

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

ANDERSON MAURICIO DA SILVA

**DESENVOLVIMENTO DE UM CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO NAS AULAS DE
MATEMÁTICA EM CONTEXTO DE ENSINO MÉDIO**

ALFENAS/MG

2023

ANDERSON MAURICIO DA SILVA

**DESENVOLVIMENTO DE UM CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO NAS AULAS DE
MATEMÁTICA EM CONTEXTO DE ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como parte dos requisitos
para obtenção do título de Graduação em
Licenciatura em Matemática, pela
Universidade Federal de Alfenas.
Orientador: Guilherme Henrique Gomes
da Silva

ALFENAS/MG

2023

Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal de Alfenas
Biblioteca Central

Silva, Anderson Mauricio da.

DESENVOLVIMENTO DE UM CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO NAS
AULAS DE MATEMÁTICA EM CONTEXTO DE ENSINO MÉDIO / Anderson
Mauricio da Silva. - Alfenas, MG, 2023.

52 f. : il. -

Orientador(a): Guilherme Henrique Gomes da Silva.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) -
Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, MG, 2023.

Bibliografia.

1. Educação Matemática Crítica. 2. Cenários para Investigação. 3.
Matemacia. 4. Diálogo. 5. Ensino Médio. I. Silva, Guilherme Henrique
Gomes da, orient. II. Título.

Ficha gerada automaticamente com dados fornecidos pelo autor.

ANDERSON MAURICIO DA SILVA

**DESENVOLVIMENTO DE UM CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO NAS AULAS DE
MATEMÁTICA EM CONTEXTO DE ENSINO MÉDIO**

A Banca examinadora abaixo-assinada, aprova o Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciado em Matemática, pela Universidade Federal de Alfenas.

Aprovado em: 31/01/2023

Prof. Dr. Guilherme Henrique Gomes da Silva
(orientador)
Universidade Federal de Alfenas



Assinatura

Profa. Dra. Rejane Siqueira Julio
Avaliador 1
Universidade Federal de Alfenas

Documento assinado digitalmente
gov.br REJANE SIQUEIRA JULIO
Data: 09/02/2023 13:37:48-0300
Verifique em <https://verificador.itl.br>

Assinatura

Profa. Dra. Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz
Avaliador 2
Universidade Federal de Alfenas



Assinatura

Prof. Dr. Anderson José de Oliveira
Suplente
Universidade Federal de Alfenas



Assinatura

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho conta com inúmeras pessoas que contribuíram e incentivaram para que eu conseguisse desenvolver essa pesquisa.

Agradeço a Deus, por estar comigo em todos os momentos da minha vida concebendo-me luz, sabedoria, discernimento, fortaleza e coragem para enfrentar todos os desafios mundanos.

Agradeço, especialmente a minha amada Sabrina Brito, por estar ao meu lado em todos os momentos, dando-me todo carinho, atenção e motivação para que eu continuasse firme em meus estudos.

Agradeço, imensamente a minha família por propiciar os mais belos valores e ensinamentos ao longo da minha vida, dando-me todo apoio para que chegasse até aqui.

Em especial, gratidão ao meu orientador Prof. Dr. Guilherme Henrique, que com experiência e conhecimento, demonstrou sua grandeza a cada dia com suas orientações e considerações nas etapas do processo, corrigindo os pontos necessários com paciência e humildade. Você é minha grande referência acadêmica.

Agradeço, desde os primeiros anos do ensino básico e agora no ensino superior aos inúmeros professores e professoras que estiveram presentes na construção do meu eu.

À Prof. Dra. Rejane Siqueira, à Prof. Dra. Cátia Regina e o Prof. Dr. Anderson José por aceitarem fazer parte de minha banca e contribuírem com excelentes sugestões para a pesquisa.

Agradeço aos meus amigos de graduação, pela amizade, companheirismo e apoio nos dias de luta e nos dias de glória. Foi muito bom passar por tudo isso junto com vocês.

Por tudo isso agradeço muito a todos os acontecimentos da minha vida e as novas possibilidades que contemplarão o meu futuro.

Extremamente grato!

RESUMO

Este trabalho se insere na perspectiva da Educação Matemática Crítica. Seu objetivo principal foi compreender as potencialidades e desafios do uso de cenários para investigações nas aulas de Matemática do ensino médio, com foco no desenvolvimento das competências sociopolíticas da *matemacia* e do diálogo. A pergunta diretriz da pesquisa foi: “Quais as potencialidades e desafios para a prática docente no que tange o desenvolvimento de um cenário para investigação, com foco em trabalhar competências sociopolíticas da *matemacia* e do diálogo, com estudantes do ensino médio?” Os dados foram produzidos a partir de uma sequência didática, elaborada e desenvolvida com estudantes do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública estadual, localizada no município de Campos Gerais - MG. A dinâmica da elaboração e desenvolvimento da atividade foi a seguinte: planejamento de uma atividade investigativa envolvendo o conteúdo Tratamento da Informação e Matemática Financeira; desenvolvimento da atividade planejada com uma turma de primeiro ano do ensino médio por meio de 10 encontros presenciais; e análise das potencialidades e desafios da utilização da proposta com os/as estudantes. A partir de um caderno de acompanhamento, os/as estudantes realizaram as atividades que constavam na sequência didática. As discussões finais seguiram as características dos cenários para investigação destacado por Ole Skovsmose, pois contemplaram o diálogo como parte fundamental e os/as estudantes puderam ler e escrever o mundo por intermédio da Matemática, trabalhando competências sociopolíticas da *matemacia*.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica; Cenários para Investigações; *Matemacia*; Diálogo; Ensino Médio.

ABSTRACT

This work is part of the perspective of Critical Mathematics Education. Its main objective was to understand the potentialities and challenges of using scenarios for investigations in high school Mathematics classes, focusing on the development of sociopolitical competences of *mathemacy* and dialogue. The guiding question of the research was: “What are the potentialities and challenges for teaching practice regarding the development of a scenario for investigation, with a focus on working on sociopolitical competences of mathematics and dialogue, with high school students?” The data were produced from a didactic sequence, elaborated and developed with students of the first year of high school in a state public school, located in the city of Campos Gerais - MG. The dynamics of the elaboration and development of the activity was as follows: planning an investigative activity involving the content Treatment of Information and Financial Mathematics; development of the planned activity with a first-year high school class through 10 face-to-face meetings; and analysis of the potentialities and challenges of using the proposal with the students. From a follow-up notebook, the students carried out the activities that were mentioned in the didactic sequence. The final discussions followed the characteristics of the scenarios for investigation highlighted by Ole Skovsmose, as they contemplated dialogue as a fundamental part and the students were able to read and write the world through Mathematics, working on sociopolitical competences of mathematics.

Keywords: Critical Mathematics Education; Scenarios for Investigations; *mathemacy*; Dialogue; High school.

SUMÁRIO

1. Introdução	8
2. Fundamentação Teórica	10
2.1 Matemacia	11
2.2. Cenários Para Investigação	13
3. Revisão de Literatura	20
4. Metodologia	27
4.1. A Sequência Didática da Intervenção Pedagógica	28
5. Análise e Discussão de Resultados	38
Referências	50

1. Introdução

Via de regra, a Educação Matemática escolar é marcada por um padrão de aulas em que os/as estudantes possuem pouco protagonismo. Podemos dizer que, muitas vezes, os/as estudantes estão mais para coadjuvantes do que para atores principais em seu processo de aprendizagem, resumindo-se a executar comandos que são passados por seus/suas professores/as nas atividades de ensino. Um padrão “tradicional” de aulas tem sido predominante na Educação Matemática praticada nos ensinos fundamental e médio.

A tendência de ensino chamada “Investigações Matemáticas em Sala de Aula” abre possibilidades para o estabelecimento de um espírito crítico nos/nas estudantes. A prática do viés investigativo nas aulas de Matemática é uma das formas de propor aos estudantes novos meios além do paradigma do exercício, que são aulas que seguem o tradicionalismo mecânico citado anteriormente. Assim, as investigações matemáticas mostram-se como possibilidades para ensinar e aprender matemática e que podem contemplar as aulas de Matemática. As investigações matemáticas estão fortemente relacionadas com as preocupações da Educação Matemática Crítica, que possibilita reflexões “sobre” a Matemática, “com” a Matemática e por “intermédio de investigações matemáticas” (SILVA, LIMA; GUTIÉRREZ, 2021).

Skovsmose (2000) destaca que um cenário para investigação tem características de um convite visando os/as estudantes a realizarem questões e buscassem explicações para uma determinada questão matemática. “O convite é simbolizado pelo “O que acontece se...?” do/da professor(a). O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?” por parte dos/das estudantes” (SKOVSMOSE, 2000, p. 6). Para isso, o autor destaca que “as práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação diferem fortemente daquelas baseadas em exercício”, isso principalmente pelo uso do diálogo, pela imprevisibilidade e desfechos inesperados que as aulas podem tomar. Segundo Milani (2020 p. 14) “Criar um cenário para investigação pode ter a ver com mostrar aos/às alunos/as como a matemática se relaciona com outras áreas do conhecimento e que eles/elas descubram novos conceitos matemáticos ao se abordar temas da realidade”.

Dentro deste contexto, a pesquisa destacada neste trabalho de conclusão de curso de graduação em Matemática-Licenciatura teve o objetivo de compreender as potencialidades e desafios do uso de cenários para investigações nas aulas de Matemática do ensino médio, com foco no desenvolvimento das competências sociopolíticas da *matemacia* e do diálogo. A pergunta diretriz da pesquisa foi: “Quais as potencialidades e desafios para a prática docente

no que tange o desenvolvimento de um cenário para investigação, com foco em trabalhar competências sociopolíticas da *matemacia* e do diálogo, com estudantes do ensino médio?”. A estrutura deste trabalho está dividida da seguinte maneira: no capítulo 1 a Introdução, capítulo 2 trazemos a Fundamentação Teórica, capítulo 3 a Revisão de Literatura, capítulo 4 Metodologia, o capítulo 5 refere-se a Discussão de Resultados e Considerações Finais.

2. Fundamentação Teórica

A seguir destacaremos as principais discussões que embasaram a confecção dessa pesquisa. Em primeiro ponto, levantaremos a respeito da representatividade da Matemática. Em seguida, apresentaremos conceitos importantes para o desenvolvimento da pesquisa, como: *matemacia*, cenários para investigação e questões que envolva o diálogo.

