

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

PÉRICLES ANTÔNIO DA SILVA

**ESTUDO DA RELATIVIDADE ESPECIAL COM SIMULAÇÃO
COMPUTACIONAL GRÁFICA**

**ALFENAS/MG
2023**

PÉRICLES ANTÔNIO DA SILVA

**ESTUDO DA RELATIVIDADE ESPECIAL COM SIMULAÇÃO
COMPUTACIONAL GRÁFICA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado
como parte dos requisitos para obtenção do
título de licenciatura em Física pela Universi-
dade Federal de Alfenas.

Orientador: Prof. Dr. Samuel Bueno Soltau.

**ALFENAS/MG
2023**

Estudo da Relatividade Especial com simulação computacional gráfica

Study of Special Relativity with graphical computer simulation

Péricles Antônio da Silva *¹

¹ Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, MG, Brasil.

Resumo: Ao contrário dos fenômenos clássicos, os fenômenos relativísticos desafiam a compreensão devido a falta de analogias com situações do cotidiano. Neste estudo, desenvolvemos um código computacional para resolver numericamente as equações da relatividade especial e exibi-los por meio de representações gráficas a fim de mostrar efeitos como dilatação temporal, contração de Lorentz, variação da massa, da energia e do momento. Os resultados obtidos são apresentados como gráficos interativos usando uma *interface* visual utilizando bibliotecas Python. A aplicação implementada apresenta de forma clara e objetiva os efeitos relativísticos estudados, permitindo uma compreensão mais intuitiva destes fenômenos. O *software* fornece uma ferramenta eficaz para estudar e compreender os efeitos relativísticos. Através da *interface* gráfica desenvolvida, torna-se possível observar de forma visual e interativa os resultados das soluções numéricas, facilitando a compreensão de fenômenos relativísticos que de outra forma seriam de difícil visualização. Além disso, este trabalho destaca a importância do emprego de ferramentas computacionais na compreensão de conceitos abstratos da física teórica, reafirmando as expectativas dessa abordagem.

Palavras-chave: Relatividade Especial; Física Computacional; Soluções numéricas.

Abstract: *Unlike classical phenomena, relativistic phenomena challenge our understanding due to the lack of analogies with everyday situations. In this study, we have developed a computational code to numerically solve the equations of special relativity and visualize them through graphical representations in order to show effects such as time dilation, Lorentz contraction, variation of mass, energy, and momentum. The obtained results are presented as interactive graphs using a visual interface implemented with Python libraries. The implemented application clearly and objectively presents the studied relativistic effects, allowing for a more intuitive understanding of these phenomena. The software provides an effective tool for studying and comprehending relativistic effects. Through the developed graphical interface, it becomes possible to visually and interactively observe the results of numerical solutions, facilitating the comprehension of relativistic phenomena that would otherwise be difficult to visualize. Moreover, this work highlights the importance of employing computational tools in understanding abstract concepts of theoretical physics, reaffirming the expectations of this approach.*

Keywords: *Special Relativity; Computational Physics; Numerical Solutions*

*pericles.silva@sou.unifal-mg.edu.br

1 Introdução

Em 1905, o físico teórico alemão Albert Einstein (1879-1955) revolucionou a física moderna ao desenvolver uma das teorias mais importantes, a Teoria da Relatividade Especial (T.R.E.) [1]. Essa teoria fundamenta-se em dois postulados essenciais. O primeiro postulado diz que todas as leis físicas se mantêm inalteradas para qualquer observador em referenciais inerciais, i.e., as leis fundamentais da física permanecem consistentes e invariantes.

O segundo postulado afirma que a velocidade da luz no vácuo é constante para todos os observadores, independentemente da velocidade da fonte luminosa e da velocidade relativa entre os observadores. Esse conceito revolucionário desafia a intuição, mas foi confirmado por experimentos e observações [2, 3, 4].

