o conceito de propagação das incertezas:

Paralelamente à definição de incerteza, deve ocorrer também uma exposição do conceito de propagação da mesma. Como toda grandeza de entrada em um processo de cálculo apresenta uma incerteza, o mesmo deve ocorrer com as grandezas de saída. A repercussão dessas incertezas entre diferentes grandezas de entrada e saída é justamente a propagação de incertezas, a qual pode ser definida por uma lei (PEREIRA et al., 2016).

Algebricamente, a depender do autor, chamam-se de incertezas diversas medida de variabilidade, como variância, desvio-padrão, erro-padrão, amplitude etc. Comumente, as variâncias representam as incertezas, e podem ser de ordem sistemática ou aleatória. Essas, por sua vez, podem ser de diversas naturezas, como a incerteza de observador (σ_o^2), de instrumento (σ_i^2), devida ao acaso ou estatística (σ_e^2), dentre outras.

Da Estatística Matemática, temos que quando somamos variáveis aleatórias independentes (que possuem covariância zero) somamos também suas variâncias (MOOD, GRAYBILL, BOES, 1974). Então a variância da soma (α^2) é dada por

$$\alpha^2 = \sigma_i^2 + \sigma_o^2 + \sigma_e^2 + \dots \quad (1)$$

Logo, temos que o desvio-padrão da soma é a média geométrica dos desvios-padrões das diversas fontes de variabilidade.

$$\alpha = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_o^2 + \sigma_e^2 + \dots} \quad (2)$$

Frequentemente, a função para a qual desejamos propagar os erros é multivariável, e por isso, é preciso mapear uma série de medidas (A, B, \dots, N) e seus erros associados ($\alpha_A, \alpha_B, \dots, \alpha_N$), através de uma função $Z = Z(A, B, \dots, N)$ definida por Hughes e Hase (2010) e sua respectiva propagação da incerteza (α_Z), como mostrada na equação (3).

$$\alpha_Z = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial A} \alpha_A\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial B} \alpha_B\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial Z}{\partial N} \alpha_N\right)^2}, \quad (3)$$

em que α_Z é a propagação da incerteza; α_N é a incerteza de cada grandeza utilizada; $\frac{\partial Z}{\partial N}$ é a grandeza que está sendo calculada em função da grandeza utilizada.

Portanto, a medição de uma grandeza Z qualquer é feita de maneira indireta, sendo esta grandeza a ser obtida a partir de medições de N grandezas de entrada e suas respectivas incertezas. E a equação (3), também chamada de incerteza padrão combinada (ANDRADE et al., 2017) que possibilita obter a incerteza do resultado de um experimento de forma simples e com método confiável.

IV. OS LABORATÓRIOS DE FÍSICA

O presente trabalho foi realizado à luz da importância dos laboratórios de Física, como meio de interpretação de fenômenos físicos, uma vez que o princípio da Ciência está na articulação de conceitos, leis e teorias. Por isso, a experimentação no ensino de Física é importante, pois se baseia no uso de relações matemáticas (cálculo para determinação de grandezas) e de objetos que intervêm na experimentação.

Nesse sentido, nos laboratórios de Física dificilmente observamos os fenômenos de forma direta e simples. O estudo do fenômeno é feito a partir de vários aparelhos de medida, computadores e softwares que permitem ao aluno desvendar um fenômeno a partir da teoria (SÉRÉ et al., 2003). Por isso, os laboratórios de Física ditos tradicionais, presentes na maioria das aulas experimentais, relacionam a teoria com a observação do fenômeno por

meio da experimentação, com benefícios pedagógicos:

O laboratório tradicional procura desenvolver habilidades específicas relacionadas ao manuseio de equipamentos, obtenção e análise de dados, verificações de leis e etc. Esta atividade normalmente possui um roteiro altamente estruturado e organizado que servirá de guia para suas ações dentro do laboratório. O aluno é levado a desenvolver uma sequência já predeterminada de instruções, onde já está determinado todos os passos que deverão ser seguidos para que ao final obtenha-se a conclusão já estabelecida.

[...]

O laboratório é um ambiente em que é possível explorar as ideias de como dialogar a prática e a teoria, uma fortalecendo a outra, o que torna o processo de ensino-aprendizado mais completo quando o aluno transpassa seu posto de espectador e se coloca como sujeito de seu aprendizado (LUSTOSA, 2022, p.22).

