

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

Maria Flávia Maciel Santiago

*História da Matemática no ensino: entre o
dito e o feito*

Alfenas/MG

2023

Maria Flávia Maciel Santiago

*História da Matemática no ensino: entre o
dito e o feito*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciada em Matemática pelo Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração: Educação Matemática. Orientadora: Andréa Cardoso.

Alfenas/MG

2023

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Central da Universidade Federal de Alfenas

Santiago, Maria Flávia Maciel.

História da Matemática no ensino: entre o dito e o feito
/ Maria Flávia Maciel Santiago.
-2023.

56 f. : il.

Orientadora: Andréa Cardoso.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) -
Universidade Federal de Alfenas, 2023.

Bibliografia.

1. Ensino de Matemática. 2. Tendências em Educação Matemática.
 3. História da Matemática. 4. Ensino Fundamental.
 5. Livro Didático I. Cardoso, Andréa.
- II. História da Matemática no ensino: entre o dito e o feito.

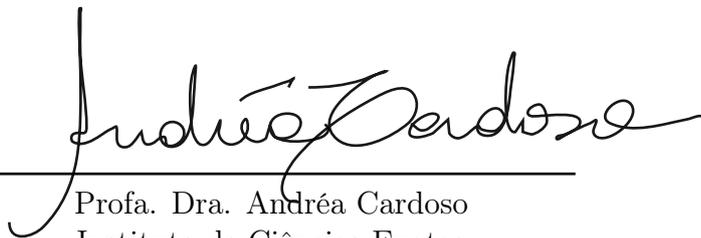
Maria Flávia Maciel Santiago

História da Matemática no ensino: entre o dito e o feito

A Banca examinadora abaixo-assinada, aprova a Monografia apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciada em Matemática pelo Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovado em: 31 / 01 / 2023

Banca Examinadora:



Profa. Dra. Andréa Cardoso
Instituto de Ciências Exatas
Orientadora

Documento assinado digitalmente



REJANE SIQUEIRA JULIO
Data: 08/02/2023 09:13:39-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Profa. Dra. Rejane Siqueira Júlio
Instituto de Ciências Exatas
Avaliador 1

Prof. Dr. Guilherme Henrique Gomes da
Silva
Instituto de Ciências Exatas
Avaliador 2

Prof. Dr. Anderson José de Oliveira
Instituto de Ciências Exatas
Suplente

Dedico este trabalho ao meu querido avô (in memoriam), que sempre me inspirou e apoiou.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus pela oportunidade de concluir mais uma etapa e por ter me amparado em todos os momentos.

Agradeço a minha família, em especial, meus pais Isabel e Flaviano por tudo que fazem por mim e pela compreensão nos momentos de ausência. Sem o apoio e amor de vocês não teria chegado até aqui. Mesmo de longe, sempre estiveram comigo e me incentivaram quando eu achava que não conseguiria mais.

Agradeço a todos meus amigos. Gabriella, Irís, Nicole, Bruna, Anna Clara, Ana Júlia, Rafaela, Pedro e Felipe, por estarem presentes nesta etapa tão importante desde o início e por entenderem minha ausência. Sara e Maria Isabelle, sou grata por ter conhecido vocês e compartilhado momentos especiais, sempre recordarei de nossa amizade com muito carinho. Rafael, Nikolas, Marina, Tamires, Débora e Malu, obrigada por toda ajuda e pelas experiências compartilhadas. Também agradeço aos meus amigos Edson e Juliana, sempre serei grata por tudo.

Gostaria de agradecer a todos os professores que fizeram parte da minha trajetória escolar e contribuíram para minha formação. Sirlene e Luzia, que foram minhas inspirações como professoras de Matemática. Guilherme e Angela, agradeço pela orientação ao longo da graduação. Anderson, além da orientação, gostaria de agradecer pela amizade e por toda ajuda nesse processo.

Agradeço à minha orientadora, Andréa Cardoso. Sou grata por todas as conversas e por tudo que aprendi com você, não só em relação à área acadêmica, mas por todos conselhos e incentivos. Obrigada pela compreensão e por todo suporte, sempre me recordarei de todos os ensinamentos.

Por fim, agradeço a todos que fizeram parte desse processo de alguma forma.