A partir desses postulados, Einstein foi capaz de apresentar cálculos e argumentos teóricos para demonstrar que as medidas de espaço e tempo são relativas ao observador e dependem da velocidade relativa entre o observador e o evento ou objeto observado por eles. Desta forma, um mesmo evento pode ser percebido e medido por observadores distintos com movimentos relativos entre si e diferentes distâncias e tempos do evento ou objeto.

Fundamentada nestes dois postulados a T.R.E. redefiniu tanto as noções da cinemática quanto da dinâmica newtonianas e fez emergir fenômenos pouco intuitivos para o senso comum, tais como a dilatação temporal, a contração do comprimento, a variação da massa inercial, da energia e da quantidade de movimento (momento), além de eventos contraintuitivos que são denominados como “paradoxos” [5].

Tanto os aspectos cinemáticos quanto os adinâmicos da T.R.E. são expostos com diferentes níveis de aprofundamento matemático e conceitual em livros-textos de Física, como e. g., [6, 7, 8, 9]. Entretanto, para os iniciantes no estudo da Relatividade compreender a T.R.E. é um esforço desafiador sem o suporte de analogias ou exemplos cotidianos. A T.R.E. exige graus de abstração sofisticados ainda que a matemática inicial necessária para efetuar os cálculos seja bastante simples. Motivados por esta constatação, projetamos e implementamos um *software* para auxiliar os iniciantes no estudo da T.R.E. a desenvolverem a intuição física necessária para aprofundarem-se no estudo dos conceitos e equações. A expectativa é que ao interagir com o aplicativo e observar como suas intervenções mudam o comportamento das funções relativísticas, o iniciante amplie seus *insights* a respeito da T.R.E. e com isso adquira gradativamente uma compreensão mais ampla e segura de seus conceitos e dos fenômenos descritos.

O *software* foi totalmente codificado dentro da abordagem de Programação Orientada a Objetos [10] utilizando Python [11] com as bibliotecas *NumPy* [12], *Matplotlib* e *TkInter* [13]. Uma interface visual com o usuário apresenta os resultados dos cálculos numéricos obtidos na forma de gráficos que o usuário tem a oportunidade de modificar de maneira interativa enquanto o aplicativo é executado. Por questões de simplicidade, foi deixado ao usuário a intervenção sobre um único parâmetro: a velocidade. Deste modo a interface do aplicativo apresenta de forma clara e objetiva os efeitos relativísticos sobre o espaço-tempo e a matéria, permitindo uma compreensão efetivamente intuitiva destes conceitos antes de aprofundar-se nos estudos dos conceitos e nos cálculos analíticos.

O artigo está organizado como segue. Na Seção 2, apresentamos uma breve discussão a respeito da simulação computacional e seu uso em Física, seguida da descrição das bibliotecas Python usadas no aplicativo. Na Seção 3 perfilamos os conceitos e equações da Teoria da Relatividade Especial contempladas no código computacional situando em que componente da interface com o usuário a equação ou conceito comparece. Por fim, na Seção 4, apresentamos as considerações finais e apontamos alguns desdobramentos possíveis em trabalhos futuros.

2 Simulações computacionais na Física e suas ferramentas

A simulação é um método empregado para estudar o funcionamento de um sistema por meio da formulação de um modelo matemático, o qual deve reproduzir, da maneira mais fiel possível, as características do sistema original [14]. As simulações são valiosas para a pesquisa científica e o desenvolvimento tecnológico pois possibilitam a investigação de fenômenos raros ou complexos em condições extremas, como colisões de partículas de alta energia e propriedades de campos gravitacionais intensos [15]. Entretanto, possuem também um aspecto educacional [16] relevante para desenvolver a intuição a respeito do comportamento de sistemas e teorias por oferecer a possibilidade de experimentação virtual, o que auxilia na consolida-

ção do entendimento dos conceitos teóricos e facilita a visualização ou descoberta de relações causais e comportamentos inesperados [17].

No âmbito deste trabalho as simulações desempenham um papel crucial, fornecendo uma representação visual e interativa de conceitos complexos e fenômenos contraintuitivos da T.R.E., e.g., a dilatação do tempo e a contração espacial, permitindo explorar situações hipotéticas e observar os efeitos em diferentes regimes, como no caso dos efeitos relativísticos na massa e na energia cinética, bem como na conservação da quantidade de movimento em velocidades próximas a da luz no vácuo.