As experiências com o trabalho experimental vão além da esfera de aprendizado e se estendem à esfera social, pois quando bem desenvolvidas, contribuem para a formação cidadã dos indivíduos e destaca a sua importância para a formação do Físico como figura que irá estimular seus alunos a se interessarem pela Física:

Faz-se necessário levar o aluno do curso de Licenciatura em Física a perceber que será o futuro profissional, que irá estimular seus alunos a interessarem-se pela Física. Este professor deve desenvolver a capacidade cognitiva, científica e moral de seus estudantes, para que se tornem cidadãos capazes de participar ativamente nas decisões de uma sociedade tecnologicamente avançada. Este comportamento do professor, poderá favorecer o surgimento de futuros cientistas e não apenas a retenção de conteúdos, transpondo-se a barreira entre teoria e prática (GRANDINI; GRANDINI, 2004, p. 252-253 apud LUSTOSA, 2022, p.24-25).

Resultados deste trabalho sugerem que a experimentação no ambiente de Ensino Superior é, geralmente, distribuída ao longo de 5 disciplinas laboratoriais. De forma geral, essas versam sobre Mecânica, Fluidos, Eletromagnetismo, Óptica e Física Moderna. Dentre as ementas pesquisadas, essas disciplinas se apresentam sob uma ampla variedade de nomes, como Laboratório Experimental, Laboratório de Física I, II, III, IV, entre outros. Segundo a Universidade Federal do Espírito Santo (UFES, 2022), essas disciplinas são componentes de cursos como Licenciatura em Física, Matemática, Engenharia da Computação, de Produção, de Petróleo, Química, dentre outros.

Como mencionado, cada Instituição de Ensino Superior trata essa disciplina com um nome, mas com objetivos semelhantes, como relata o Projeto Político Pedagógico do curso de Física da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira:

Objetivo dessas disciplinas é dar condições necessárias e suficientes para que o licenciando se aproprie conceitualmente dos domínios da Física Clássica e possa ter acesso aos conhecimentos sistematizados, a posteriori, nas disciplinas de Mecânica Clássica, Eletromagnetismo, Física Estatística de forma a complementar a formação (UNESP, 2017, p.13).

Como o foco deste trabalho é a análise e desenvolvimento de pacote computacional para a propagação de erros exclusivamente para experimentos comumente feitos em laboratórios de Mecânica, ressaltamos que seus principais objetivos são “observar e aprender os principais conceitos das leis físicas sobre movimento e as forças que o produzem, demonstrado através de experimentos” (LUSTOSA, 2022, p. 29). A próxima seção traz uma breve descrição dos principais fenômenos de Mecânica Clássica que comumente figuram nas ementas pesquisadas.

V. EXPERIMENTAÇÃO NO LABORATÓRIO DE MECÂNICA

As ementas de laboratório de Mecânica ao longo dos cursos de Física do Brasil não são homogêneas e sistematizadas. Por isso, um dos objetivos primários deste trabalho foi trazer uma contribuição para esse cenário, embora aconselhe-se que estudos futuros aprofundem e atualizem o assunto. Por exemplo, uma das características do recorte aqui estabelecido é compreender as ementas das IES públicas, o que deixa campo para uma pesquisa semelhante sobre as ementas em IES privadas.

O cumprimento deste objetivo se deu a partir da pesquisa de documentos de Instituições de Ensino Superior (IES) de regiões e estados distintos, ao longo de todo do Brasil. Foram investigadas aquelas IES públicas que continham curso de graduação em Física (licenciatura e/ou bacharelado). Todas as IES consideradas constam no Cadastro Nacional de Cursos e Instituições de Educação Superior Cadastro [e-MEC](#), do Governo Federal.

Durante essa pesquisa, verificou-se que alguns sítios eletrônicos de IES estavam fora de acesso ou corrompidos. Dessa forma, não foi possível fazer um censo das ementas de laboratórios de Física de todas as IES brasileiras. No entanto, foram coletadas as ementas de todas as IES que tinham fácil acesso e servidores de hospedagem funcionando perfeitamente.

Foram consultados 23 (vinte e três) Projetos Políticos Pedagógicos de curso, onde foram buscadas as ementas de disciplina de laboratório de Mecânica Clássica. Então, foram analisadas quais eram as experimentações, conteúdos e objetivos recorrentes. Cada Instituição constrói o experimento em seus laboratórios de uma forma diferente, mas com o mesmo objetivo.

O resultado desta pesquisa é apresentado na Tabela 1, como cumprimento desse primeiro objetivo do trabalho de sistematizar os experimentos mais recorrentes dos cursos de Física das IES do Brasil. Alguns deles precisaram ser adaptados durante pandemia de COVID-19 para serem executados remotamente, como em softwares de simulação gráfica e videoaulas, onde puderam ser mostrados os fundamentos da execução de experimentos e os alunos podiam coletar dados para posterior análise e confecção de relatórios (IFSC, 2020).