Segundo D'Ambrósio (1990, apud Biotto Filho, 2008), a Matemática representa alta universalidade no corpo de conhecimento curricular nas escolas. O seu poder utilitário é entendido pelas pessoas, mas a sua própria compreensão, muitas vezes, não é desenvolvida. Desse modo, o estudo dessa ciência se encontra solidamente prontificado e em grande parte, os/as estudantes não refletem a respeito de, por exemplo, o motivo pelo qual seria importante vincular a Matemática aos seus estudos. Com isso, o autor formaliza indagações a respeito da Matemática, como: o porquê de ensinar (a todos e todas) e o porquê é dada a considerável importância. Nesse viés, D'Ambrósio idealiza cinco valores geralmente associados à Matemática:

Valor formativo, caracterizado pelas investigações nas quais o processo pela busca de explicações tem seu poder no desenvolvimento do raciocínio e na sistematização de forma clara dos pensamentos dos indivíduos;

Valor sociológico, guiado pela sua própria universalização, em que a Matemática como ciência se tem como área de conhecimento;

Valor estético, uma vez que a Matemática se imprime como construção intrinsecamente relacionada de uma forma lógica e formal, ou seja, “a beleza deve ser apreciada e não aprendida” (D'AMBROSIO, 1990, apud BIOTTO FILHO, 2008, p. 11). Essa formalidade exposta da Matemática é absorvida de diferentes maneiras pelas pessoas, logo, a gostar ou não de Matemática cabe a cada indivíduo. Porém, o desenvolvimento à sua compreensão e apreciação podem ser idealizadas;

Valor cultural, em que “cada grupo cultural tem sua forma de contar, medir, fazer contas, classificar, ordenar, inferir, modelar, raciocinar, criar esquemas lógicos, e assim por diante. Ou seja, cada grupo cultural tem a sua forma de ‘matematizar’.” (D'AMBROSIO, 1990, apud BIOTTO FILHO, 2008, p. 11).;

Valor utilitário, onde a Matemática é vista como instrumento poderoso para o desenvolvimento de modelos matemáticos que afetam diretamente a vida das pessoas. Ela está

presente na capacidade dos indivíduos de lidar com situações novas e reais, seja em um contexto de trabalho, situações financeiras e tomadas de decisões. Isto é, a Matemática como via do desenvolvimento crítico dos indivíduos.

Dessa maneira, D'Ambrósio (1990, apud Biotto Filho, 2008) aponta que os três primeiros valores são viabilizados internamente pela Matemática escolar. Uma Matemática pela Matemática, visto que as discussões que perpassam o ensino de Matemática são direcionadas pela própria Matemática. Já os dois últimos valores são orientados aos diversos pontos que a Matemática pode atingir. Isto é, nas diferentes maneiras de utilização da Matemática para os inúmeros grupos nos contextos cultural, social e político.

2.1 Matemacia

A Educação Matemática Crítica tem sido um campo onde discussões relacionadas aos valores cultural e utilitário da Matemática podem ser problematizadas. De acordo com Biotto Filho (2008, p. 11) “sua preocupação principal é identificar e discutir aspectos sociais e políticos da Matemática”. Além disso, Skovsmose (2014) aponta que essa dimensão externa ao idealizar o processo de globalização e guetização, “a globalização inclui a violência estrutural, em que os processos de inclusão se tornam misturados com os processos de exclusão. A guetorização acompanha a globalização” (SKOVSMOSE, 2017). Assim, traz pontos de diálogo a partir do contexto social, político, econômico e cultural que o processo citado anteriormente acontece. O autor defende a importância da Matemática no âmbito em que a globalização traz informação e o conhecimento como recursos consideráveis dentro desse processo. Segundo este autor,

a escola deve dar acesso às reservas de conhecimento que são importantes para a manutenção e o aprimoramento do mecanismo que sustenta a globalização e a economia a ela associada. Essa observação nos conduz diretamente [...] à ideia de *matemacia* entendida como uma competência para lidar com técnicas matemáticas. (SKOVSMOSE, 2014, p. 105)

Para Skovsmose (2014), a Educação Matemática deve potencializar em seus estudantes competências referentes a Matemática em si, como compreensão das técnicas e algoritmos matemáticos, dos teoremas, das demonstrações, das aplicações de modelos matemáticos em diversos contextos da sociedade, entre outros aspectos, e, ao mesmo tempo, favorecer o desenvolvimento de competências relacionadas à reflexão dos/das estudantes a

respeito das implicações das aplicações destes teoremas e modelos matemáticos, por exemplo, na sociedade, assim como o papel das escolhas humanas na construção destes modelos. Segundo Skovsmose (2001, apud Biotto Filho, 2008), a *matemacia* é entendida como um conjunto de competências, divididas em duas dimensões: técnica e sociopolítica. Dentro da dimensão técnica, temos as noções matemáticas, como reproduzir teoremas, demonstrações e algoritmos. Já na dimensão sociopolítica, refere-se ao desenvolvimento, aplicações e reflexão a respeito das implicações na sociedade das variadas noções matemáticas em diferentes contextos da realidade. Skovsmose, então, destaca a importância do aspecto reflexivo nesse sentido.

Para Biotto Filho (2008), o desenvolvimento de habilidades matemáticas (fórmulas, algoritmos e demonstrações) é importante, mas não suficiente para o desenvolvimento dos/das estudantes, apontando a necessidade de a Matemática ser entendida como uma ferramenta para se problematizar e discutir dimensões sociopolíticas. Assim, podemos perceber uma *matemacia* mais radical ao comparar com a ideia de literacia de Paulo Freire, em que o autor viabiliza a *matemacia* sendo “concebida como um modo de ler e escrever o mundo por meio de números e gráficos, e de escrevê-lo ao estar aberto a mudanças” (SKOVSMOSE, 2014, p. 106).

Alguns exemplos de como desenvolver a *matemacia*: na dimensão técnica, concebemos a partir dos ambientes destinados ao desenvolvimento teórico e técnico do conhecimento matemático, como perceber a partir de uma determinada situação qual técnica ou algoritmo deve ser utilizado para encontrar a solução. Entretanto, essa aplicação embasada pelo campo teórico é meramente automatizada, isto é, não é posta uma reflexão crítica por trás disso. Na dimensão sociopolítica, Skovsmose (2006, apud Biotto Filho, 2008), destaca que as reflexões internas dos próprios conhecimentos matemáticos são importantes ferramentas ao levantar perguntas como “Qual conceito foi utilizado? Ele é necessário?”, “Tem outros caminhos para essa solução?”, “Será que o valor encontrado está correto? Como podemos verificar?”. O autor elenca a necessidade de ir além da reflexão interna, priorizando o desenvolvimento da dimensão sociopolítico em uma “natureza externalista”. Para Skovsmose (2006, apud Biotto Filho, 2008), a reflexão externa discute o impacto da Matemática em ângulos sociais, políticos e econômicos da realidade. Uma via para isso poderia ser pensada quando consideramos a responsabilidade e confiabilidade das informações resumidas em números. Por exemplo, ao apresentar uma pesquisa que diz sobre a taxa de desemprego de uma determinada região do país, podemos, do ponto de vista pedagógico, envolver os

estudantes em problemas do tipo: Esse percentual amostral é confiável? Podemos dizer que a taxa obtida reflete o todo? A partir de simulações, podemos garantir que a pesquisa apresentada é verdadeira? O que pode ser feito para diminuir essa taxa? Quais providências poderão ser tomadas? Quem deve ser responsável pelas tomadas de decisões? A pesquisa é útil?

Além disso, Barbosa (2007, apud Biotto Filho, 2008) aponta que as discussões sociopolíticas procuram analisar a natureza dos modelos matemáticos, ou seja, relacionar os pressupostos utilizados na construção do modelo matemático com o seu resultado. Aqui, vemos a modelagem matemática como propulsora do desenvolvimento da *matemacia*. Nesse sentido, percebemos características próprias quando inseridos no desenvolvimento da *matemacia* na abordagem sociopolítica: a modelagem matemática e a ocorrência de uma investigação matemática.

Para o desenvolvimento da dimensão sociopolítica, Biotto Filho (2008) destaca que é importante a criação de ambientes de aprendizagem que garantam aos estudantes e às estudantes caminhos para discutir e refletir o papel da Matemática em sociedade. Consideramos que o trabalho com cenários para investigação pode ser uma das opções para a inserção dos/das estudantes em ambientes propícios para o diálogo, para as discussões e reflexões, ou seja, para o desenvolvimento de competências sociopolíticas da *matemacia*.

2.2. Cenários Para Investigação

Ao pensarmos em uma aula de Matemática, naturalmente pensamos em um cenário da seguinte forma: professores e professoras viabilizam suas práticas a partir de momentos expositivos, em que apresentam conteúdos teóricos e exemplos de exercícios, juntamente com os métodos e técnicas matemáticas apropriados. Em seguida, estudantes realizam uma bateria de exercícios, muitas vezes trazidos do livro didático. Em certos momentos, gasta-se mais tempo na explicação do conteúdo e das técnicas e menos tempo na realização de exercícios, e em outros momentos o contrário (SKOVSMOSE, 2000).

Nesse cenário, o professor ou a professora assume posição central no processo de ensino e os/as estudantes aguardam comandos e os executam, de acordo com as técnicas desenvolvidas. Nesse ambiente, geralmente há um único caminho a percorrer na resolução das

atividades, sendo que elas apresentam apenas uma resposta correta. Skovsmose (2000) aponta que esse padrão de aulas é pautado no que chama de “paradigma do exercício”.

Skovsmose (2000) propõe uma alternativa para o paradigma do exercício através dos chamados “cenários para a investigação”, que, para ele são ambientes de aprendizagem que podem fornecer um suporte para um trabalho de investigação. Embasado por Skovsmose (2000), Silva (2010) aponta que uma maneira de superar o paradigma do exercício e considerar uma perspectiva onde o/a estudante seja convidado a “planejar linhas de investigações próprias e ser um agente ativo em seu processo de aprendizagem é a substituição dos exercícios tradicionais por cenários de investigação” (SILVA, 2010, p. 45). Entretanto, para que o desenvolvimento de um cenário para investigação aconteça, é necessário que os estudantes aceitem o convite para adentrar na investigação. Para Skovsmose (2000), o convite realizado por parte do professor pode ser idealizado por indagações do tipo “O que aconteceria se...?”. Já o aceite dos alunos, seriam manifestados por frases ou pensamentos do tipo “sim, o que aconteceria se? Na continuação da atividade, o docente também pode levantar desafios do tipo “Por que isto?” “Como que isso acontece?” e o “Sim, por que isto...?” simboliza o engajamento dos estudantes.

Skovsmose (2000) discute a existência de pelo menos seis ambientes de aprendizagem, caracterizados na maneira como as atividades de ensino e aprendizagem são desenvolvidas: paradigma do exercício ou cenário para investigação. Em cada perspectiva, pelo menos três referências podem ser tomadas na elaboração destas atividades: Matemática pura, semirrealidade ou referência à vida real. Na Tabela 1 destaca-se uma matriz formada pela junção destas referências em cada perspectiva de ensino.

Tabela 1 - Ambientes de aprendizagem.