Para implementar o código que efetua as simulações é necessário escolher uma linguagem de programação adequada para oferecer a capacidade de visualização imediata do comportamento estudado na simulação, a facilidade de implementação e a flexibilidade de customização. Optou-se pela linguagem Python devido a versatilidade e simplicidade, características suficientes para uma simulação de demonstração de fenômenos relativísticos.

Python, foi desenvolvida por volta de 1989 e anunciada em 1991, desenvolvida por Guido van Rossum, no *Centrum Wiskunde & Informatica*¹, em Amsterdã e é uma linguagem de programação dinâmica, interpretada, modular e orientada a objetos e por isso é considerada de alto nível. Tem uma sintaxe simples e de fácil compreensão [18]. Por sua simplicidade, eficiência e proximidade com a linguagem natural, Python tornou-se uma boa escolha em projetos científicos, especialmente em Física [19]. Para utilizá-la em todo seu potencial e agregar funcionalidades é necessário adicionar bibliotecas, que são arquivos de códigos que definem classes específicas para cada tarefa.

Neste trabalho, foi utilizada *NumPy* [12], uma biblioteca para a criação, gravação e manipulação de dados numéricos. Embora não tenha sido necessária uma manipulação extensiva de dados para fornecer os resultados deste trabalho, foi preciso armazenar e manipular uma sequência de tabelas contendo diversas variáveis, as quais foram tratadas numericamente. O *NumPy* proporcionou o necessário para obter os valores que compuseram os gráficos das funções que expressam os conceitos da T.R.E. apresentados na *interface* com o usuário.

A biblioteca *NumPy* oferece uma estrutura de matriz multidimensional, denominada *ndarray*, que permitiu a representação eficiente de dados numéricos. Além disso, forneceu uma ampla gama de funções e operações otimizadas para realizar cálculos numéricos de forma precisa. Essa capacidade de processamento foi útil para a realização de cálculos com a rapidez necessária para criar os gráficos.

Usou-se também a biblioteca *Matplotlib* [20] como ferramenta para a criação de gráficos e visualizações de dados. A *Matplotlib* oferece uma ampla variedade de estilos de gráficos o que permitiu personalizar propriedades dos gráficos, como cores, rótulos, legendas e títulos, proporcionando flexibilidade na apresentação dos cálculos. Combinando as bibliotecas *NumPy* e *Matplotlib*, foi possível manipular, ajustar e visualizar os cálculos da T.R.E. de forma clara e visualmente informativa.

Para produzir a *interface* gráfica e estabelecer uma comunicação interativa com o usuário, utilizou-se a biblioteca *TkInter* [13]. Trata-se de uma biblioteca que contém classes de objetos para a criação de janelas, controles deslizantes, botões, rótulos entre outros elementos interativos para construir *interfaces* completas com o usuário. Usou-se objetos derivados das classes *TkInter* para alojar e distribuir os elementos da *interface* do aplicativo, tais como as curvas dos gráficos produzidos pelas funções relativísticas apresentadas com a biblioteca *Matplotlib* e calculadas com o auxílio da biblioteca *NumPy*. Além disso a biblioteca *TkInter* foi usada para alojar e posicionar o botão com o rótulo “Atualizar”, e um controle deslizante para o usuário especificar a razão $\beta = v/c$ a ser utilizada na execução da simulação a cada rodada.

A opção pela biblioteca *TkInter* foi devido a proporcionar uma experiência mais amigável e intuitiva ao usuário, permitindo que ele visualize os resultados de maneira organizada e interaja com o *software* de forma eficiente. Essa biblioteca desempenha um papel fundamental na apresentação dos resultados da análise numérica da relatividade especial, facilitando a compreensão e a exploração dos fenômenos envolvidos.

¹Cf. <https://www.cwi.nl/en/>.