Portanto, identificamos os experimentos referentes aos sete conteúdos mais recorrentes presentes nas ementas da disciplina de laboratório de Mecânica, em curso de graduação

em Física. Na Tabela 1, esses conteúdos são apresentados com suas respectivas frequências absolutas (f_a), grandezas de entrada e grandezas de saída. Por exemplo a grandeza de saída k (constante elástica da mola), e suas grandezas de entrada, F (força) e x (posição).

Tabela 1: Conteúdos, suas respectivas frequências absolutas (f_a), variáveis de entrada e variáveis de saída.

Conteúdo	f_a	Variáveis de entrada	Variáveis de saída
Conservação do Momento Linear	21	m, v	p
Movimento Retilíneo Uniforme	20	x, t	v
Movimento Retilíneo Uniformemente Variado	16	v, t	a
Conservação de Energia	15	v, x	g
Segunda Lei de Newton	11	m, x, t	F
Movimentos de translação e de rotação	11	x, t	a
		a, t	v
Lei de Hooke	11	F, x	k

Legenda: m : massa; v : velocidade; p : momento linear; x : posição; t : tempo; a : aceleração; g : gravidade; F : força; k : constante elástica.

Fonte: Dos autores (2022).

Cumprindo o segundo objetivo deste trabalho, detalhamos cada um dos experimentos sistematizados na Tabela 1, demonstrando as equações para obtenção da grandeza física e suas respectivas propagações de erros. As propagações a seguir foram derivadas por esses autores.

Neste momento, concluindo os objetivos deste trabalho, disponibilizamos o pacote proposto, que recebeu o nome de `ErrorMech`, que é uma abreviatura para *Error Propagation for Mechanics Experiments*. A primeira função programada - e também a mais básica - é aquela que recebe o vetor de medições de uma variável de entrada e os tipos de erros envolvidos para o cálculo e devolve seu valor médio \pm a média geométrica dos erros. Essa função se chama `isv()` - Independent scalar variable - e seu uso se dá da seguinte maneira:

```
isv(x, oe, ie, precision)
```

onde x é um vetor contendo as repetições da medida de interesse; oe é o erro de observador (o padrão é $oe = 0$); ie é o erro do instrumento (o padrão é $ie = 0$); e `precision` é a precisão desejada para a saída (o padrão são duas casas decimais).

A partir desse ponto, serão descritos os principais experimentos encontradas nas ementas de laboratórios de Mecânica e suas respectivas funções - propostas por este trabalho - implementadas no pacote `ErrorMech`.

V.1. Conservação do Momento Linear

Neste experimento tratamos de conservação do momento linear, representado pela grandeza vetorial \vec{p} , definida pela equação (4):

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (4)$$

em que m é a massa do corpo e \vec{v} a sua velocidade.

Por ser uma grandeza vetorial, o momento linear tem mesmo sentido e direção da velocidade da partícula. Se fizermos a derivada, teremos que a derivada da equação é igual à força envolvida no sistema. É aí que começamos a definir conservação do momento linear. Se essa força tem resultante igual a zero, percebemos que a derivada do momento também é nula. Portanto, um sistema onde as partículas não estão submetidas a forças externas há uma conservação do momento linear (HALLIDAY; RESNICK, 2012). Uma partícula pode estar em movimento ou em repouso, isso dependendo do referencial. Se a força resultante aplicada à uma partícula for nula, e que nenhuma outra partícula entra ou sai do sistema, temos que o momento linear é constante:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \quad (5)$$

em que p_i e p_f são respectivamente, o momento linear inicial e o momento linear final do movimento de colisão ou explosão.

No experimento em questão, trabalhamos com duas partículas, para que haja colisão, e queremos verificar a lei de conservação de energia, portanto teremos:

$$m_1\vec{v}_{i1} + m_2\vec{v}_{i2} = m_1\vec{v}_{f1} + m_2\vec{v}_{f2} \quad (6)$$

em que, m_1 e m_2 são as massas dos corpos 1 e 2 envolvidos na colisão, \vec{v}_{i1} e \vec{v}_{i2} são as velocidade iniciais do movimento, e \vec{v}_{f1} e \vec{v}_{f2} são as velocidade finais.