Resumo

A Matemática é comumente concebida como uma disciplina de difícil compreensão e a forma como os conteúdos matemáticos são apresentados pode ser um fator que potencializa tal fenômeno. De acordo com a literatura, o uso de elementos históricos pode trazer contribuições importantes para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, como a contextualização e a humanização do conteúdo, colaborando para desmistificação de que é uma ciência pronta e acabada. Assim, a tendência História da Matemática pode ser vista como um recurso metodológico para tornar a aprendizagem mais significativa. Por outro lado, os livros didáticos são indicadores de quais recursos são utilizados no ensino, uma vez que constituem-se como o principal material utilizado pelos professores e alunos. Desta forma, o objetivo deste trabalho é identificar o cenário que a História da Matemática se insere, tendo em vista o contexto educacional de diferentes países e sua presença ou ausência nos LD. Para tanto, foi realizada uma análise documental para caracterizar quais fatores influenciam a forma como a História da Matemática é inserida no ensino. Além disso, realizou-se a revisão sistemática na Revista Brasileira de História da Matemática e a análise da coleção de livro didático “A Conquista da Matemática”. Destaca-se que, embora haja considerações positivas quanto ao uso da História da Matemática como metodologia, sua presença no ensino de Matemática é superficial, ou seja, há desarticulação entre o que é proposto e o que é feito.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Tendências em Educação Matemática. História da Matemática. Ensino Fundamental. Livro Didático.

Abstract

Mathematics is commonly conceived as a discipline that is difficult to understand and the way in which mathematical contents are presented can be a factor that enhances this phenomenon. According to the literature, the use of historical elements can bring important contributions to the process of teaching and learning Mathematics, such as the contextualization and humanization of the content, collaborating to demystify that it is a ready and finished science. Thus, the History of Mathematics trend can be seen as a methodological resource to make learning more meaningful. On the other hand, textbooks are indicators of which resources are used in teaching, since they constitute the main material used by teachers and students. In this way, the objective of this work is to identify the scenario in which the History of Mathematics is inserted, considering the educational context of different countries and their presence or absence in textbooks. Therefore, a documental analysis was carried out to characterize which factors influence the way in which the History of Mathematics is inserted in teaching. In addition, a systematic review was carried out in the Brazilian Journal of History of Mathematics and the analysis of the textbook collection "A Conquista da Mathematica". It is noteworthy that, although there are positive considerations regarding the use of the History of Mathematics as a methodology, its presence in the teaching of Mathematics is superficial, that is, there is a disarticulation between what is proposed and what is done.

Keywords: Mathematics Education. Trends in Mathematics Education. History of Mathematics. Elementary School. Textbook.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Passos para elaboração de uma revisão sistemática da literatura.	21
Figura 2 – Gráfico das perspectivas dos artigos encontrados na RBHM	25
Figura 3 – Gráfico da distribuição das menções históricas por volume.	29
Figura 4 – Gráfico da distribuição das menções históricas por função didática. . .	30
Figura 5 – A Geometria na antiguidade.	31
Figura 6 – Hindus e a regra de três.	32
Figura 7 – Informações sobre Galileu Galilei.	32
Figura 8 – Método egípcio de resolução de equações do 1 ^o com uma incógnita. . .	33
Figura 9 – Sistemas de Numeração.	34
Figura 10 – A ideia de número.	35
Figura 11 – Localização das civilizações antigas.	36
Figura 12 – Sistema de numeração decimal.	37
Figura 13 – Al-Khwarizmi e o processo geométrico para resolução de equações quadráticas.	38
Figura 14 – Processo algébrico de Bhaskara para resolução de equações de segundo grau.	39
Figura 15 – Diferentes povos e medidas.	40
Figura 16 – Uso do triângulo em diferentes épocas.	41
Figura 17 – Heron de Alexandria e a área do triângulo.	42
Figura 18 – Operações com números inteiros e Pitágoras.	42
Figura 19 – Problemas hindus e equações.	43
Figura 20 – Crivo de Eratóstenes e números primos.	44
Figura 21 – Problemas históricos como estratégia didática.	44
Figura 22 – Atividades sobre sistemas de numeração.	45