3 A Teoria da Relatividade Especial no *software*

Nesta Seção apresentam-se somente os conceitos e equações empregadas no aplicativo objeto deste estudo. O “motor” da simulação é o fator de Lorentz, denotado por γ , e dado pela Eq. (1)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1)$$

onde $\beta = v/c$ é a razão entre v , a velocidade relativa entre dois observadores em referenciais inerciais distintos e c , a velocidade da luz no vácuo ². Tanto a razão β quanto o fator de Lorentz comparecem nos códigos que geram as curvas dos gráficos das funções que são discutidas na sequência em que aparecem na *interface* com o usuário da simulação mostrada na Fig. 1

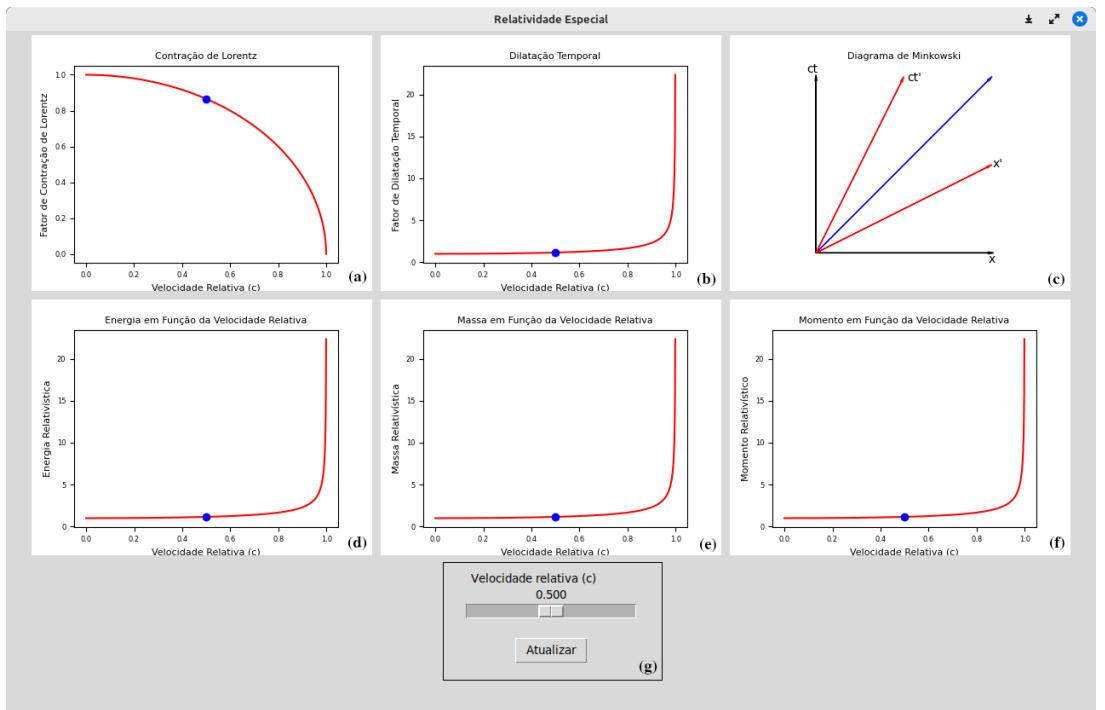


Figura 1: *Interface* da simulação mostrando os gráficos dos efeitos da Relatividade Especial.

Os objetos da *interface* com o usuário mostrados na Fig. 1(g), i.e., o indicador de velocidade relativa em percentual da velocidade da luz, o controle deslizante e o botão rotulado como “Atualizar” constituem os elementos que permitem ao usuário interagir com o aplicativo e executar simulações. Ao especificar uma velocidade relativa, o valor deste parâmetro entra no cálculo de β que assumirá um valor no intervalo entre zero e 0,999 c , com incremento ou decremento de 0,001 c , onde c é o valor da velocidade da luz no vácuo³. Como β participa do fator de Lorentz, γ , e este por sua vez comparece como fator de ajuste nas equações da T.R.E., a velocidade relativa pode ser considerada a variável mais básica de toda a construção matemática da T.R.E. e por isso foi o parâmetro escolhido para desencadear as simulações a cada rodada de execução. A rodada de simulação com o parâmetro escolhido é iniciada quando o usuário aciona o botão “Atualizar”. Após efetuar os cálculos o aplicativo reapresenta as curvas vermelhas com um ponto azul marcado indicando o resultado da simulação.