Do lado esquerdo das equações (5) e (6) tem-se o momento linear inicial das partículas envolvidas e do lado direito, o momento linear final. Admitindo que o movimento estudado será o de “explosão” temos que as partículas envolvidas são isentas de velocidades no início do deslocamento, logo o momento inicial vai ser igual a zero ($p_i = 0$), manipularemos e obteremos os momentos lineares finais dos dois corpos em função das suas massas, da variação de posição Δx e tempo decorrido Δt do movimento de cada um deles:

$$m_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = m_2 \frac{\Delta x_2}{\Delta t} \quad (7)$$

Para o experimento, portanto, deve ser coletado o deslocamento x dos corpos a partir do repouso e o tempo t decorrido deste deslocamento. Com isso, a primeira etapa é determinar a velocidade v , e sua respectiva incerteza α_v , já definidas pelas equações (9) e (10).

E então, para atingir o objetivo do experimento, que é encontrar o momento linear dos corpos, devemos coletar as massas m_1 e m_2 dos dois corpos envolvidos na “explosão” e então calcular o momento linear p e suas incerteza α_p a partir das equações (4) e (8):

$$\frac{\alpha_p}{p} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_v}{v}\right)^2} \quad (8)$$

A função criada para estimar o momento linear se chama $p()$ e seu uso se dá da seguinte maneira:

```
p(m, v, oe, ie, precision)
```

onde m é um vetor contendo as medições da massa, e v , da velocidade; oe é um vetor com os erros de observador para a massa e a velocidade, nessa ordem (o padrão é $oe = c(0, 0)$);

ie é um vetor com os erros dos instrumentos (o padrão é $ie = c(0, 0)$); e $precision$ é a precisão desejada para a saída (o padrão são duas casas decimais).

V.2. Movimento Retilíneo Uniforme

Neste experimento tratamos do movimento dos corpos em linha reta - movimentos esses realizados com velocidade constante - e portanto, isento de aceleração, característico do movimento retilíneo uniforme.

Velocidade média de um corpo é o quanto o corpo se desloca Δx em um intervalo de tempo Δt , como mostra a equação (9). Portanto, se ele está em repouso, não está variando de posição x ao longo do tempo t , não tendo velocidade:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (9)$$

A incerteza da velocidade α_v pode ser definida conforme equação (10),

$$\frac{\alpha_v}{v} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_t}{t}\right)^2} \quad (10)$$

em que α_x é o erro da medição da variação da posição e α_t é o erro da variação do tempo.

Deve ser coletado neste experimento, deslocamento x e intervalo de tempo t decorrido pelo corpo. Os resultados podem ser analisados por meio de um gráfico da posição *versus* tempo, cujo coeficiente angular de uma reta de regressão ajustada, significaria a velocidade.

A função criada para estimar a velocidade se chama `velocity()` e seu uso se dá da seguinte maneira:

```
velocity(x, t, oe, ie, precision)
```

onde x é um vetor contendo as medições de variação da posição, e t , da variação do tempo; oe é um vetor com os erros de observador para a posição e o tempo, nessa ordem (o padrão é $oe = c(0, 0)$); ie é um vetor com os erros dos instrumentos (o padrão é $ie = c(0, 0)$); e $precision$ é a precisão desejada para a saída (o padrão são duas casas decimais).

V.3. Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

A aceleração é algo que convivemos diariamente, seja quando deixamos um corpo cair, seja quando estamos em um automóvel, que mesmo tendo velocidade constante, ao realizar curva, terá aceleração.

Todo corpo em que a velocidade varia ao longo do tempo é dito como acelerado. É possível, portanto, analisar essa variação atendo-se a variação de velocidade Δv e do tempo Δt ao longo do movimento do corpo, conforme equação (11) que define a aceleração média a deste corpo e sua incerteza α_a dada pela equação (12):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (11)$$

$$\frac{\alpha_a}{a} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_t}{t}\right)^2} \quad (12)$$

em que α_v é o erro da medição da variação da velocidade e α_t é o erro da variação do tempo.

A função criada para estimar a aceleração se chama `accel()` e seu uso se dá da seguinte maneira:

```
accel(v, t, oe, ie, precision)
```

onde `v` é um vetor contendo as medições de variação da velocidade, e `t`, da variação do tempo; `oe` é um vetor com os erros de observador para a velocidade e o tempo, nessa ordem (o padrão é `oe = c(0,0)`); `ie` é um vetor com os erros dos instrumentos (o padrão é `ie = c(0,0)`); e `precision` é a precisão desejada para a saída (o padrão são duas casas decimais).