Sumário

	Lista de ilustrações	8
1	INTRODUÇÃO	10
2	REVISÃO DE LITERATURA	13
3	METODOLOGIA	19
3.1	Revisão sistemática da literatura	20
3.2	Estudo dos cenários da HM	22
3.3	Seleção e análise de uma coleção de LD	22
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	25
4.1	Revisão sistemática da literatura na RBHM	25
4.2	Análise da coleção de LD	28
4.2.1	Exemplo de menções históricas em textos expositivos	30
4.2.2	Exemplos de menções históricas em atividades	41
4.2.3	Considerações sobre a análise	45
4.3	Cenários da HM no ensino	46
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
	REFERÊNCIAS	52

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é comumente concebida como uma disciplina de difícil compreensão e muitos estudantes apresentam aversão a ela. Silva, Silva e Gomes (2021) argumentam que essa aversão pode extrapolar o ambiente escolar e refletir em situações cotidianas que envolvem a Matemática. Uma das razões para isso pode ser as metodologias utilizadas.

Desta forma, a descontextualização do ensino favorece a falta de protagonismo dos estudantes, como afirmam Costa, Reginato e Rosa (2021) um dos fatores que colaboram para isso é o uso exclusivo de métodos de ensino tradicionais¹. Para os autores, isto pode levar os estudantes a uma visão limitada do conhecimento inerente às Ciências Exatas, distante das práticas sociais, e a escola, por sua vez, “[...] não deve ser um local isolado da sociedade, mas um lugar que prepara o indivíduo em conjunto com a sociedade [...]” (COSTA; REGINATO; ROSA, 2021, p. 38).

Assim, em particular, a maneira inquestionável e descontextualizada como os conteúdos matemáticos são apresentados aos estudantes pode ser um fator que potencializa a aversão à Matemática, tanto na escola quanto no meio social. De acordo com dados do Indicador de Alfabetismo Funcional (Inaf), realizado em 2018, estima-se que 29% da população brasileira entre 15 e 64 anos encontra-se na situação de analfabetismo funcional, ou seja, apresenta dificuldades para realizar tarefas que envolvam a leitura e escrita de números e fazem uso limitado das operações aritméticas no cotidiano (INSTITUTO PAULO MONTENEGRO, 2018).

Tendo em vista a relação entre escola e sociedade, o Ensino Básico brasileiro tem como um de seus objetivos garantir “[...] as aprendizagens essenciais para a formação de cidadãos autônomos, críticos e participativos, capazes de atuar com competência, dignidade e responsabilidade na sociedade em que vivem [...]” (BRASIL, 1998, p. 21). A Matemática constitui-se como uma das áreas do conhecimento necessárias para atingir tal objetivo e, em particular,

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente [...] que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo [...] (BRASIL, 2018, p. 266).

Entretanto, a visão restrita que se tem da Matemática escolar, tendo em vista sua

¹ Caracterizados por aulas estritamente expositivas, em que o professor é o centro do processo de ensino e aprendizagem e atua como transmissor do conhecimento. O aluno, por sua vez, é o receptor e há o foco na repetição e memorização.

importância, colabora para o baixo desempenho do Brasil nas avaliações em larga escala, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o *Programme for International Student Assessment* (PISA). O Saeb é um dos componentes do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), que é um indicador de qualidade da educação brasileira e varia de 0 a 10. Os resultados do Ideb 2019 apontam que nos anos finais do Ensino Fundamental o índice alcançado foi de 4.9, inferior à meta proposta de 5.2. O mesmo ocorreu com o Ensino Médio (BRASIL, 2019).

No contexto internacional, tem-se os resultados do PISA, cujo objetivo é avaliar a qualidade do sistema de ensino de diferentes países. No PISA 2018 foi constatado que 68.1% dos estudantes brasileiros que participaram da avaliação não possuem nível básico de conhecimentos em Matemática, em que eles “conseguem realizar ações que são, quase sempre, óbvias e que decorrem diretamente dos estímulos dados” (BRASIL, 2020, p. 110).

Os dados revelam a fragilidade do Ensino Básico brasileiro, uma vez que os objetivos não estão sendo cumpridos e o desenvolvimento do letramento matemático, em particular, mostra-se falho. Sendo assim, é preciso refletir sobre a concepção da Matemática escolar, seu papel na formação do indivíduo e a qualidade do ensino.