Os conceitos e equações discutidos a seguir, acompanham o arranjo dos elementos na *interface* do aplicativo foram divididos em cinemática e dinâmica relativísticas.

²O valor da velocidade da luz no vácuo é de 299792458 m/s. Cf. [21]. Entretanto, na simulação adotou-se como sistema de unidades naturais o sistema de unidade geometrizada no qual as unidades físicas básicas são ajustadas de forma que a velocidade da luz no vácuo, c , e a constante gravitacional newtoniana, G , são definidas iguais à unidade.

³O valor máximo não pode ser 1 c pois isso causaria um erro de divisão por zero no código da simulação.

3.1 Cinemática relativística

A interface gráfica com o usuário do aplicativo mostra o resultado das simulações da cinemática relativista nos gráficos da Fig. 1(a), (b) e (c). Os três gráficos apresentados na sequência tratam da contração de Lorentz, dilatação temporal e do diagrama de Minkowski.

3.1.1 Contração de Lorentz

O primeiro gráfico, Fig. 1(a), mostra a contração do comprimento na direção do movimento, denominada na literatura como **contração de Lorentz-Fitzgerald** ou somente **contração de Lorentz** dada pela Eq.(2).

$$L = \frac{L_0}{\gamma}, \quad L_0 = L\gamma, \quad (2)$$

onde L_0 é o comprimento-próprio do objeto medido no referencial em repouso, também conhecido como referencial do laboratório, L é o comprimento do mesmo objeto como medido pelo observador que está no repouso no referencial inercial e observa o objeto em Movimento Retilíneo e Uniforme (M.R.U.). No aplicativo este gráfico foi inserido com a expectativa de contribuir para a percepção de “encolhimento” do comprimento de um objeto na direção do movimento à medida que este se movimenta com velocidades próximas à da luz no vácuo.

3.1.2 Dilatação do tempo

O segundo gráfico, Fig. 1(b), mostra a dilatação do tempo dada pela Eq.(3).

$$T = T_0\gamma, \quad T_0 = \frac{T}{\gamma}, \quad (3)$$

onde T_0 é o tempo próprio do objeto medido no referencial em repouso, T é o tempo do mesmo objeto como medido pelo observador que está em repouso no referencial inercial e observa o objeto em M.R.U. No aplicativo, o gráfico deste efeito relativístico oferece ao usuário a oportunidade de refletir a respeito de como o tempo se comporta de modo distinto na T.R.E. comparado com o esperado pelo senso-comum baseado na perspectiva newtoniana. Além disso, ao comparar as curvas dos gráficos (a) e (b) na Fig. 1, é possível perceber a relação inversa no comportamento do espaço e do tempo na T.R.E.

3.1.3 Diagrama de Minkowski

O terceiro gráfico, Fig. 1(c) é, de fato, um diagrama denominado **diagrama de Minkowski**. Trata-se de uma maneira de representar as relações espaço-temporais entre observadores e eventos que ocorrem em um espaço-tempo de quatro dimensões. Os eixos ortogonais, x e ct representam um referencial inercial em repouso, enquanto o referencial inercial em M.R.U. é representado por x' e ct' . De fato, os eixos das abscissas tanto do referencial em repouso quanto em movimento representam as três dimensões espaciais. A linha de mundo das partículas sem massa, como os fótons, é representada com um ângulo de 45° , i.e., a bissetriz dos eixos.