	Exercícios	Cenários para a investigação
Referência à Matemática pura	(1)	(2)
Referência à semirrealidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

Fonte: Adaptado de SKOVSMOSE (2000)

O ambiente de aprendizagem (1), é caracterizado por atividades tradicionais vinculadas a Matemática pura. Comumente idealizadas por verbos de comando, dando uma concepção técnica e algo mecanizado. Para Silva (2010), são exemplos de atividade referentes ao ambiente (1): “Resolva a equação...”, “Fatore os polinômios...”, “Construa o polígono...”,

“Encontre o determinante...”, “Determine a raiz quadrada...”, “Verifique...”. No ambiente (2), que também faz referência à Matemática pura, podemos visualizar a partir da ação de investigar que aluno irá exercer sobre qualquer tema matemático. Para exemplificar, podemos trazer o seguinte trecho:

Explorando um software gráfico, o autor apresenta uma atividade que explora a variação do coeficiente a em funções do tipo $y = ax$, com $a < 0$. Nessa atividade, questões como “o que acontece com o gráfico quando os valores de a , negativos, se aproximam de zero?” ou “o que acontece com o gráfico quando os valores de a , negativos, se afastam de zero?” São exemplos de questionamentos que o professor pode apresentar a seus alunos, convidando-os a explorar os conceitos matemáticos envolvidos. (SILVA, 2010, p.26)

Nos ambientes relacionados a semirrealidade, Silva (2010) salienta que “quando a semirrealidade é utilizada apenas para produzir exercícios, ela pode ser considerada pertencente ao ambiente de aprendizagem (3)”, em que, são criadas situações fictícias com o objetivo de desenvolver algum algoritmo ou procedimento matemático. Por exemplo, questões do tipo “Maria tem uma piscina no quintal de sua casa. Sabendo que a piscina tem $2m$ de profundidade, $8m$ de largura e com a capacidade de $160 m^3$. Responda: a) Qual o comprimento da piscina? b) Sabendo que uma mangueira de água tem uma vazão de $4l$ por minuto, quantos minutos será preciso para encher a piscina?”

Ao analisar a atividade, vemos que o enunciado insere dados de uma suposta realidade. Além disso, os dois itens têm uma finalidade própria de utilizar algum algoritmo matemático. No entanto, não foi discutido se a viabilidade de uma piscina do tamanho que foi exposto estar em um quintal. Também, conversar sobre a questão financeira reproduzida na conta de água ao final do mês, ao se encher essa piscina. Desse modo, questões que fujam do script do exercício, são inibidas na sala de aula.

Por sua vez, no ambiente (4), os alunos são convidados a levantarem questões e investigarem acerca da atividade ligada à semirrealidade. Tomando o mesmo exemplo anterior, podemos citar outros itens para a exploração, como perguntas do tipo: O que aconteceria se com as dimensões da piscina a capacidade em litros fosse 25% menor? E se aumentássemos a vazão da mangueira em duas vezes? O que Maria pode fazer para que ela possa nadar em sua piscina, mas que sua conta de água venha com valor menos elevado? O surgimento de outras discussões acerca da atividade não será problema para o desenvolvimento da atividade investigativa.

Os ambientes (5) e (6) são voltados a atividades que visam desenvolver o conhecimento matemático a partir da realidade. No ambiente (5), Skovsmose (2006) destaca que as discussões são pautadas pela realidade, ou seja, oferece um sentido concreto e real, usando dados reais, por exemplo. Contudo, a discussão ainda permanece na centralidade de apenas solucionar o problema. Uma ideia para isso, é apresentado pelo autor “Por exemplo, diagramas representando o desemprego podem ser apresentados como parte do exercício, e, com base, podem ser elaboradas questões sobre períodos de tempo, países diferentes, etc.” Na outra via, para Silva (2010, p. 47) “o ambiente (6) tenta explorar uma situação problema real. Um exemplo disso pode ser o trabalho com projetos.”

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), a atividade de investigação matemática em sala de aula segue três etapas fundamentais para a sua execução: introdução da tarefa; realização da investigação; e discussão dos resultados. Durante esse processo, reserva-se que:

No acompanhamento que o professor faz do trabalho dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois polos. Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática. Com esse duplo objetivo em vista, o professor deve procurar interagir com os alunos tendo em conta as necessidades particulares de cada um e sem perder de vista os aspectos mais gerais de gestão da interação didática. Desse modo, o professor é chamado a desempenhar um conjunto de papéis bem diversos no decorrer de uma investigação: desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles. (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2006, p. 47)

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), é nesse momento do “arranque da aula” que, o professor inicia a ação de desafiar os alunos motivando-os à interação para o desenvolvimento das atividades. Os autores destacam que o professor tem atuação decisiva para propiciar um ambiente investigativo. Além disso, a cautela e atenção do docente durante o trabalho dos alunos é crucial para o desenvolvimento do espírito investigativo em sala de aula, isto é, recorrentemente é necessário desafiar os estudantes. Quando comentamos sobre a fase de avaliar o progresso dos alunos, trata-se de o professor: “ao chegar, junto de um grupo, um dos seus objetivos é recolher informações sobre o desenrolar da investigação. Antes de mais nada, procura compreender o pensamento dos alunos, fazendo perguntas e pedindo explicações, evitando ajuizar apressadamente sobre o seu trabalho.” (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2006, p. 49).

Nesta parte, o professor ou a professora pode reformular o desenvolvimento da aula, uma vez que, ao analisar os progressos dos/das discentes em situações diversas, haverá a

necessidade de conceder mais tempo para o trabalho investigativo, realizar uma discussão intermediária entre os alunos, uma discussão com toda sala ou comentar sobre os pontos finais da atividade.

Ainda na etapa do desenvolvimento Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) apontam que professores e professoras devem estimular o raciocínio matemático dos/das estudantes. A partir disso, em muitas ocasiões surgirão pontos e questionamentos que não pertencem aos planejamentos do/da docente. Assim, o professor deve estar flexível e predisposto a buscar o entendimento de situações não pensadas previamente. Contudo, através desses momentos imprevisíveis, o professor deve fazer questionamentos e enaltecer uma visão reflexiva dos alunos quanto às conjecturas e ideias levantadas pelos/as estudantes. Ainda, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) apontam sobre a importância de que professores e professoras, em aulas investigativas, apoiem o trabalho dos/das estudantes. Nessa vertente, para os autores, “o apoio concedido pelo professor assume várias formas: colocar questões mais ou menos diretas, fornecer ou recordar informação relevante, fazer sínteses e promover a reflexão dos alunos”. Com isso, nota-se que novamente é necessário que o professor priorize o viés investigativo, pois, segundo os autores, a postura investigativa do docente auxilia os alunos/as a identificarem que a função do professor é de estimular o trabalho dos alunos e não em caracterizar como certo ou errado.

No processo de investigação matemática, o professor assume um papel de mediador e orientador da atividade. Assim, suas condutas devem estar pautadas em incentivar seus estudantes nas tarefas e criar situações para seus estudantes se envolverem no processo investigativo, afinal, o docente deve priorizar aos alunos o espírito investigativo. Por mais que, nesse processo, alunos/as estudantes tenham autonomia e estejam no centro de seu processo de aprendizagem, professores e professoras tem sua função sendo consideravelmente valiosa para o desenvolvimento da investigação matemática.

O trabalho docente em um cenário para investigação é mais propício para colocar professores e professoras no que a literatura chama de “zona de risco”. Segundo Skovsmose (2000), isso acontece pois, muitas vezes, os caminhos escolhidos pelos estudantes na resolução das atividades pode tomar rumos desconhecidos pelos professores e professoras ou muitas vezes levar a situações não previstas. Além disso, autores como Milani (2020) e Alrø e Skovsmose (2006) apontam que cenários para investigação requerem uma prática dialógica do professor com seus estudantes. Nesse sentido, para Milani (2020):

Diálogo é estar com o outro, um movimentar-se para o outro. Ao dizer isso, já abordo o diálogo como movimento. Engajamento e compartilhamento de falas; o diálogo como participação. Perguntas, respostas e um prolongar de ideias; o diálogo como discussão (MILANI, 2020, p. 1037).

Com isso, Alrø e Skovsmose (2006, apud MILANI, 2020) levanta que o diálogo possui dois elementos característicos: o primeiro voltado para o campo teórico, que são: “realizar uma investigação, correr riscos e promover a equidade”; e a segunda vinculada aos oito atos dialógicos: “estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar”.

O diálogo em uma aula de Matemática, está ligado a comunicação e participação ativa entre os personagens (escuta e fala), ao prolongamento das ideias expressas através de indagações. Nesse contexto, para Alrø e Skovsmose (2006, apud MILANI, 2020) o diálogo assume a imprevisibilidade e múltiplos caminhos de exploração de ideias, ou seja, o diálogo está intrinsecamente atrelado ao processo de investigação matemática.

Essa situação de imprevisibilidade, segue a mesma ideia citada de zona de risco citado por Skovsmose (2000). Rotineiramente, na nos ambientes de aprendizagem há a proposta de um contrato didático, que para Skovsmose (2000) pode ser definido em termos do "equilíbrio no ambiente de aprendizagem". Entretanto, para ele, dentro de uma investigação matemática pautada pelo diálogo o contrato pode ser facilmente quebrado. “Por exemplo, quando alunos começam a questionar detalhes de uma semirrealidade" (SKOVSMOSE, 2000, p. 17)

Assumindo essa “zona de risco”, Skovsmose (2000) enaltece que os professores ao entrarem nessa situação, rapidamente migram para o paradigma do exercício, isto é, para a “zona de conforto”. Para o autor, essa transição não deve ser caracterizada pela volta ao paradigma do exercício. O docente deve estar preparado para movimentar no novo ambiente, cujo criado pelas interações dos alunos, ou seja, pelo diálogo. Dentro disso, ao entrar na “zona de risco”, o professor possibilita “uma atividade produtiva e não uma experiente a ameaçadora. Isso significa, por exemplo, a aceitação de questões do tipo "o que acontece se...", que possam levar a investigação para um território desconhecido” (SKOVSMOSE, 2000).

Dentro desse cenário, em uma eventual interação dos alunos com o diálogo (perguntas) proposto pelo professor, os rumos desse acontecimento fogem da centralidade do docente. Vale destacar, que no âmbito do diálogo em sala de aula, entre os personagens (professor e estudantes) deve reinar a equidade. Para isso, Milani (2020) destaca que o

docente realiza o movimento de ir até o outro (aluno) apoiando-se em três características centrais para essa ação: coerência, empatia e consideração. Ao descentralizar a figura do professor a partir da equidade, a aula poderá sair do script estabelecido, pois os discentes podem levantar diversas questões.

Ser coerente significa ser transparente e verdadeiro em relação ao que se pensa e faz. A empatia do professor aparece quando ele tenta entender o ponto de vista dos alunos, coloca-se no lugar do outro e tem consciência da perspectiva do outro. A consideração está relacionada a aceitar e respeitar o outro com quem se dialoga, sem a intenção de mudá-lo. No diálogo, professor e alunos têm direito à fala e a serem escutados. As diferenças e a diversidade ao agir e pensar são respeitadas. (MILANI, 2020, p. 1039)

Além disso, para Milani (2017) o professor pode ser assistido por uma via importante do diálogo, que é a escuta ativa, que segundo a autora é uma forma de ter um olhar atento, ou mesmo uma expressão facial que mostre interesse pelo que o outro está falando. Um balançar de cabeça afirmativo, segundo a autora, acolhem os discursos dos alunos. Aponta que “perguntas de caráter investigativo, hipotético ou que buscam uma confirmação, e uma atenção especial ao que o aluno diz, auxiliam o professor a compreender o que ele está pensando. (MILANI, 2017, p. 40).