No que tange ao ensino, a Matemática esteve presente desde o período colonial (1500-1822), mas o foco era dado nas disciplinas clássico-humanistas e, somente com a Proclamação da República, em 1889, consolidou-se como uma disciplina escolar. Desde então, os currículos de Matemática passaram por mudanças, sobretudo após o período da ditadura militar e do fracasso do Movimento da Matemática Moderna² (MMM). Esse processo de reformas contribuiu para mudanças quanto a concepção do ensino de Matemática e Fiorentini (1995) apresenta seis tendências pedagógicas, historicamente produzidas, que são: Formalista clássica; Empírico-ativista; Formalista moderna; Tecnicista; Construtivista; Socioetnoculturalista.

As críticas ao MMM e as novas propostas elaboradas para o ensino de Matemática, que buscavam incorporar resultados das pesquisas em Educação Matemática (EM), originaram algumas tendências em EM, entre elas: Etnomatemática; Modelagem Matemática; Resolução de Problemas; Jogos no ensino de Matemática; História da Matemática; Investigação Matemática; Tecnologias no Ensino de Matemática. De particular interesse, esta monografia trará discussões sobre a História da Matemática (HM), propiciada pela inserção de elementos históricos no ensino de Matemática.

O uso de elementos históricos pode trazer contribuições importantes para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Entre elas, a contextualização e a humanização

² Surgiu na década de 1960, em um contexto de intensos debates sobre a necessidade de mudanças no ensino de Matemática. O grupo de matemáticos que atuava sob o pseudônimo Nicolas Boubarki foi um dos principais nomes do movimento e propunha a unificação da Matemática via estruturas algébricas, de ordem e topológicas, além da ênfase na Teoria de Conjuntos. Também, tinha-se influências das ideias de Piaget.

do conteúdo ao evidenciar que os conceitos sistematizados apresentados nas escolas são produzidos em diferentes contextos culturais, econômicos e políticos, ou seja, são frutos da criação humana. Assim, a tendência HM é um recurso metodológico que pode tornar a aprendizagem mais significativa, uma vez que colabora para a desmistificação da Matemática como ciência pronta e acabada.

Apesar disso, o uso da HM em sala de aula limita-se apenas à apresentação de biografias e curiosidades sobre personagens ou momentos históricos que ganharam destaque, não explorando todas as potencialidades pedagógicas ao incorporá-la nas aulas. O desconhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos e a falta de materiais didáticos apropriados são, possivelmente, fatores que influenciam para que a HM não seja utilizada ou, quando muito, apresentada apenas superficialmente. Destaca-se dentre tais materiais o livro didático (LD), que é uma das principais fontes utilizadas pelos professores e estudantes.

Outros possíveis fatores que colaboram para que a história não seja incorporada nas aulas de Matemática, segundo Barbosa e Silva (2014) são: (i) a falta de tempo nas aulas; (ii) falta de interesse dos alunos; (iii) ausência de discussões sobre esse tema na formação de professores. Além disso, há dificuldades quanto à barreira linguística, conforme relatado por Vianna (1995), sobretudo de materiais em língua portuguesa acessíveis aos professores. Nesse sentido, é necessário que se tenha orientações curriculares no que tange a HM, pois os autores de materiais didáticos e as discussões realizadas nos cursos de formação de professores apoiam-se nos documentos que norteiam a educação. Esse é um ponto que, possivelmente, determina a forma como a HM é inserida no ensino.

Tendo em vista o exposto, considera-se a HM como uma tendência metodológica que tem potencial para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem. Essa pesquisa apresenta a seguinte questão norteadora: Como a HM se insere no cenário nacional tendo como parâmetros o cenário internacional? Assim, o objetivo é identificar um cenário que a HM se insere, tendo em vista o contexto educacional de diferentes países e sua presença ou ausência nos LD.

Esse texto foi organizado em cinco capítulos, incluindo esta introdução. O segundo capítulo aborda a revisão de literatura, em que são apresentados argumentos favoráveis ao uso da HM, além de contextualizar sobre o tema. O terceiro capítulo consiste na apresentação dos aspectos metodológicos utilizados na pesquisa. No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos com a revisão sistemática da literatura na RBHM, a busca por artigos que discutam sobre a inserção da HM no ensino de diferentes países e a análise da coleção de LD. O quinto capítulo é dedicado às conclusões da pesquisa e perspectivas para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo serão apresentadas algumas considerações acerca da HM como metodologia de ensino, assim como sobre sua presença nos LD e nos documentos oficiais norteadores da educação brasileira.