Vale ressaltar que o ângulo, θ , entre x e x' e entre ct e ct' é o mesmo. O valor de θ é dado por

$$\theta = \arctan(\beta). \quad (4)$$

Note que quanto mais próxima da velocidade da luz é a velocidade entre os referenciais inerciais, mais próxima da bissetriz os eixos x' e ct' estarão e, similarmente, quanto menor a velocidade entre os referenciais, mais os x e x' se aproximam, o mesmo vale para ct e ct' . É importante ressaltar que os diagramas de Minkowski são uma simplificação das complexidades matemáticas da teoria e servem como uma representação intuitiva dos conceitos fundamentais da T.R.E.

No aplicativo, o diagrama de Minkowski cumpre um papel fundamental para situar o usuário na compreensão do que está ocorrendo nos demais gráficos na medida em que oferece uma informação bastante direta e intuitiva dos eventos relativos aos referenciais.

3.2 Dinâmica relativística

Os gráficos apresentados bem como os conceitos discutidos até aqui referem-se à cinemática relativística. Os três últimos gráficos da Fig. 1(d), (e) e (f) referem-se a conceitos de energia, massa e quantidade de movimento na dinâmica relativística.

Ao observar os três gráficos da dinâmica relativística nota-se uma evidente semelhança entre as curvas. Isto se deve ao inter-relacionamento que estes três conceitos têm na T.R.E. Note que a invariância do intervalo do espaço-tempo requer que o momento e a energia sejam combinados de forma a produzir uma quantidade invariante: o momento-energia [9]. Apesar disso, vale ressaltar que energia e momento não são idênticos, mas a união deles em momento-energia fornece uma unificação da massa com a energia, assim como antes ocorreu com o espaço-tempo.

3.2.1 Energia relativística

O quarto gráfico, Fig. 1(d) contempla a energia em função da velocidade relativa entre os referenciais. Se o corpo está em repouso relativamente ao observador, i.e., se está em seu referencial inercial próprio, sua massa é a massa de repouso m_0 , a energia cinética, E_c , será

$$\begin{aligned} E_c &= E - E_0 \\ E_c &= mc^2 - m_0 c^2 \\ E_c &= \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Ao reescrever a Eq. (5) explicitando o fator de Lorentz, Eq. (1), tem-se

$$E_c = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$$

e, deste modo, evidencia-se que o primeiro termo depende da velocidade v , mas o segundo não depende e é denominado energia de repouso

$$E_0 = m_0 c^2. \quad (6)$$

Este primeiro gráfico da seção dinâmica da simulação que mostra a equação de energia cinética relativística acentua para o usuário a evidência de uma partícula com massa de repouso não nula só pode ter velocidades no vácuo menores do que c .

3.2.2 Massa relativística

O quinto gráfico, Fig. 1(e) refere-se a massa em função da velocidade relativa entre os referenciais inerciais. A Eq. (7) evidencia que a relação entre a massa-própria inercial, m_0 , e massa inercial relativa, m , é dada por

$$m = \gamma m_0, \quad m_0 = \frac{m}{\gamma}. \quad (7)$$

A inclusão deste gráfico na simulação pretendeu evidenciar para o usuário que quando a velocidade (encapsulada em β) entre os referenciais é nula, $v = 0$, o fator de Lorentz, $\gamma = 1$, então haverá coincidência no valor da massa inercial, $m = m_0$. Por outro lado, quando $v \approx c$, o fator $\gamma > 1$ e então, tem-se que $m > m_0$, i. e., a massa do corpo é maior quando em movimento do que quando em repouso.

Vale lembrar que o aumento de massa não significa aumento no número de átomos que compõem o corpo, significa apenas que a inércia do corpo aumenta. Dito de outro modo, se o corpo atingisse a velocidade da luz, seria impossível acelerá-lo, pois atingiu a velocidade limite. Nesse caso, a inércia do corpo é infinita o que é evidenciado pelo formato da curva no gráfico da Fig. 1(e) à medida que a velocidade aumenta.