3. Revisão de Literatura

O objetivo desse capítulo é compreender a forma como o trabalho pedagógico com cenários para investigação tem sido tratado pela literatura atual em Educação Matemática, com foco em atividades do ensino médio e que tenha conexão principalmente com aspectos sociopolíticos da *matemacia* (a dimensão técnica também será trabalhada). Para isso, inicialmente configuramos nossas intenções de buscas ao portal de periódicos da CAPES, na opção *acervos*, *buscar assuntos* e posteriormente em *busca avançada*. Digitamos os descritores “Cenários para investigação” AND “Ensino Médio” e posteriormente “Cenários para investigação” AND “justiça social”. Na opção de *filtros de busca*, colocamos “qualquer campo”, e “contém”. Em relação ao material, inserimos a opção “todos os itens”, “qualquer idioma” e “qualquer ano”. Com isso, fixamos duas combinações que estejam de acordo com nossas perspectivas. A seguir, temos o Quadro 1, que descreve os resultados.

Quadro 1 - Pesquisa de materiais para análise no portal de periódicos da CAPES

Busca Avançada					
Pesquisa	Assuntos			Resultados	Resultados de Interesse
1	Cenários para investigação	Matemática	Ensino Médio	21	1
2	Cenários para investigação	Matemática	Justiça social	2	0

Fonte: Do autor.

A seleção aconteceu a partir da verificação entre os títulos dos vinte e um trabalhos encontrados. O artigo que apresentasse no título o assunto “cenários para investigação” era classificado como “resultado de interesse”. Na primeira busca, selecionamos um artigo de interesse e na segunda não tomamos nenhum artigo para estudo. Assim, pela falta de trabalhos para a análise, direcionamos uma nova pesquisa para a Biblioteca Eletrônica Científica Online (SciELO). Na SciELO, selecionamos a barra de opções e em seguida escolhemos a opção “buscas”. Para os filtros, deixamos em “todos os índices” e optamos por seguir as mesmas combinações de pesquisas do portal de periódicos da CAPES. Os resultados estão expressos a seguir conforme o Quadro 2.

Quadro 2- Pesquisa de materiais para análise na SciELO.

Buscas					
Pesquisa	Assuntos			Resultados	Resultados de Interesse
1	Cenários para investigação	Matemática	Ensino Médio	1	0
2	Cenários para investigação	Matemática	Justiça social	0	0

Fonte: Do autor.

Pelo fato de as buscas terem como resultado apenas um texto, redirecionamos novas pesquisas de materiais para o catálogo de teses e dissertações da CAPES. No campo de busca digitamos os seguintes termos: “cenários para investigação” AND “Educação Matemática Crítica” AND “ensino médio”. As pontuações como aspas e a palavra “AND” devem ser respeitadas para o sucesso da pesquisa. A seguir, apresentamos o Quadro 3 com os resultados das buscas.

Quadro 3- Pesquisa de materiais para análise no catálogo de teses e dissertações.

Buscas					
Pesquisa	Assuntos			Resultados	Resultados de Interesse
1	Cenários para investigação	Educação Matemática Crítica	Ensino Médio	26	3

Fonte: Do autor.

Para a seleção dos resultados de interesse, utilizamos o parâmetro de pelo menos no título, resumo ou nas palavras-chaves das dissertações, localizarem todos os três termos da busca. Discutiremos, dessa forma, os três trabalhos encontrados nessa revisão de literatura, destacados no Quadro 4, a seguir:

Quadro 4 – Trabalhos encontrados na pesquisa.

Título	Autor(a)	Ano de publicação	Tipo
Modelagem Matemática e manutenção de uma propriedade rural autossustentável	Thiago Troina Melendez	2013	Dissertação

Educação Financeira: uma abordagem a partir da Educação Matemática Crítica	Suellen Roberta de Jesus Argena	2021	Dissertação
Cenários para investigação em Educação Financeira por meio do ensino de Estatística no ensino médio	Adilson Vilson Vieira	2021	Dissertação

Fonte: Do autor.

A pesquisa desenvolvida por Melendez (2013), no Instituto Federal de Farroupilha, Campus Alegrete, seguiu suas características como Projeto Integrador e descreve uma experiência com turmas do ensino médio integrado ao curso técnico em Agropecuária, utilizando da modelagem e cenários para investigação para criar ambientes de aprendizagem. O estudo apresenta a interdisciplinaridade do saber matemático com as outras áreas (Português, Biologia, Psicultura, Zootecnia Geral, Agricultura, Olericultura, Avicultura, Construções Rurais, Associativismo e Cooperativismo; e Gestão Ambiental). O projeto idealizado, em 2011, seguiu no desenvolvimento de uma maquete referente a uma propriedade agropecuária sustentável e fez parte da Semana da Ciência e Tecnologia, cujo tema era Desenvolvimento Sustentável.

Melendez (2013) optou trabalhar com todos os anos do ensino médio, separando os grupos por série. Foram envolvidos no projeto aproximadamente dez professores, assim cada grupo tinha seu representante docente. No desenrolar das atividades, “a empolgação inicial foi perdendo força ao longo do semestre. O que se podia perceber era que o projeto não foi para dentro das salas de aula, como era esperado” (MELENDEZ, 2013, p. 51). Para alimentar o ânimo dos alunos, os professores e professoras pensaram em uma visita técnica, onde havia em exposições do ramo ou em propriedades, uma vez que isso viabilizaria as construções de maquetes para o projeto. Pautado pela desmotivação dos alunos e alunas e pela falta de empenho dos professores e professoras que conduziram o projeto, Melendez (2013) pontua que foi necessário reorganizar a proposta do projeto, alinhando de acordo com os interesses das áreas que seriam trabalhadas. Com a reorganização da proposta, o número de estudantes e professores envolvidos foram reduzidos e o modelo priorizou as construções escritas dos estudantes, não mais a confecção de uma maquete. Segundo Melendez (2013), o roteiro definido, conteve os seguintes direcionamentos:

- Desenhe sua propriedade, sabendo que ela não pode ser de forma retangular e sua área deve estar entre 20 e 30 hectares. Não se esqueça das medidas de contorno, em metros.
- Descreva os tanques de peixes com suas dimensões. Qual(is) a(s) espécie(s) escolhida(s) e sua população estimada?
 - Plantação de livre escolha.
 - Descreva as dimensões do galpão de criação, com suas quantidades e tipos de aves.

Vale ressaltar, que as perguntas anteriores compõem um projeto interdisciplinar, mas que em todos os itens serão desenvolvidos aspectos matemáticos. A ideia discutida por Skovsmose (2000), se perpassa também no trabalho de Melendez (2013), em que “não houve convite, mas sim um pedido de participação aos alunos das quatro turmas [...]. O convite/pedido foi aceito sem qualquer ressalva talvez pela boa relação já demonstrada entre alunos e o professor da disciplina” (Melendez, 2013, p. 56). Além disso, sintonizando aos ambientes de investigação, as atividades discorreram nos ambientes (4) e (6), uma vez que buscaram integrar as preocupações reais que proprietários rurais podem enfrentar (Melendez, 2013).

No tocante aos resultados do projeto, Melendez (2013) sentiu que os estudantes não se conectaram por inteiro ou não se sentiram à vontade quando a aula sai do tradicionalismo (paradigma do exercício). Também comentou que a organização das turmas em grupos se caracterizou pela falta de dedicação constante, tendo momentos de desinteresse. Em relação às etapas, ficou evidente que os estudantes se sentiam mais à vontade nos conhecimentos práticos, com isso “lideravam as discussões e argumentavam sobre os trabalhos do grupo” (Melendez, 2013, p. 90). Para mais, o autor destaca que “apesar das dificuldades, não há como negar o sucesso da proposta” (Melendez, 2013, p. 91).

Há fortes indícios de que a ausência de atividades investigativas na realidade dos nossos alunos tenha contribuído para uma timidez inicial. Este desconforto provavelmente inibiu a ação de alguns alunos que poderiam ter contribuído mais com seus grupos. Para uma experiência inicial, estamos bastante satisfeitos. (MELENDEZ, 2013, p. 91)

Argena (2021), por sua vez, analisou uma proposta de ensino sobre Educação Financeira no ensino médio utilizando cenários para investigação na perspectiva da Educação

Matemática Crítica. Vale destacar que a pesquisa foi desenvolvida em um contexto de pandemia, assim todo processo do estudo ocorreu de forma remota.

Para a avaliação das atividades propostas foram convidados os professores que pertenciam ao Programa de Pós-Graduação da área de ensino de Matemática. A coleta de dados utilizou dos seguintes instrumentos: uma entrevista gravada em vídeo, anotações e um questionário. A análise dos dados se deu por consonância com os princípios descritos por Gomes (1994). Em uma oportunidade, os mestrandos avaliadores das atividades responderam ao seguinte questionamento:

Os cenários propostos proporcionam ambientes de aprendizagem que possibilitam a autonomia, o diálogo e a democracia? De que forma?” torna-se pertinente e necessário no processo de avaliação das atividades. Segundo um dos participantes, isso só vai ocorrer se a didática do professor que aplicar as atividades propostas possibilitar. Para os demais, os cenários por si só já apresentam essas possibilidades, pois estimulam a participação dos discentes através da realização de pesquisas, problematização dos conceitos, tomada de decisão do aluno e da turma como um todo, a construção do conhecimento com a opinião de todos, enfatizando o diálogo e as discussões que geram reflexões e respeito aos demais, construindo um ambiente democrático em que todos são participantes ativos (ARGENA, 2021, p.63).

Com a análise dos dados, o autor desenvolveu um produto educacional, que neste caso foi um caderno de atividades investigativa, relacionando com a Educação Financeira e atrelado aos seis ambientes de aprendizagem descritos por Skovsmose (2000). Assim, com o desenvolvimento das atividades do caderno, Argena (2021) elenca que professores e professoras saíram de sua zona de conforto, abrindo caminhos para que tenha mudanças no processo de ensino e aprendizagem dos “sujeitos”.

Em síntese, o produto educacional apresenta-se como uma oportunidade diferenciada de expor a temática Educação Financeira, com a intenção de auxiliar o aluno no processo de desenvolvimento de sua autonomia, a partir de situações dialógicas e democráticas, que podem trazer grandes benefícios aos discentes e, conseqüentemente, a sociedade em geral. (ARGENA, 2021, p.68)

Vieira (2021) estudou no âmbito da educação financeira. O autor buscou desenvolver um produto educacional na perspectiva da Educação Matemática Crítica, trabalhando aspectos de democracia e os próprios cenários para investigação.