As pesquisas que abordam a relação da HM com o ensino, no contexto nacional, são recentes. Segundo Feitosa e Silva (2021) as discussões sobre as potencialidades da HM no ensino aumentaram com a fundação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), em 1999. Os autores apontam que as publicações sobre essa temática, em língua portuguesa, ganharam destaque no fim da primeira década do século XXI e as pesquisas estão em expansão, principalmente nos últimos cinco anos. Bianchi (2006, p. 23) acredita que as discussões se iniciaram “[...] com interesses isolados culminando no aparecimento de pequenos grupos de pesquisa. Com o fortalecimento destes grupos surge a necessidade de interação com outros, resultando assim na organização de eventos sobre a HM [...]”.

Concomitantemente ao início das discussões sobre a relação da HM com o ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental foram elaborados pelo Ministério da Educação (MEC) e publicados no final da década de 1990. Bianchi (2006, p. 23) aponta que “a indicação nos PCN da presença da HM como recurso didático pode estar sendo influenciada por este movimento em torno da HM, o qual pode ser visto como forma de institucionalização”. A Matemática, nesse documento, é descrita como “uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural” (BRASIL, 1998, p. 24). Nesse sentido, é preciso que os professores concebam a Matemática como uma ciência viva, em constante desenvolvimento, e a HM é um recurso que pode auxiliá-lo em sua prática.

Posteriormente, com a necessidade de atender às mudanças do sistema educacional, tem-se a elaboração da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento vigente, de caráter federal e que tem como objetivo apresentar uma base para toda a Educação Básica brasileira. Esse documento não substitui as orientações presentes nos PCN, mas “vem acrescentar, integrar e trazer novos aspectos e práticas que pretendem ampliar a abordagem dos temas na escola” (BRASIL, 2019, p. 15). A HM é citada como um recurso que pode favorecer a aprendizagem, no qual

[...] tanto na primeira, quanto na segunda versão foi salientada a importância da Matemática como um conhecimento que nasce das práticas sociais, da relação do homem com o seu meio e da necessidade de resolver problemas postos em seu contexto de vida,

valorizando o conhecimento que esta já possui ao ingressar na escola. Contudo, o texto não avança nessa perspectiva epistemológica. Como salientado anteriormente, na atualidade as pesquisas em Educação Matemática tem avançado em relação às abordagens metodológicas que permitem colocar, numa dimensão prática do ensino da Matemática, a perspectiva da Etnomatemática, da História da Matemática e da Modelagem, perspectivas que têm fecundado a prática de ensino de Matemática. (PINTO, 2017, p. 1059).

Assim, o avanço nas discussões sobre a HM, sobretudo sua relação com o ensino, e o aumento do número de pesquisas sobre esse tema refletiu no processo de elaboração dos documentos oficiais norteadores da educação brasileira. Pommer e Almeida (2020) consideram a História da Matemática como um recurso que pode promover a contextualização e a interdisciplinaridade, conforme o que é proposto tanto nos PCN como na BNCC.

Em relação às suas potencialidades, o uso de elementos históricos no ensino humaniza a Matemática e facilita sua compreensão. Ao apresentar o desenvolvimento histórico de um conceito é possível atribuir significado a ele e, com isso, contribuir para avanços no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que viabiliza estabelecer relações entre os conceitos e permite aos estudantes generalizar como foi o próprio processo de desenvolvimento da Matemática.

O conhecimento da História da Matemática possibilita perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios que os matemáticos enfrentaram e que foram desenvolvidas com grande esforço, quase sempre, numa ordem bem diferente daquela em que são apresentadas após o processo de formalização (VIANA; SILVA, 2007, p.3).

Explorar o contexto em que um conceito matemático surgiu, assim como o seu desenvolvimento, possibilita reconstruir o caminho para se chegar em um determinado resultado. Ainda, pode colaborar para o aumento do interesse dos estudantes pelos conteúdos matemáticos, pois permite que construam seu conhecimento de forma investigativa, desmistifica que a Matemática é uma ciência pronta e acabada e contribui “para a explicitação das relações que a Matemática consegue estabelecer com a sociedade em geral, com as diversas atividades teóricas específicas e com as práticas produtivas” (VIANA; SILVA, 2007, p. 4).