3.2.3 Momento linear relativístico

O sexto e último gráfico, Fig. 1(f) apresenta a quantidade de movimento [22], ou momento linear, em função da velocidade relativa entre os referenciais. A Eq. (8) descreve a quantidade de movimento na T.R.E.

$$p = \gamma m_0 v. \quad (8)$$

Como em todos os conceitos analisados nos tópicos anteriores, a Eq. (8) na simulação evidencia para o usuário que os efeitos da T.R.E. se tornam significativos quando a velocidade, v , do objeto se aproxima da velocidade da luz no vácuo. O fator de Lorentz ajusta a massa de repouso, m_0 , do objeto para levar em consideração os efeitos relativísticos. Quanto maior a massa ou a velocidade do objeto, maior será seu momento linear.

4 Conclusão e perspectivas

Com o intuito de oferecer um recurso para visualizar de forma clara e intuitiva os efeitos fundamentais da Teoria da Relatividade Especial referentes à cinemática relativística, i.e., contração de Lorentz, dilatação do tempo e o diagrama de Minkowski, como também à dinâmica relativística, i.e., energia relativística, massa relativística e momento linear relativístico, foi desenvolvido um *software* especializado – um aplicativo para simular regimes nos quais a velocidade relativa varia de zero até próximo da velocidade da luz no vácuo.

A linguagem de programação escolhida para implementar o aplicativo foi Python devido ao fato de ser versátil e simples além de ser interpretada, modular e orientada a objetos⁴. Os cálculos foram realizados com a biblioteca *NumPy* e o desenho dos gráficos das funções com a biblioteca *Matplotlib*. A interface com o usuário, i.e., janela, rótulo, controles e botão, foi construída com a biblioteca *TkInter*.

O resultado final foi um aplicativo robusto, interativo, livre de erros, com uma baixa curva de aprendizagem o que permite o uso imediatamente após a instalação e execução e que apresenta de forma sucinta e objetiva os efeitos relativísticos simulados, permitindo desenvolver uma compreensão mais intuitiva de fenômenos que não possuem análogos no cotidiano e no senso-comum.

O uso de simulações em geral e da T.R.E. em particular pode auxiliar a compreensão e a visualização dos efeitos dessa teoria em situações de movimento rápido, próximo aos limites de velocidade da luz. Isso tende a facilitar a compreensão conceitual, oferece uma representação visual dos fenômenos e permite diversas experimentações virtuais. Simulações deste tipo são valiosas tanto na pesquisa científica e no desenvolvimento tecnológico quanto no contexto educacional. Os autores esperam que essa ferramenta auxilie na compreensão intuitiva da T.R.E. para estudantes que estão iniciando sua exploração dessa Teoria.

Futuras versões do aplicativo – já em andamento – incorporam elementos visuais em três dimensões utilizando uma álgebra um pouco mais sofisticada para plotar eventos sucessivos numa linha de mundo e analisar simultaneidade e causalidade na T.R.E.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro para a realização desta pesquisa. À Dr.^a Círia Lima Dias, *Universidad de La Serena*, Chile e ao Prof. Dr. Anibal Thiago Bezerra, da Universidade Federal de Alfenas, Brasil, pelas críticas e sugestões.

Referências

- [1] Albert Einstein. “On the electrodynamics of moving bodies”. Em: *Annalen Phys.* 17 (1905), pp. 891–921. doi: [10.1002/andp.200590006](https://doi.org/10.1002/andp.200590006).

⁴O código-fonte do *software* está disponível para download em https://github.com/PericlesAntonio/special_relativity, nos termos da Licença GNU/Linux. Neste endereço encontram-se detalhes técnicos de bibliotecas, versões e instruções de execução que não caberiam ser explicitadas neste artigo.