V.4. Conservação de Energia

Entre os princípios básicos da Física já descobertos e formulados em termos teóricos se destacam os chamados Princípios de Conservação de energia. Para trabalho da força gravitacional F_g considerando um corpo em queda livre, ocorre um aumento de energia cinética K e uma diminuição da energia potencial U . E a interação destas duas formas de energia dá-se o nome de energia mecânica E_m que pode ser definida por:

$$E_m = K + U \quad (13)$$

E na teoria da conservação de energia, escrevemos:

$$K_f + U_f = K_i + U_i \quad (14)$$

em que K_f e U_f são respectivamente energia cinética e energia potencial finais, já K_i e U_i são respectivamente energia cinética e energia potencial iniciais.

Sabendo que a velocidade inicial do corpo é nula, sua energia cinética inicial K_i também é nula e adotando o referencial como sendo a mesa onde foi colocado o experimento $U_f = 0$, manipulando a Equação (14) teremos a gravidade g e sua respectiva incerteza α_g dada pelas equações (15) e (16):

$$g = \frac{v^2}{2x} \quad (15)$$

em que v é a velocidade final com que o corpo está próximo a atingir o solo, e x a altura de que ele foi projetado durante sua queda.

$$\frac{\alpha_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{2}{v}\alpha_v\right)^2 + \left(\frac{1}{x}\alpha_x\right)^2} \quad (16)$$

A função criada para estimar a aceleração da gravidade g se chama `g()` e seu uso se dá da seguinte maneira:

```
g(v, x, oe, ie, precision)
```

onde v é um vetor contendo as medições da velocidade, e x , da altura; oe é um vetor com os erros de observador para a velocidade e a altura, nessa ordem (o padrão é $oe = c(0, 0)$); ie é um vetor com os erros dos instrumentos (o padrão é $ie = c(0, 0)$); e $precision$ é a precisão desejada para a saída (o padrão são duas casas decimais).

V.5. Segunda Lei de Newton

O objetivo deste experimento é verificar a força de um corpo em movimento que é igual a força gravitacional de outro corpo que provoca seu movimento, dado pela relação $F = m_1g = (m_1 + m_2)a$. Para determinar a aceleração de um corpo a partir de seu movimento provocado pela força gravitacional, pode utilizar a equação (17):

$$x = x_0 + v_0t + a\frac{t^2}{2} \quad (17)$$

Sabendo que a velocidade inicial é nula $v_0 = 0$ e considerando apenas o valor medido do deslocamento final durante a queda $x_0 = 0$, manipulamos a equação (17) e obtemos a aceleração a representada na equações (18).

$$a = 2\frac{\Delta x}{t^2} \quad (18)$$

Tendo-se a aceleração a do corpo, e a massa dos dois corpos envolvidos, pela relação $F = (m_1 + m_2)a$ podemos determinar a força F e seu respectivo erro α_F através das equações 19 e 20 :

$$F = \frac{2\Delta x(m_1 + m_2)}{t^2} \quad (19)$$

em que Δx é a variação de posição, t o período decorrido de movimento causado por um dos corpos, m_1 e m_2 a massa dos corpos.

$$\frac{\alpha_F}{F} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_t}{t}\right)^2 + 2\left(\frac{\alpha_m}{m_1 + m_2}\right)^2} \quad (20)$$

em que α_x é o erro da medição da variação de posição, α_t é o erro da variação do tempo e α_m o erro para medição da massa dos corpos, dado por

$$\alpha_m = \sqrt{\alpha_{m_1}^2 + \alpha_{m_2}^2} \quad (21)$$

A função criada para estimar a força se chama `force()` e seu uso se dá da seguinte maneira:

```
force(x, t, m1, m2, oe, ie, precision)
```

onde x é um vetor contendo as medições de variação da posição; t , da variação do tempo; $m1$ e $m2$ são vetores contendo as medições da massa dos corpos envolvidos na colisão; oe é um vetor com os erros de observador para a posição tempo e massa, nessa ordem (o padrão é $oe = c(0, 0, 0)$); ie é um vetor com os erros dos instrumentos (o padrão é $ie = c(0, 0, 0)$); e $precision$ é a precisão desejada para a saída (o padrão são duas casas decimais).

V.6. Movimentos de translação e de rotação

O movimento de uma partícula ou objeto pontual é exclusivamente de translação. Corpos rígidos podem realizar movimentos complexos, envolvendo translação e rotação. Temos para esse experimento um volante que desce, rolando, por uma calha inclinada.