Dessa forma, o uso da HM pode auxiliar na concepção de um novo conceito. Nunes, Almouloud e Guerra (2010) consideram que o uso de elementos históricos atribui significado lógico e psicológico ao estudo, de modo que o processo de concepção dos conceitos seja significativo. Conforme a Teoria da Aprendizagem Significativa, a aprendizagem caracteriza-se como significativa quando o estudante relaciona um novo conhecimento com outros prévios, chamados subsunçores. Diante disso, os autores apontam que a HM pode ser

entendida como um organizador prévio e atua como ponte para auxiliar na associação entre os conceitos já existentes e aqueles não existentes para a nova aprendizagem.

A HM deve, então, ser introduzida nas aulas de Matemática como forma de auxiliar os estudantes no processo de construção do conhecimento e não apenas para retratar os conteúdos matemáticos como um conjunto pronto e acabado de técnicas. É preciso então refletir sobre qual a melhor maneira de introduzir a HM no ensino e, nesse contexto, Barbosa e Silva (2014) discutem sobre essa inserção sob a concepção historiográfica, que se atém às maneiras como os registros históricos são reconstruídos e apresentados, e pedagógica, relacionada à forma como o professor pode incorporá-la em suas aulas.

Pedagogicamente, Barbosa e Silva (2014) afirmam que o educador deve escolher a maneira que a HM vai ser apresentada a fim de enfatizar os problemas e as reconstituições da Matemática em diferentes contextos, não os resultados em si. Nesse caso, tem-se a concepção história-crônica, que se atém aos fatos e é comumente apresentada nos livros didáticos, e a concepção história-problema, apresentada por Miguel e Miorim (2005), de caráter educacional e que parte de problemas que se manifestam em práticas pedagógicas. Esta última é considerada pelos autores, do ponto de vista pedagógico, como a mais adequada para ser inserida no ensino, pois, entre outros motivos, não reduz a história a fatos isolados, mas evidencia porque eles aconteceram de determinada forma, conectando-os.

Os argumentos relacionados à historiografia são importantes, por se tratar do conjunto dos registros históricos que podem estar presentes no ensino. Do ponto de vista historiográfico, as maneiras de reconstrução da história são: (i) a lexicográfica, de caráter descritivo; (ii) a cronológica, de caráter organizador; (iii) a biográfica, que apresenta progressos da ciência por meio de biografias; (iv) a cultural e sociológica, que descreve a ciência como forma de atividade humana; (v) e a história de problemas, que engloba aspectos importantes das outras maneiras e visa mostrar os progressos e as dificuldades encontradas no processo de produção do conhecimento por meio da apresentação de problemas.

Assim, Barbosa e Silva (2014) salientam que deve-se buscar os pontos em comum das duas concepções para inserir a HM no ensino. No que tange à historiografia, o preparo do professor é essencial, pois ele pode estar despreparado para introduzir discussões históricas ou transformar a aula de Matemática em uma aula estrita sobre a sua história. O preparo da aula deve ser feito de forma adequada para atingir o objetivo proposto e a escolha do material é fundamental nesse processo, dado que ele irá auxiliar o professor na sua prática.

Por outro lado, em relação à escolha do material, no ambiente escolar o LD é uma das principais fontes utilizadas pelos professores e pelos alunos, se não a única. Diaz (2012, p. 615) considera que o LD “[...] exerce uma poderosa influência na configuração da cultura escolar, na abordagem do currículo implantado e, principalmente, nas práticas

pedagógicas dos professores”. Assim, o processo de escolha do LD é importante e, tendo em vista os argumentos apresentados que favorecem o uso da HM, tal processo deve considerar a presença de elementos históricos nos conteúdos matemáticos.

O LD pode ser um indicativo sobre a presença de elementos históricos no ensino de Matemática, uma vez que são avaliados e distribuídos para todas as escolas públicas da educação básica brasileira, por meio do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Ainda, Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2009, p. 36) afirmam que o LD “sendo ou não intensamente usado pelos alunos, é seguramente a principal referência da grande maioria dos professores”. Assim, a presença ou ausência da HM nos LD pode indicar se e como os professores vão incluir essa metodologia em suas aulas.