O autor utilizou de materiais escritos pelos cinco estudantes do 3º ano do ensino médio de uma escola localizada em Joinville – SC. O projeto foi desenvolvido em um contexto de pandemia da COVID-19, logo os dados foram coletados por plataforma online e

por aplicativos de mensagens. A análise dos dados obtidos ocorreu a partir da proposta dialética indicada por Minayo (1994), pois Vieira (2021, p. 61) acredita que o processo de análise necessita de início, meio e fim. Com isso, Vieira (2021) direciona sua prática a partir dos cenários para investigação, desenvolvendo-os em três etapas:

(a) Primeira etapa da atividade: sensibilização a respeito da educação financeira: Nessa fase, o autor utilizou formulário virtual para realizar o convite e assim uma sondagem perante o que os sujeitos pensavam e conheciam sobre Educação Financeira e buscou pontos para serem explorados na investigação.

(b) Segunda etapa: convite para a realização da investigação. Com as respostas da primeira etapa, decidiu-se que o tema da atividade seria em torno de como operar na bolsa de valores. Termos como renda variável (ações, fundos imobiliários e investimento) entraram na discussão da investigação. Assim, foi proposto um convite para os alunos acompanharem a variação do valor das ações comercializadas no IBOVESPA, onde os cálculos das médias entraram em ação, uma vez que é viável observar a média em que as ações são negociadas. Apresentações em forma de slides foram utilizadas para mostrar a relevância do tema proposto. Com isso, a atividade seguiu para o próximo estágio: realizar uma estimativa do lucro/prejuízo de uma determinada ação.

(c) Terceira etapa: resultados das investigações. A partir das investigações, cada aluno produziu um material oferecendo dicas de como operar na bolsa de valores, como funciona esse mercado e como começar a investir. Dessa maneira, vemos que com a metodologia adotada, o autor estimula o protagonismo e a postura ativa. Além disso, para ele o professor e a professora são essenciais para a configuração de uma investigação.

Estar aberto ao que o estudante tem a dizer, provocá-lo para a reflexão e apoiá-lo na construção de suas ideias é uma forma do professor convidá-lo a participar da aula, ao invés de simplesmente utilizar de seu poder institucional obrigando-o a cumprir com o que é ordenado a fazer. O papel do professor nesse processo é fundamental para identificar possíveis temas para discussão e conectá-los aos conteúdos que a base curricular sugere e, também, ao que o estudante almeja. Também é o professor quem auxilia o estudante proporcionando a segurança necessária para que o aprendizado possa ocorrer. (VIEIRA, 2021, p. 71)

Com o desenvolvimento da atividade, o autor destaca que a investigação possibilitou inserir os alunos além da reprodução de algoritmos, revelando o mundo de descobertas. Assim, percebemos que Vieira (2021) visa:

[...] valorizar a diversidade de saberes e vivências de cada um, respeitando seus conhecimentos e experiências para auxiliá-lo a fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. Dessa forma, esperamos que o estudante possa pautar suas argumentações com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. (VIEIRA, 2021, p. 85)

Desse modo, ao elencar as três obras percebemos que a questão do diálogo foi explorada com sucesso, o que pode ser um ponto semelhante no desenvolvimento da intervenção pedagógica. Além disso, em projetos maiores como o de Melendez (2013), vemos que na medida que as atividades foram desenvolvidas os alunos foram perdendo a interação e isso pode ser uma relação com a intervenção pedagógica destacado em minha pesquisa.

4. Metodologia

Este trabalho, de abordagem qualitativa, buscou compreender as potencialidades e os desafios de se desenvolver um cenário para investigação com estudantes do ensino médio, que trabalhe com as competências sociopolíticas da *matemacia* e do diálogo.

Por se tratar de uma pesquisa da própria prática, os dados foram obtidos a partir de uma sequência didática, elaborada e desenvolvida pelo autor, com estudantes do primeiro ano do ensino médio de tempo integral (EMTI) da Escola Estadual Monsenhor Teófilo Saez, em Campos Gerais - Minas Gerais. A escola aderiu recentemente ao novo EMTI, sendo a única escola da cidade a contemplar essa nova modalidade de ensino. A configuração do EMTI é, de forma gradativa, ou seja, a escola tem apenas uma turma de 1º ano e, no decorrer dos anos, a escola contemplará todos os anos do ensino médio. Em relação às características da turma, observa-se uma sala de aula homogênea, aberta ao diálogo, participava e com bastante dificuldade nos conhecimentos matemáticos. O autor desse trabalho atuou como professor de uma disciplina eletiva denominada Núcleo de Inovação Matemática. Combinamos com a professora da disciplina de Matemática para alinharmos o principal conteúdo a ser desenvolvido. O tema escolhido pela turma foi “Consumo: Inflação e Deflação”.

Para isso, utilizamos a seguinte dinâmica para a coleta de dados:

1. Planejamento de uma atividade investigativa envolvendo o conteúdo Tratamento da Informação e Matemática Financeira;
2. Desenvolvimento da atividade planejada com uma turma do primeiro ano do ensino médio por meio de 10 encontros;
3. Análise das potencialidades e desafios da utilização da proposta com os estudantes.

Os dados foram coletados por meio das anotações, observações em caderno de campo e dos materiais escritos dos alunos. Os nomes dos/das estudantes são fictícios como modo de preservar a identidade. A análise dos dados focou em apontar os desafios enfrentados no desenvolvimento da atividade com a turma além das potencialidades pedagógicas, a partir de minhas impressões enquanto docente e de noções vindas da literatura.

4.1. A Sequência Didática da Intervenção Pedagógica

O objetivo geral da sequência didática foi analisar a taxa de crescimento ou decréscimo dos valores de itens contidos na cesta básica, ao longo de um período de tempo. Os objetivos específicos foram:

- Realizar cotações de preços.
- Compreender as oscilações dos preços de mercadorias durante um período de tempo.
- Levantar hipóteses que justifiquem as oscilações de preços.
- Construir tabelas e gráficos de modo a organizar os dados obtidos.
- Argumentar a partir da análise dos dados.

A temática elencada anteriormente mostrou-se como um grande potencial de exploração. Assim, a elaboração da intervenção pedagógica seguindo a abordagem de cenários para investigação ocorreu por meio de três etapas:

- 1) Definição, coleta dos dados e organização dos dados;
- 2) Análise dos dados;
- 3) Discussão dos resultados.

Na primeira etapa, o objetivo da atividade estava voltado para a compreensão do que seria estudado, bem como as discussões sobre quais itens devem constar na cesta básica, assim formulando a lista de produtos para a consulta dos dados e organizando os dados finais. A seguir, na Figura 1, destacamos a estrutura que a etapa 1 foi configurada no caderno de acompanhamento dos estudantes.

Figura 1 – Primeira etapa da investigação.

• O que significa DIEESE?
Departamento interministerial de estatísticas e estudos socioeconômicos

• O que significa PNCSA?
Pesquisa Nacional da Cesta Básica de Alimentos

• Quais são os itens básicos segundo o governo federal? (sugestão de sites: DIEESE, Banco Pan)
Arroz 5kg / Açúcar 5kg / Feijão 1kg / Farinha de trigo 1kg / Farinha de mandioca 1kg / Fubá 1kg / Bata de coco 1L / Sal 1kg

• A partir da pesquisa, definir em conjunto com toda a sala, quais itens irão fazer parte da lista a seguir.

Itens	Quantidades	Ano/Preço (R\$)		
		2022	2021	2020
1 Arroz	5Kg	18,50	2,03	1,54
2 Feijão	2Kg	18,99	3,59	2,81
3 Oleo	1L	8,97	3,38	2,62
4 Sal	1Kg	2,29		
5 Açúcar	5Kg	15,99	2,13	1,44
6 Farinha	1Kg	5,19	1,49	1,85
7 Macarrão	1Kg	9,19		
8 Café	1Kg	15,59	13,41	6,61
9 Leite	2L	4,59	2,01	1,10
10 Bolacha	1Kg	2,79		
11 Molho de Tomate	500Kg	2,49		
12 1 dúzia de ovos	1 dúzia	9,00		
13 Fubá	meio quilo	5,49		
14 Carne frango	2Kg	24,40		
15 Batata	1Kg	6,99	1,85	1,19
16 Queijos (Tomate)	1Kg	0,99	4,63	1,19
17 Macarrão Integral	1 requembo	2,39		
18 Banana	1K	2,99	3,05	1,36
19 Maça	1K	13,99		
20 Leite Integral	1 ração	8,49	6,28	4,61
21 manteiga	meio quilo	7,49	14,95	12,64
22 gelatina	2unid.	1,29		

CS Digitalizado com CamScanner

Fonte: Do autor.

Esta etapa foi desenvolvida pelos estudantes no laboratório de informática da escola, onde os computadores tinham acesso à internet. O objetivo foi o de situar os estudantes em relação à maneira de como é configurada a cesta básica no Brasil. Com a pesquisa, os discentes juntamente com o professor, precisaram definir quais itens fariam parte da cesta básica.

Consequente, tendo a lista de itens completa, os alunos foram levados ao supermercado da cidade para a coleta de dados. Após a realização da coleta de dados, a última fase da

atividade foi a organização dos dados. Nesse estágio, seria destinado aos estudantes duas tabelas conforme a Figura 2, para que eles pudessem utilizar dados de anos anteriores e preencherem em seus respectivos espaços. Ao completar o preenchimento, os estudantes teriam em mãos o valor de cada item nos anos de 2002, 2012, 2022. Com isso, a ideia era que analisassem a inflação dos itens da cesta básica no período e também percebessem a inflação do valor total da cesta básica no decorrer dos anos.

Figura 2 – Dados de 2002 e 2012.

Tabela 1
Pesquisa Nacional da Cesta Básica
Preços médios por Capital e por produto
Dezembro de 2002

Produtos	Centro Oeste			Sudeste
	Brasília	Goiânia	Belo Horizonte	Rio de Janeiro
Carne	7,61	6,78	7,76	7,09
Leite	1,08	0,95	1,10	1,09
Feijão	2,50	2,82	2,81	2,52
Arroz	1,66	1,54	1,54	1,91
Farinha	1,84	1,79	1,84	1,91
Batata	1,04	1,14	1,19	1,03
Tomate	0,95	1,07	1,19	1,11
Pão	4,57	4,63	4,61	4,91
Café	5,81	6,48	6,61	7,00
Banana	1,70	0,90	1,36	1,41
Açúcar	1,60	1,07	1,44	1,34
Óleo	2,58	2,47	2,62	2,69
Manteiga	12,46	12,17	12,64	11,75
Gasto Mensal	147,93	137,51	150,94	146,59
Cidade mais cara	6°	8°	4°	7°

Fonte: DIEESE
Elaboração: DIEESE

TABELA 5 - PREÇOS MÉDIOS E VARIAÇÃO:

PRODUTOS	PREÇOS MÉDIOS	
	Setembro 2012	Agosto 2012
CARNE	14,82	14,72
LEITE	2,01	2,00
FEIJÃO	3,59	3,53
ARROZ	2,03	1,85
FARINHA DE TRIGO	1,49	1,46
BATATA	1,85	1,43
TOMATE	4,63	5,24
PAO	6,28	6,21
CAFE	13,41	13,39
BANANA	3,05	3,01
AÇUCAR	2,13	2,10
OLEO DE SOJA	3,38	3,29
MANTEIGA	14,95	14,57
GERAL		

Fonte: DIEESE.