Durante a descida, se a força de atrito (f_a) for menor que a força de atrito estático máxima o volante não deslizará pela calha, ele gira com velocidade angular (ω) em torno de seu eixo, enquanto seu centro de massa se desloca com velocidade:

$$v_{cm} = \omega r \quad (22)$$

em que r é o raio do eixo do volante. Considere que o volante é solto de uma altura h e chega ao final da calha com velocidade v_{cm} e que I_{cm} é o momento de inércia do volante em relação ao eixo de rotação que passa pelo seu centro de massa. Então a velocidade do centro de massa do volante v_{cm} é dada por:

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I_{cm}}{mr^2}}} \quad (23)$$

e a aceleração a_{cm} do centro de massa:

$$a_{cm} = \frac{\frac{gh}{d}}{1 + \frac{I_{cm}}{mr^2}} \quad (24)$$

O objetivo do experimento é obter a aceleração a_{cm} e a velocidade final v_{cm} do centro de massa de um volante que desce, rolando, por uma calha inclinada, analisando o movimento do volante sem deslizamento a partir de grandezas de entrada. Para isso, devemos medir o valor do tempo t de descida e a variação da altura Δx percorrida pelo volante.

A partir da equação (17) da cinemática, sabendo que a aceleração do centro de massa é constante, a própria aceleração e velocidade estarão relacionadas com a distância percorrida e tempo gasto para percorrer a calha, conforme equações (25) e (26):

$$a_{cm} = 2 \frac{\Delta x}{t^2} \quad (25)$$

$$v_{cm} = a_{cm} t \quad (26)$$

Contudo, é necessário que façamos em duas etapas: primeiro determinar a aceleração do centro de massa a_{cm} e seu respectivo erro $\alpha_{a_{cm}}$. Posteriormente, tendo-se obtido a aceleração, entrar com os dados de saída e obter a velocidade v_{cm} do centro de massa.

A propagação de erro da equação (25) é dada pela equação (27):

$$\frac{\alpha_{a_{cm}}}{a_{cm}} = \sqrt{\left(\frac{1}{x} \alpha_x\right)^2 + \left(\frac{2}{t} \alpha_t\right)^2} \quad (27)$$

em que α_x é o erro da medição da variação de posição do centro de massa e α_t é o erro

da variação do tempo.

E a propagação de erro da equação (26) é descrita pela equação:

$$\frac{\alpha_{v_{cm}}}{v_{cm}} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_{a_{cm}}}{a_{cm}}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_t}{t}\right)^2} \quad (28)$$

em que $\alpha_{a_{cm}}$ é o erro obtido a partir da medição da aceleração do centro de massa e α_t é o erro da variação do tempo.

A função criada para estimar a velocidade e a aceleração do centro de massa se chama `com()` (*center of mass*) e seu uso se dá da seguinte maneira:

```
com(x, t, oe, ie, precision)
```

em que `x` é um vetor contendo as medições da posição do centro de massa, `t`, da variação do tempo; `oe` é um vetor com os erros de observador para a posição e tempo, nessa ordem (o padrão é `oe = c(0,0)`); `ie` é um vetor com os erros dos instrumentos (o padrão é `ie = c(0,0)`); e `precision` é a precisão desejada para a saída (o padrão são duas casas decimais).

V.7. Lei de Hooke

Segundo o físico inglês Robert Hooke que foi um dos precursores no estudo das deformações elásticas nos corpos, definiu a Lei que mede a força elástica nos corpos, a lei de Hooke, de acordo com equação (29):

$$F = -k\Delta x \quad (29)$$

O sinal negativo na equação (29) indica o fato de que a força F tem sentido contrário ao sentido da deformação. E a partir dessa lei, os experimentos mais recorrentes feitos são para medir a força elástica e a deformação que uma mola sofreu, para determinar a sua constante elástica (grandeza característica da mola). Nesse sentido, manipulamos a equação (29) em função da força elástica F e de seu comprimento, deformação ou alongamento da mola Δx , obtendo a equação (30) para k e sua incerteza α_k dada pela equação (31):

$$k = \frac{F}{\Delta x} \quad (30)$$

$$\frac{\alpha_k}{k} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_x}{x}\right)^2} \quad (31)$$

em que (α_F) é o erro da medição da força elástica e (α_x) é o erro do comprimento, deformação ou alongamento da mola. Conforme Young e Freedman (2008), a teoria afirma que a distensão de um objeto elástico é diretamente proporcional à força aplicada sobre ele. Por outro lado, quando a mola não tem uma força que age sobre ela, dizemos que ela está em equilíbrio.