- [2] A. A. Michelson e E. W. Morley. “On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether”. Em: *American Journal of Science* s3-34.203 (1 de nov. de 1887), pp. 333–345. DOI: [10.2475/ajs.s3-34.203.333](https://doi.org/10.2475/ajs.s3-34.203.333).
- [3] William Bertozzi. “Speed and kinetic energy of relativistic electrons”. Em: *American Journal of Physics* 32.7 (1964), pp. 551–555.
- [4] Edward TH Wu. “What If Light Speed Is Not Constant”. Em: *IOSR Journal of Applied Physics (IOSR-JAP)* 13.5 (2021).
- [5] Tiago Luís F. Aprigio, Cassiano Faria Inacio e Samuel Bueno Soltau. “Sherlock Holmes na velocidade da luz”. Em: *Revista Brasileira de Física* 3.1 (mar. de 2023). DOI: [10.5281/zenodo.7756456](https://doi.org/10.5281/zenodo.7756456). URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.7756456>.
- [6] Hermann Bondi. *Relativity and common sense: A New Approach to Einstein*. New York: Dover Publications, 1964.
- [7] E. F. Taylor e J. A. Wheeler. *Spacetime physics introduction to special relativity*. 2nd. New York: W. H. Freeman e Company, 1992. ISBN: 0-7167-2327-1.
- [8] Leo Sartori. *Understanding relativity: a simplified approach to Einstein’s theories*. Berkeley: Univ of California Press, 1996. ISBN: 9780520916241.
- [9] Bernhard Lesche. *Teoria da Relatividade*. São Paulo: Livraria da Física, 2005.
- [10] Yehonathan Sharvit. *Data-Oriented Programming: Reduce software complexity*. New York: Manning, 2022. ISBN: 9781638356783.
- [11] Irv Kalb. *Object-Oriented Python: Master OOP by Building Games and GUIs*. San Francisco: No Starch Press, 2022. ISBN: 9781718502079.
- [12] NumPy Developers. *What is NumPy?* Disponível em: https://numpy.org.translate.google/doc/stable/user/whatisnumpy.html?_x_tr_sl=auto&_x_tr_tl=en&_x_tr_hl=pt-BR. Acesso em: 08 de Junho 2023. 2023.
- [13] Python Software Foundation. *Python interface to Tcl/Tk*. Disponível em: <https://docs.python.org/3/library/tkinter.html>. Acesso em: 08 de Junho 2023. 2023.
- [14] L. Chwif, A. Medina e T. Simulate. *Modelagem e simulação de eventos discretos, 4a edição: Teoria e aplicações*. Elsevier Brasil, 2014. ISBN: 9788535279337.
- [15] Mingming Han et al. “Research on Arbitrary Formation Control of Multiple Robots in Obstacle Environment”. Em: *Journal of Physics: Conference Series* 1069.1 (ago. de 2018), p. 012172. DOI: [10.1088/1742-6596/1069/1/012172](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1069/1/012172). URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1069/1/012172>.
- [16] WANG Cheng-bo et al. “Navigation behavioural decision-making of MASS based on deep reinforcement learning and artificial potential field”. Em: *Journal of Physics: Conference Series* 1357.1 (out. de 2019), p. 012026. DOI: [10.1088/1742-6596/1357/1/012026](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1357/1/012026). URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1357/1/012026>.
- [17] Geraldo Felipe, Marta F Barroso e Claudio M Porto. “Simulações Computacionais no Ensino de Relatividade Restrita”. Em: *Anais do XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física, Rio de Janeiro* (2005).
- [18] S.F. Lott. *Modern Python Cookbook: 133 Recipes to Develop Flawless and Expressive Programs in Python*. 2nd. Packt Publishing, 2020. ISBN: 9781800207455.
- [19] R.H. Landau, M.J. Páez e C.C. Bordeianu. *Computational Physics: Problem Solving with Python*. EBL-Schweitzer. Wiley, 2015. ISBN: 9783527413157.
- [20] Matplotlib Developers. *Users guide*. Disponível em: <https://matplotlib.org/stable/users/index.html>. Acesso em: 12 de Junho 2023. 2023.
- [21] R. L. Workman et al. “Review of Particle Physics”. Em: *Progress of Theoretical and Experimental Physics* 2022 (2022), p. 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptac097](https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097).
- [22] Leo Sartori. “On the derivation of the formula for relativistic momentum”. Em: *American Journal of Physics* 62.3 (1994), pp. 280–281. DOI: [10.1119/1.17614](https://doi.org/10.1119/1.17614).