Na etapa de análise de dados, criamos questões norteadoras que facilitaram os estudantes a discutirem sobre o tema. Conforme a Figura 3, a questão 1 tinha como objetivo dimensionar as ideias em relação ao valor da cesta básica, a relação do entendimento literal da palavra “cesta básica” e a compreensão de suficiência. Nesse âmbito, a atividade deveria ser mediada pelo professor(a) de modo a incentivar as ideias dos/das estudantes e favorecer momentos de diálogo dentro da sala de aula.

Figura 3: Questão 1 do caderno de acompanhamento dos/das estudantes.

Questão 1

a) Você considera que os alimentos presentes na cesta básica são suficientes?

b) Para quantas pessoas você considera que a cesta seria o suficiente?

Fonte: Do autor.

A questão 2 buscava explorar os conhecimentos prévios dos/das estudantes e foi fundamentada principalmente a partir da relação dialógica. Nessa fase, também foi considerada a percepção dos estudantes sobre o conteúdo matemático relacionado ao tema. Quando os/as estudantes foram chamados a comparar os valores da cesta básica de cada ano, esperava-se que eles percebessem que sem o uso da Matemática a comparação seria infundada. A seguir vemos a maneira que a questão 2 foi organizada, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4: Questão 2 do caderno de acompanhamento dos/das estudantes.

Questão 2

- a) Com base em suas investigações, o que você observou em relação as alterações dos preços no período analisado?

- b) Como poderíamos comparar, de fato, os preços em períodos de tempo diferentes?

- c) Em qual dos anos, o valor da cesta básica estava mais barato para as pessoas? Como podemos fazer essa comparação?

2002: R\$ _____ 2012: R\$ _____ 2022: R\$ _____

- d) Discutam com sua equipe e elaborem uma explicação para a oscilação dos preços dos produtos.

Fonte: Do autor.

A Figura 5 apresenta a questão 3, onde demos início ao desenvolvimento da parte técnica: os cálculos das taxas percentuais de cada produto da cesta básica. O objetivo dessa atividade estava centrado na visualização das taxas percentuais e para que percebessem se houve aumento ou diminuição significativos dos preços. Para a média aritmética o intuito era que os/as estudantes compreendessem que para esse caso o cálculo seria irrelevante, ou seja, não se faz “conta” por fazer e sim se faz cálculos para entendermos a realidade.

Figura 5: Questão 3 do caderno de acompanhamento dos/das estudantes.

Questão 3

- a) Utilizando uma calculadora, calcule as taxas percentuais e a média aritmética (das taxas) que cada produto se desenvolveu (tomando o menor ano como início, para a primeira taxa e o ano anterior para a segunda taxa)

Preencha a tabela:

Itens	Ano/Taxa Percentual	Média
-------	---------------------	-------

	2002	2012	2022	
Arroz	R\$			
Feijão	R\$			
Óleo	R\$			
Acúcar	R\$			
Farinha	R\$			

Fonte: Do autor.

Depois da parte técnica, a Figura 6 traz perguntas para direcionar a compreensão dos/das estudantes quanto aos cálculos realizados. A exploração dessa atividade estava relacionada à prospecção da noção dos itens que tiveram alta significativa e quais itens não cresceram tanto. Por ser uma atividade iniciada pelo aparato técnico, era de extrema importância ter o diálogo como recurso.

Figura 6: Questão 3 do caderno de acompanhamento dos/das estudantes.

b) Quais são os top 3 de produtos que tiveram a maior taxa de crescimento durante o fim dos três anos? Eles têm alguma semelhança entre si? Caso tenha, defenda uma explicação para isso.

1. _____ 2. _____ 3. _____

c) Quais são os top 3 de produtos que tiveram a menor taxa de crescimento durante o fim dos três anos? Eles têm alguma semelhança entre si? Caso tenha, defenda uma explicação para isso.

1. _____ 2. _____ 3. _____

d) Analisando a coluna da média, qual produto teve maior crescimento? E o menor?

Maior: _____ Menor: _____

e) A média pode servir como base para uma suposta análise criteriosa? Ela é justa?

f) Algum produto teve taxa de decréscimo? Por quê?

Fonte: Do autor.

Na questão 4, foram apresentadas indagações com o propósito de utilizar a parte da análise feita anteriormente e colocar os/as estudantes a buscarem explicações críticas e fundamentadas pela realidade. Novamente, a atividade tinha como objetivo perpassar pelo campo do diálogo.

Figura 7: Questão 4 do caderno de acompanhamento dos/das estudantes.

Questão 4

a) Quais pontos afetaram os valores dos produtos entre esses anos? Explique.

b) Você concorda que pode ocorrer o que for que a cada ano os preços irão aumentar? Explique.

c) Caso em algum produto tenha ocorrido um decréscimo, o que poderá explicar essa baixa?

Fonte: Do autor.

A questão 5, indicava uma pesquisa pontual sobre o valor do salário mínimo de cada ano estudado. A pesquisa poderia ser realizada a partir dos smartphones dos/das estudantes, uma vez que a sala tem acesso à internet. Com os dados obtidos, eles/elas foram levados a analisarem em quais anos o valor da cesta básica representou mais em relação ao salário mínimo, isso utilizando técnicas matemáticas (porcentagem e razão). Em seguida, o/a discente foi convidado/a a realizar uma verificação sobre o salário mínimo atual, considerando o valor justo ou não e apontando uma sugestão para o reajuste salarial do próximo ano. A presente atividade tinha como objetivo instigar os alunos a utilizarem da Matemática para construir explicações e fatos pertinentes.

Figura 8: Questão 5 do caderno de acompanhamento dos/das estudantes

Questão 5

Realize uma pesquisa sobre os valores do salário mínimo de cada ano:

2002: R\$ _____ 2012: R\$ _____ 2022: R\$ _____

a- Em qual ano sobrou mais dinheiro se comparamos o valor da cesta e o salário?

b- O que acontece com a razão entre o valor da cesta básica e o valor do salário em cada ano?

c- Vocês consideram o valor do salário justo?

d- Caso fosse possível apontar um valor do salário mínimo para 2023, o que você diria? Explique!

Salário Mínimo 2023: R\$ _____

Fonte: Do autor.

A última atividade dessa etapa contemplou o desenvolvimento técnico da Matemática, com o intuito de convidar os/as estudantes a pensarem na relação de horas trabalhadas para comprar uma cesta básica entre os anos levantados. Os parâmetros técnicos se desdobram em utilizar a proporcionalidade, uma regra de três simples. Apesar desta atividade não oferecer no caderno de acompanhamento um campo para que os/as estudantes discorram suas opiniões, o docente tem total abertura para abrir essa atividade para o campo do diálogo. Consideramos que a abertura à discussão é extremamente fundamental para o sucesso da questão em si.

Figura 9: Questão 6 do caderno de acompanhamento dos/das estudantes.

Questão 6

Analisando o valor do salário de cada ano e sabendo que para ganhar um salário deve-se trabalhar 176h em 22 dias úteis, responda:

a) Quantas horas serão necessárias trabalhar para comprar os itens da cesta básica de cada ano.

2002: _____ 2012: _____ 2022: _____

Fonte: Do autor.

A etapa 3, tinha como caráter formalizar os resultados levantados pelos/as estudantes em todas as questões anteriores. As duas questões que estavam presentes nessa etapa, fomentam a ideia dos/das estudantes discutirem sobre os principais pontos tomados no desenvolvimento da temática e juntos formalizarem as conjecturas feitas. Além disso, a atividade tem como finalidade pontuar a evolução dos estudantes em relação ao próprio conteúdo matemático e a sua própria percepção de mundo. Na questão 7, as perguntas tiveram o objetivo de mensurar a compreensão dos alunos em relação a conceitos importantes desenvolvidos na intervenção pedagógica. Na questão 8, os estudantes foram chamados a argumentar criticamente sobre o entendimento do tema.

Figura 10: Questão 7 e 8 do caderno de acompanhamento dos/das estudantes.

Questão 7

Com todas as discussões anteriores, defina o que você entendeu por:

a- Inflação

b- Deflação

c- Oscilação de preços

Questão 8

Com todas as discussões realizadas até aqui, reponda os itens a seguir utilizando argumentos críticos.

a) Você considera necessário o uso da matemática para compreender o tema?

b) Para você, o que mudou em relação ao entendimento do tema com o desenvolvimento do minicurso?

c) Você consegue perceber a inflação ou deflação agindo no seu dia-a-dia? Como?

d) Se estivéssemos em 2023, o preço da cesta básica trabalhada aqui, seria o mesmo? Maior ou menor? Justifique.

e) Seria possível o valor da cesta básica permanecer sem grandes altas durante um período de tempo?

Fonte: Do autor.

5. Análise e Discussão de Resultados

O desenvolvimento da intervenção ocorreu em 10 aulas, realizada entre os meses de novembro e início de dezembro de 2022. Ou seja, aconteceu alguns dias depois das eleições presidenciais, durante o acontecimento da Copa do Mundo de 2022 e no final do ano letivo de 2022. Inicialmente, a ação foi estipulada no plano de intervenção pedagógica para o decorrer de 6 aulas. No entanto, as atividades demandaram de um tempo maior do que o esperado, ocorrendo em 10 aulas. Considero que isso aconteceu por ser a primeira vez que realizava uma intervenção desse tipo e não levei em consideração os momentos de diálogo, importantes para um cenário para investigação.

As discussões que aconteceram durante as aulas foram bem exploradas. Como os alunos não tinham o costume de aulas com aspectos investigativos, percebemos que de início ocupamos o que Alrø e Skovsmose (2004) denominou de diálogo padrão sanduíche, ou seja, as perguntas eram levantadas pelo docente e os alunos em “adivinhação” ou em respostas já conhecidas contemplavam o discurso do professor. Além disso, os estudantes esperavam a confirmação, o aval do professor em relação às respostas. Por exemplo, nas falas a seguir vemos essa situação:

Professor: O que é consumo?

Aline: Consumir alguma coisa?

Professor: Vamos falar no ramo de mercado, economia?

Pedro: Compras no mercado?

Professor: Isso, tocamos em um ponto chave: mercado. Mas, quando os preços de um produto aumentam ou diminuem de uma semana para outra, como podemos denominar isso?

Aline: In-in-infração? Fra ou fla?

Professor: Infração é referente a algum delito, já a inflação vem de inflar.

Lúcia: Ahh entendi, então a inflação é inflar os preços. Aumentar!

Aline: Agora, quando cai os preços, eu não sei o nome! Decréscimo?

Quando eu perguntei “o que é consumo?”, os alunos tentaram adivinhar uma resposta. Em seguida, os estimei a fornecerem mais detalhes de suas respostas e finalizei colocando

minha visão diante da turma. Esse tipo de diálogo, muitas vezes não favorece um cenário para investigação. Isso me levou a repensar na forma como interagir com os estudantes durante o desenvolvimento da intervenção. Mesmo em um diálogo do tipo “sanduíche”, esse momento foi importante pois marcou o aceite do convite para a investigação dos estudantes na atividade proposta:

Professor: Em uma cesta básica, quais itens vocês consideram essenciais?