A função criada para estimar a constante da mola se chama `k()` e seu uso se dá da seguinte maneira:

```
k(F, x, oe, ie, precision)
```

onde F é um vetor contendo as medições da força elástica, e x , da variação da posição; oe é um vetor com os erros de observador para a força e para a variação de posição, nessa ordem (o padrão é $oe = c(0, 0)$); ie é um vetor com os erros dos instrumentos (o padrão é $ie = c(0, 0)$); e $precision$ é a precisão desejada para a saída (o padrão são duas casas decimais).

VI. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa apresentada neste trabalho pretendeu reunir os principais e mais recorrentes experimentos de Física do laboratório de Mecânica de Instituições de Ensino Superior (IES) Públicas brasileiras, a fim de contribuir para a sistematização das mesmas e ainda produzir um pacote no R que propicie ao discente maior agilidade na obtenção de resultados de grandezas a partir de dados de entrada.

Por exemplo, na determinação da aceleração da gravidade, um grupo A realizou a experimentação e determinou que g é $(9,8 \pm 1,0)m/s^2$, enquanto o grupo B, que também realizou o experimento, encontrou o valor de g sendo $(9,8 \pm 0,5)m/s^2$. Considerando que esses grupos realizaram o experimento no mesmo laboratório, com os mesmo equipamentos e materiais, a explicação para tal diferença no intervalo de incerteza dessa grandeza encontrada é formulada pela diferente equação de propagação de erro que cada grupo utilizou para tratar os dados. Por isso, quando se é estudado determinada grandeza, é necessário que de antemão tenha-se um manual a se seguir a fim de facilitar ao aluno no uso da melhor equação para propagar o erro experimental dos dados coletados. Uma vez que esse manual possibilita ao aluno ver passo a passo, quais as equações desenvolvidas e que ele apenas aplique-as, inserindo seus dados no R e obtenha dados mais precisos e confiáveis.

As experimentação deveriam utilizar técnicas de padronização para que criasse ainda mais confiabilidade dos dados, por isso, discentes de graduação ao se depararem com grandes apostilas, com diferentes fórmulas e métodos de propagação estatística se sentem indecisos em não saber qual a próxima etapa a se seguir, de como tratar os dados que eles coletaram. Neste sentido, este documento contém as equações de grandezas e propagação de erros respectivas, disponíveis também no pacote R.

Então, a fim de que um experimento, que tenham os mesmos objetivos baseados neste documento, ele servirá como manual para que possa ser comprovado de qualquer outro laboratório experimental, e ainda, que se utilize das mesmas equações de propagação de erro para as grandezas desejadas. Nesse manual que permite a análise a diferentes propagações de erros experimentais de laboratório de Mecânica utilizando um Pacote no Software R para cálculo automático dos erros a partir de funções programadas, que auxiliará estudantes com trabalhos e relatórios acadêmicos que necessitem do tratamento estatístico dos dados coletados, possibilitando assim, uma comparação direta de dados com outros grupos ou pesquisadores de outras instituições e contribuindo na agilidade e ensino aprendido dos alunos no tratamento dos dados. Com este trabalho, portanto, espera-se promover uma reflexão dos docentes de Física sobre a importância das atividades experimentais no ensino de Física e da utilização de recursos computacionais, assim como os softwares.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, A. C. A.; REIS, H. F. A. F.; SIQUEIRA, A. M. de O.; MADUREIRA, M. F.; GOUVEA, N. A.; GONZAGA, L. F.; MENEZES, T. L. de; FREIRE, B. H. de F. Propagação de incertezas: um experimento acadêmico simples. *The Journal of Engineering and Exact Sciences*, v. 3 n. 3, 358368, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.18540/jcecvl3iss3pp358-368>>.

CRAN TASK VIEW. *Chemometrics and Computational Physics*. 2022. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/view=ChemPhys>>. Acesso em: 23 nov. 2022.

CABRAL, PAULO. *Erros e Incertezas nas Medições*. IEP - Instituto Eletrotécnico Português Laboratório de Metrologia e Ensaios e ISEP - Instituto Superior de Engenharia do Porto, 2004. Disponível em: <<http://www.peb.ufrj.br/cursos/ErrosIncertezas.pdf>>.

FERREIRA, E. B. O software R e a pesquisa com Alimentos e Nutrição. *Revista Sustinere*, Rio de Janeiro, v. 8, n. 2, p. 611-616, jul-dez, 2020. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.12957/sustinere.2020.55436>>.