Yasmin: Queijo e presunto poderiam entrar?

José: Para mim deve ter!

Lúcia: Ah, mas não é essencial!

José: É, mas seria bom ter!

José: Pensando bem, queijo e presunto não são essenciais, mas acho que seria legal ter!

Mesmo que de forma simples, na discussão anterior não foi preciso que eu dissesse para os/as estudantes se a escolha deles estava certa ou errada. A discussão avançou para o modo em que o professor passou a assumir o papel de mediador/orientador, como destacado por Skovsmose (2000) e Milani (2020). Essa mediação ocorreu em grande parte dos diálogos que aconteceram nas aulas.

No segundo dia, iniciamos a tarefa de escolher quais itens iriam compor a lista da cesta básica. O diálogo foi bem mais explorado e os/as estudantes apresentavam maior interesse a participar da atividade. Tentei atuar como mediador da melhor forma possível.

Professor: Então vamos lá para o primeiro item, qual vocês acham que deve ser o primeiro item?

A turma respondeu: Arroz.

Professor: Mas quantos quilos podemos colocar?

Pedro: Eu acho que uns 6kg dá!

Yasmin: Ahh, mas o pacote é de 5 kg e não tem pacote de 1kg!

Yasmin: Então, vamos colocar 5 kg!

Professor: Beleza! Também acho. E o segundo item?

A turma respondeu: Feijão!

Larissa: Acho que pode ser 2kg!

Professor: E o terceiro pessoal?

Yasmin: Óleo!

Professor: Mas quantos?

Raquel: A cesta que a escola dava na pandemia vinha um litro.

Marcos: Lá em casa a gente gasta muito óleo.

Professor: Mas e aí vocês vivem somente com o básico?

Marcos: É, mas acho que tinha que ser pelo menos os dois litros.

Josiane: Ah, mas como é cesta básica 1 litro dá!

Os itens foram sendo comentados.

Professor: E o quinto item?

Yasmin: O açúcar! Tem um pacote de 2 kg!

Sabrina: Lá em casa, gasta bastante açúcar, para mim tem que ser o pacote de 5kg.

Marcos: Também acho, por que vai açúcar no café!

Rafael: Também acho, eu até como açúcar puro.

Professor: Certo, então vocês decidiram que será 5 kg de açúcar.

Durante a atividade, como já mencionado, os/as estudantes foram até o supermercado para fazer a coleta de dados, o que chamei de “visita técnica”. Os/as discentes comentavam as suas opiniões em relação aos produtos da cesta básica, além disso levantavam conjecturas sobre a visão deles quanto ao produto:

Sara: Onde fica o pó de café?

Sara: Nossa é muito caro!

Lúcia: O pó de café de mercado, além de caro é ruim e não tinge direito!

Lúcia: Por isso que lá em casa não compramos no mercado!

Bruno: Onde fica o sal?

Lúcia: Ali perto do arroz!

Bruno: Nossa, é muito barato! Dá para comprar bastante!

Pedro: Mas você usa bastante sal? Mais de 1 kg?

Quando a aluna Lúcia destacou que “O pó de café de mercado, além de caro é ruim e não tingem direito!”, ela levantou uma conjectura formalizada por experiências adquiridas com o tempo, ou seja, ela pontuou sua visão crítica sobre o produto. Quando a aluna Sara disse que o pó de café é caro, ela também relatou sua noção crítica sobre os valores de mercado.

Na etapa 2, ainda destacamos o diálogo como principal ferramenta pedagógica para a discussão dos conhecimentos. Na primeira atividade, o docente utilizou a lousa para organizar as ideias dos alunos. No diálogo apresentado a seguir, visualizamos os valores que cada estudante obtiveram e com isso foi preciso como forma de centralizar as análises.

Professor: Qual foi o valor total da cesta de vocês?

Pedro: A minha foi de R\$ 167,24.

Sabrina: A minha deu R\$ 188,85.

Professor: E a sua Lucas?

Lucas: Uai Professor, a minha deu R\$ 215,33.

Sara: Professor, a minha deu R\$ 224,17.

Com o decorrer das aulas, notamos que os/as estudantes se encontravam mais acostumados com a prática do diálogo e em alguns momentos a ideia central da aula fugia do controle necessitando de intervenções docentes. Eu também fiquei mais à vontade conforme as aulas passavam, pois os/as estudantes se engajaram com mais frequências. Mais à frente, vemos como os/as estudantes estavam à vontade em expor e discutir suas ideias. Nesse exemplo, os/as estudantes foram chamados a discutirem sobre a oscilação dos preços entre o período analisado, como fazer a comparação entre esses anos, em quais dos anos a cesta básica estava mais barata e buscarem uma explicação para essas diferenças de preços.

Professor: Pessoal, o que vocês observaram nos preços em relação a esses três anos?

Sabrina: Que aumentaram muito!

Rafael: Se eu for ao mercado amanhã, vai aumentar ainda mais!

Professor: Então os preços aumentaram, certo! Em algum caso diminuiu?

Pedro: Ah professor, muito difícil!

Sara: Como que vai diminuir se o salário só aumenta!

Aline: E tem os impostos também, que são altos.

Professor: E como podemos comparar os preços desses períodos?

Sara: É só utilizar o salário como parâmetro, porque se o salário aumenta os preços aumentam.

Professor: Qual dos anos a cesta básica está mais barata?

José: Tenho certeza que será em 2022 e nem precisa fazer conta!

Sara: Também acho que será em 2022.

Sara: Aí professor, podemos ver a porcentagem que a cesta básica representa.

Pedro: Verdade, acho que assim dá certo! Se compararmos a porcentagem que a cesta básica representa em relação ao salário, né!

Professor: E você, Josiane e Sabrina? Qual o ano vocês acham que a cesta básica estava mais barata?

Josiane: Depende, não tem como eu dizer um ou outro, tem que comparar cada ano.

Sabrina: Verdade, isso vai depender! Vai variar ano a ano.

Professor: Beleza, então vamos comparar utilizando a ideia do Pedro.

A Figura 11, corresponde a maneira em que a discussão foi organizada na lousa pelo professor.

Figura 11: Clarificação da questão 2.

Year	Value	Percentage
2002	39,64	25%
2012	54,60	8%
2022	123,79	3%

Fonte: Do autor.

Nesse momento, alguns/mas estudantes comentaram com a grande diferença obtida nos cálculos entre os anos. Eles/elas ficaram muito espantados/as com o que encontraram. Um aluno disse que isso poderia estar inconsciente, pois vai depender da marca e valor dos produtos. Um outro estudante comentou que isso estaria ligado com o cenário político do país, pois hoje o Brasil está muito melhor. Eu como professor tive a impressão que os dados de 2002 e 2012 não foram coletados tão precisamente, por exemplo, alguns/mas estudantes em vez de colocar o valor de 5kg de arroz colocaram apenas de 1 kg, e isso acarreta os resultados finais.

Com isso, vemos que a dimensão técnica da *matemacia* é de extrema importância para as discussões concisas sobre o tema. A compreensão e utilização dos algoritmos e técnicas matemáticas são fundamentais para a compreensão de mundo. Desse modo, me faltou trabalhar essa questão de que os/as estudantes teriam que calcular o valor proporcional dos itens listados na cesta básica. Mas, em relação aos conhecimentos matemáticos, não tive dificuldade em explicar aos/as estudantes quando utilizar e como proceder os algoritmos.

A seguir, na atividade 3, os/as estudantes foram convidados a calcular a margem percentual de aumento de cada produto. Grande parte da turma relatou dificuldade em realizar a porcentagem. Para o cálculo, bastava utilizar uma regra de três simples, onde o valor do ano

de 2002 era o valor base e assim calcularem a porcentagem de aumento em relação a 2012 e 2022. Desse modo, foi preciso utilizar a lousa para auxiliar os/as estudantes a resolverem as porcentagens (Figura 12). Depois das explicações, os estudantes foram realizando as atividades e conforme surgiram dúvidas eu me dirigia até a carteira para ajudá-los.

Figura 12: Clarificação da questão 3.

2012	2022	2027
31%	1303%	1132%
27%	575%	602%
18%	243%	265%
47%	910%	1054%
-20%	180%	160%
102%	170%	234%
6%	135%	399%
30%	314%	340%
95%	220%	548%
289%	484%	1023%
124%	739%	243%
36%	119%	120%
16%	14%	-23%
	-43%	

Fonte: Do autor.

Com os cálculos realizados, os alunos conseguiram responder as indagações sobre quais produtos tiveram as maiores altas.

Professor: Quais foram os produtos que mais aumentaram?

Rafael: Eu pensei que seria a carne, mas não é!

Sara: Foi o tomate, a batata e o café.

Professor: Alguém colocou outra coisa?

Pedro: Não, foram esses que eu coloquei.

Professor: Eles têm alguma semelhança entre si?

Sabrina: Tem sim professor! Eles vêm da agricultura ou melhor do agronegócio, né!

Professor: Mas, porque os produtos fazem parte desse nicho aumentar?

Sabrina: Porque tem muitos impostos, além disso eles fazem o uso de muitos maquinários e produtos químicos.

Professor: E esses maquinários e produtos químicos, são de empresas brasileiras?

Aline Não, muita das vezes vem de outro país.

Professor: E como chamamos as negociações do Brasil com outros países?

Sara: Exportação?

Aline: Mas exportar não é sair do país?

Sara: Ahh, então é importação!

Pedro: Então os preços aumentam por conta do alto grau de importações!

Professor: E o top três de produtos que menos cresceram?

Pedro: Foi a margarina, o pão e o arroz?

Professor: Todo mundo concorda?

A turma respondeu: SIM!

Professor: E qual a semelhança entre eles? Por que eles não aumentaram tanto?

Sabrina: Ahh, será que é por conta de ser alimentos mais baratos?

Sara: Esses alimentos também estão presentes no café da manhã dos brasileiros.

Sabrina: Verdade, e como todo mundo come esses alimentos de manhã ou à tarde vai consumir mais.

Sara: Aí, tem mais procura desses alimentos então eles conseguem ter um preço de custo melhor.

Nesse diálogo, com o auxílio dos cálculos, conseguiram dizer com propriedade quais itens obtiveram maiores altas. Além de tudo, eles puderam refletir com a Matemática para realizarem conjecturas do tipo “produtos provindo do agronegócio tem as maiores altas” e “os alimentos presentes no café da manhã são mais baratos pois todo mundo se alimenta e assim tem mais procura”. Com o diálogo presente das aulas, percebemos o espírito crítico que os alunos assumiram. Mas nem todos os alunos se dedicaram a participarem das atividades, principalmente quando o quesito era calcular. Por ser final de ano letivo, muitos/as estudantes já tinham sido aprovados e não faziam as atividades, ou seja, não aceitaram o convite para entrar no cenário para investigação. Além disso, alguns alunos estavam faltando por ser período de Copa do Mundo.