HADAD, I. H. R. O.; MELO JUNIOR, E. B.; SILVA, M. C. Simulação computacional no ensino de capacitância para cursos de graduação. *Caderno de Física da UEFS*, v. 16, p. 1202.1-1202.16, 2018. Disponível em: <http://dfisweb.uefs.br/caderno/vol16n1/S2Artigo02_SimulacaoCapacitanciaGraduacao.pdf>.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER J. *Fundamentos de Física*. 9ª Ed., V1, editora LTC, Rio de Janeiro, 2012.

HUGHES, IFAN G.; HASE, THOMAS P. A. *Measurements and their Uncertainties. A practical guide to modern error analysis*. Oxford University Press, 2010.

IFSC. Instituto de Física de São Carlos. Universidade de São Paulo. *Contornando a pandemia A experiência do IFSC/USP no Curso de Laboratório de Física Geral*, 2020. Disponível em: <<https://www2.ifsc.usp.br/portal-ifsc/category/noticias/>>.

LOCH, HELMUTH. Desenvolvimento de Software para cálculo de erros acumulados em análises laboratoriais. *Universidade do Sul de Santa Catarina*, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.animaeducacao.com.br/handle/ANIMA/4101>>.

LUSTOSA, LUANA. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Faculdade de engenharia. *As disciplinas de Laboratório de Física e o impacto na formação do futuro professor de Física*, 2022. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/217610/lustosa_lt_tcc_ilha.pdf?sequence=6&isAllowed=y>.

MARCULINO, C. H. DE S.; PIMENTA, V. J.; DAVID, F. DE F. DOS S.; SILVA, Y. L. DA; ALMEIDA, J. V. DE; SILVA, A. A. B. DA; BALDASSO, G.; FAGUNDES, L. M.; PIMENTA, R.

C. DE S.; SOLTAU, S. B. Uso de vídeo-análise para promover a experimentação dos conceitos de Física com atividades ao ar livre. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 10, n. 3, p. 243-256, 21 jun. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.26843/rencima.v10i3.2046>>.

MARGARIDA, JOSÉLIA; HENRIQUE, PAULO. Análise de uma sequência didática para o ensino de luz e cor com foco no desenvolvimento de pensamento de ordem superior. *Revista do Professor de Física*, V. 5, n. 2, p. 96-107, 2021. Disponível em: <<https://periodicos.unb.br/index.php/rpf/article/view/39874>>.

MOOD, A., GRAYBILL, F. and BOES, D. *Introduction to the Theory of Statistics*. 3rd Edition, McGraw-Hill : New York, 1974.

PEREIRA, ERLON L.; DIAS, BÁRBARA E.; LERIS, BIANCA N.; TANURE, JOYCE de S. Propagação de erros e incertezas em experimentos. *Revista da Universidade Vale do Rio Verde* V. 14, n. 2, p. 1136-1151, 2016. Disponível em: <<http://periodicos.unincor.br/index.php/revistaunincor/article/view/3121>>.

R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2022. <<https://www.R-project.org/>>.

SÉRÉ, M. G.; COELHO, S. MARIA; NUNES, A. DIAS. O papel da experimentação no ensino da Física. *Cad. Bras. Ens. Fís.*, v. 20, n. 1, p. 30-42, abr. 2003. Disponível em: <<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5165649.pdf>>.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; CAVALCANTI, C. G. B.; SILVA, D. D. P. S.; SOARES, I. B.; OLIVEIRA, J. A. S.; SILVA, C. D. P. S. LAB Fit ajuste de curvas: um software em português para tratamento de dados experimentais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 26, n. 4, p. 419 - 427, 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1806-11172004000400018>>.

SOUSA JR., ITAMAR V. de; MIRANDA, JOSÉ O. S.; NASCIMENTO, ALEXANDRO C. S. e ARAUJO, FRANCISCO R. V. Física experimental com Arduino: ondas em uma corda tensionada. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, V. 42, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2020-0177>>.

UFES. Universidade Federal do Espírito Santo. *Laboratórios de Física*, 2022. Disponível em: <<https://cienciasnaturais.saomateus.ufes.br/laboratorios-de-fisica>>.

UNESP. Departamento de Física e Química. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. *Projeto Pedagógico e estrutura curricular. Curso de Física - Licenciatura*, 2017. Disponível em: <https://www.feis.unesp.br/Home/Graduacao/cursos/projeto-pedagogico_curriculo-664_2017.pdf>.

VIM. *Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM)*. Duque de Caxias, RJ: INMETRO, 2012.

YOUNG, HUGH; FREEDMAM, ROGER. *Física I-Mecânica*, 12^a Edição, V1, Pearson São Paulo, 2008.