Na etapa 3, os alunos participaram de forma escrita por conta do tempo curto. Eles colocaram os resultados que encontraram durante as aulas no papel, ou seja, formalizaram as suas conjecturas.

Questão 7 - Defina o que você entendeu por:

A) Inflação

Aline: Os impostos atribuídos ao aumento dos preços.

Yasmin: O aumento dos preços.

Lucas: O preço dos produtos e serviços aumentam.

Pedro: O aumento dos preços durante determinado tempo.

B) Deflação

Aline: Diminuição dos impostos dos produtos.

Yasmin: A queda dos preços.

C) Oscilação de preços

Sabrina: Variação dos preços.

Lucas: Os preços das coisas mudam por conta da inflação.

Yasmin: Acho que sim, pois o salário também vai aumentar.

Pedro: Variação dos preços durante o tempo.

Questão 8

A) Você considera necessário o uso da Matemática para compreender o tema?

Lucas: Sim, principalmente o uso da regra de três e a porcentagem para calcular e ver o que acontece com os preços.

Pedro: Sim, pois para analisar quais produtos estão mais baratos devemos ver o aumento e diminuição dos preços.

B) Para você, o que mudou em relação ao entendimento do tema com o desenvolvimento do tema “Consumo: Inflação e Deflação”?

Yasmin: Sim, percebi que com o aumento do salário tudo aumenta.

Pedro: Sim, agora eu consigo entender como comparar os preços dos produtos.

C) Você consegue perceber a inflação ou deflação agindo no seu dia-a-dia? Como?

Aline: Sim, comprando doces na vendinha.

Pedro: Sim, principalmente comprando carne.

D) Se tivéssemos o preço da cesta básica trabalhada aqui seria o mesmo? Maior ou Menor?

Aline: Seria maior, pois o salário também aumentaria.

Raquel: Maior, pois com o tempo tudo aumenta.

Yasmin: Acho que sim, pois o salário também vai aumentar.

Lucas: Seria maior, por conta do aumento dos preços, pela inflação e por causa do aumento do salário.

Pedro: Não. Seria maior, com os anos, os produtos vão aumentando, o salário também.

E) Seria possível o valor da cesta básica permanecer sem grandes altas durante um período de tempo?

Yasmin: Seria, se não aumentasse os preços (congelar).

Raquel: Depende da demanda de cada produto.

Josiane: Não, pois se o salário aumentar o preço da cesta básica também irá aumentar, isso por conta da inflação.

Pedro: Sim, se a economia parar de aumentar ou diminuir, ficando estável.

Escrever sobre o que aprenderem e como a Matemática ajudou a compreender determinada situação é uma maneira de os/as estudantes refletirem sobre seu próprio aprendizado (SKOVSMOSE, 2014), isto é, estariam “lendo e escrevendo o mundo por intermédio da Matemática”. Por ler o mundo, significa usar a Matemática para compreender situações sociais e políticas de sua realidade. Escrever o mundo seria usar a Matemática para mudar o mundo, engajando-se politicamente (GUTSTEIN, 2006). Na leitura do mundo, os discentes realizaram com bastante ênfase as atividades. Puderam entender a maneira como a inflação afetava o preço dos produtos e como isso influencia no poder de compra das famílias brasileiras. Na escrita de mundo, considero que a atividade contribuiu para que, no decorrer do tempo, possam agir de modo consciente na sociedade, por meio de suas escolhas não apenas de compra, mas também políticas, pois podem lutar por seus direitos ou mesmo questionar políticas econômicas que não enfrentam a inflação dos alimentos. Para isso, é indispensável o diálogo, sendo o fio condutor de toda relação professor-aluno e com os conhecimentos estudados na prática.

O primeiro desafio que encontramos ao desenvolver essa atividade foi em relação a busca de dados da cesta básica de 2002 e 2012, pois os dados que foram sendo encontrados foram de uma forma bem desorganizada e sem precisão, dificultando a filtragem dos dados a serem passados aos estudantes. Durante o desenvolvimento do plano de ação, percebemos a dificuldade de estabelecer a rotina do diálogo. Em alguns momentos, tivemos colocações

pontuais dos/das estudantes onde a continuação das discussões eram rasas e simplistas. Além disso, notamos que quando o/a estudante não tem afinidade com o assunto, ele não interage de maneira alguma. A falta de contato com aulas embasadas no diálogo, pode ser uma justificativa para tal efeito. Alguns fatores como eleições, Copa do Mundo e o próprio final de ano letivo, interferiram no rendimento e participação dos estudantes nas aulas. Por isso, seria fundamental pensar em períodos letivos onde não ocorra tantas interrupções externas, pois os alunos rapidamente perdem o engajamento das atividades com tantas informações acontecendo ao mesmo tempo. Além disso, esses fatores externos auxiliaram que o tempo de trabalho fosse prorrogado. Outro ponto que fez com que o tempo de trabalho fosse recalculado foi a imprevisibilidade que as discussões tomaram, durante as discussões os/as estudantes traçavam caminhos que não eram o esperado, entrando no que Skovsmose (2000) denominou de zona de risco. Por último, em alguns momentos, foi difícil buscar o engajamento da turma, quando os/as estudantes utilizavam os computadores para as pesquisas iniciais, muitos desvirtuavam em jogos na internet e quando estavam dentro da sala de aula diziam simplesmente que não sabiam fazer e não abriam possibilidades de tentativas e percebemos que isso foi acentuado por conta que o ano letivo estava acabando e grande parte da turma já tinha sido aprovado/a.

Apesar de alguns momentos os/as estudantes não terem se engajado como o esperado, em grande parte das aulas eles/elas valorizaram o diálogo como meio para a exploração do conhecimento. O diálogo foi muito bem trabalhado durante as atividades, em alguns momentos os/as estudantes realizavam as discussões sem grande participação docente, discutindo seriamente sobre o assunto, cada um expondo suas visões. Com o desenvolvimento do diálogo, percebemos que os/as estudantes conseguiram compreender situações da realidade por intermédio da Matemática. E essa ampliação do entendimento sobre a realidade que os/as estudantes estavam realizando garantiam sentido para o que eles/elas pensavam ou já tinham conhecimento sobre o tema, isto é, os/as discentes observaram mais significado no conteúdo trabalhado pois durante a atividade conseguiram dialogar sobre o tema. Além disso, se relacionarmos a primeira aula e a etapa de fechamento observamos que os/as estudantes conseguiram desenvolver explicações e respostas com um teor maior de criticidade.

Considerações Finais

A pesquisa desenvolvida teve como principal objetivo compreender as potencialidades e desafios que uma atividade pautada nos cenários para investigação e trabalhada no primeiro ano do ensino médio. Um ponto que sai do campo do próprio conhecimento matemático e entra nas relações interpessoais, foi a dificuldade dos/das gerentes aceitarem a visita técnica dos/das estudantes ao supermercado. O mercado mais perto da escola, não permitiu a vinda da turma toda (somente em grupos) e isso poderia perder um pouco da própria experiência da coleta de dados no supermercado.

Assim, nossa proposta pedagógica caminhou entre os ambientes (1) e (6), segundo os ambientes de aprendizagem destacados por Skovsmose (2000). Nossa sequência didática se estabeleceu em grande parte no ambiente (6). Mas, estar neste ambiente de aprendizagem não significou necessariamente que não passamos por outros ambientes. Muitas das vezes, o ponto de partida era o paradigma do exercício (como visualizado nas questões 3 e 6), ou seja, transitamos entre os ambientes dentro do paradigma do exercício e dos cenários para investigação.

Contudo, o produto final seguiu as características dos cenários para investigação, pois contemplou o diálogo como parte fundamental e os/as estudantes puderam ler e posteriormente escrever o mundo por intermédio da Matemática, trabalhando competências sociopolíticas da *matemacia*. Isso, em nossa visão, favoreceu o desenvolvimento de um espírito crítico. Além disso, considero que o diálogo foi responsável por “trazer vida” às aulas de Matemática. Um dos estudantes nos disse que via de regra ele achava difícil manter a troca de ideias entre professor e estudante tão acesa e produzindo matematicamente. Isso pode ser refletido drasticamente na relação dos alunos com a Matemática, pois se os/as estudantes não forem levados a situações que trabalhem com a diálogo a sua prática não será desenvolvida.

Desse modo, a intervenção pedagógica com seus respectivos resultados enriquece a minha formação como futuro professor, uma vez que ao experienciar práticas que trabalhem os cenários para investigação, o diálogo e aspectos sociopolítico da *matemacia* eu possa utilizar frequentemente esses aspectos nas aulas de Matemática visando o desenvolvimento crítico dos/das estudantes.

REFERÊNCIAS

- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Tradução: Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, 160 p.
- ARGENA, S. R. D. J. **Educação Financeira: uma abordagem a partir da Educação Matemática Crítica**. Dissertação (mestrado) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, Joinville, 2021.
- BIOTTO FILHO, D. **O desenvolvimento da matemacia no trabalho com projetos**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro – SP, 2008.
- DIEESE. Disponível em: <https://www.dieese.org.br/relatoriotecnico/2002/tab2002.pdf>. Acesso em: 27 out 2022.
- GOMES, Romeu. **Análise e interpretação de dados de pesquisa qualitativa**. In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). Pesquisa Social: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, p. 67-80, 1994.
- GUTSTEIN, E. " The Real World As We Have Seen It": Latino/a Parents' Voices On Teaching Mathematics For Social Justice. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 8, n. 3, p. 331-358, 2006.
- MELLENDEZ, T. T. **Modelagem Matemática e manutenção de uma propriedade rural autossustentável**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática, Porto Alegre, 2013.
- MILANI, R. Diálogo em Educação Matemática e suas Múltiplas Interpretações. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 34, p. 1036-1055, 2020.
- MILANI, R. “Sim, eu ouvi o que eles disseram”: o diálogo como movimento de ir até onde o outro está. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 31, p. 35-52, 2017.
- MILANI, R. Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 31, p. 1-18, 7 maio 2020.
- MINAYO, M.C. (org.). **Pesquisa Social**. Teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 1994
- PONTE. J. P. ; BROCARD. J.; OLIVEIRA. H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. In: A Aula de Investigação. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 25-53.

SILVA, G.H. G. D. **Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro – SP, 2010.

SILVA, G. H. G.; LIMA, I. M. S.; RODRIGUES, F. A. G. Educação matemática crítica e a (in)justiça social: algumas palavras. *In*: SILVA, G. H. G.; LIMA, I. M. S.; RODRIGUES, F. A. G. **Educação matemática crítica e a (in)justiça social**: práticas pedagógicas e formação de professores. Campinas: Mercado de Letras, 2021. p.19-32.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, p. 1-24, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. *In*: Cenários para investigação. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papyrus, 2014.

VIEIRA, A. V. **Cenários para investigação em educação financeira por meio do ensino de estatística no ensino médio**. Dissertação (mestrado) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, Joinville, 2021.