Vianna (1995) analisa alguns LD de Matemática publicados no Brasil e aponta falhas em relação a incorporação da HM. O autor conclui que é notável o aumento de menções históricas nos LD, entretanto, a forma como são apresentadas se manteve sem alterações, em que predominam a inserção da HM como motivação e informação.

Segundo Vianna (1995) tal fato, possivelmente, pode acarretar no desuso da HM ao vê-la como uma tentativa falha de atribuir significado aos conteúdos matemáticos e

Passado o momento de efervescência corremos o risco de autores, editores, coordenadores pedagógicos, etc. afirmarem : "vejam, nós tentamos usar a História em nossos livros e currículos, mas o resultado em termos de aprendizagem não se modificou... a matemática continua a ser um problema para a maioria dos alunos"(VIANNA, 1995, p. 132)

Bianchi (2006) e Pereira (2016), baseados em Vianna (1995), apresentam em suas dissertações reflexões semelhantes sobre a inclusão da HM nos LD, mas em contextos diferentes. Vianna (1995) insere-se no contexto em que haviam discussões sobre a necessidade de um documento que norteasse a elaboração dos currículos escolares, neste caso, os PCN. Posteriormente, em 1997, tem-se a publicação dos PCN para os anos iniciais do Ensino Fundamental, em 1998 os PCN para os anos finais do Ensino Fundamental e, em 2000, a publicação dos PCN para o Ensino Médio (PCNEM). Assim, as discussões de Bianchi (2006) e Pereira (2016), diferente de Vianna (1995), estavam embasadas nesses documentos. Além disso, em 2015 tinha-se a publicação da primeira versão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e, apesar de ser homologado somente em 2018, as discussões acerca desse documento já se faziam presentes.

No que tange a análise, Bianchi (2006) desenvolveu uma pesquisa para identificar como as menções históricas estavam presentes em alguns dos LD de duas coleções dos anos finais do Ensino Fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) nos anos de 1999, 2002 e 2005. Segundo a autora, as coleções de 1999 e 2002 de Imenes Lellis eram as mesmas. Nelas haviam 33 páginas relacionadas a HM e em

2005 esse número subiu para 97. Já na coleção de Iracema e Dulce, de 65 páginas em 1999 e em 2002, as menções aumentaram para 150 em 2005. As categorias “informação geral” e “informação adicional” foram as mais valorizadas e apresentam-se em seções separadas, no final dos capítulos. A autora cita que houve o aumento na quantidade de menções, contudo, não ocorreram mudanças na forma como elas são inseridas, o que vai de acordo com as conclusões feitas por Vianna (1995).

De forma semelhante, Pereira (2016) analisa a presença da HM em seis coleções de LD do Ensino Médio aprovadas pelo PNLD 2015. Foram identificadas 294 menções sobre a HM nas coleções analisadas. A autora aponta que dessas, 265 menções apareciam em textos expositivos e 29 como forma de atividades. Das que se configuraram em textos expositivos, 106 estavam no início dos capítulos; 77 em seções separadas; 46 ao longo do desenvolvimento do conteúdo; 36 no final do capítulo. Classificam-se as menções em: 8% elucidação do “para que”; 13% estratégia didática; 25% elucidação do porquê; 54% formação cultural geral.

Ainda, Pereira (2016) salienta que há preocupação, por parte dos autores dessas coleções, em abordar tópicos da HM em alguns conteúdos matemáticos. A autora justifica essa afirmação tendo em vista o aumento das menções e as categorias em que elas foram identificadas. Entretanto, ela considera que a forma como as menções são apresentadas devem ser aperfeiçoadas, pois muitas limitam-se a apresentar biografias e outras informações que não contribuem para o desenvolvimento do conteúdo por meio da HM.

Com os resultados obtidos por Vianna (1995), Bianchi (2006) e Pereira (2016), nota-se que apesar das menções históricas nos LD terem aumentado, a forma como são apresentadas não alterou-se significativamente, por mais que as pesquisas tenham sido desenvolvidas em contextos educacionais diferentes. A maioria das menções consiste na apresentação de informações gerais que pouco agregam na construção significativa dos conceitos matemáticos.

Pode-se relacionar o aumento das menções históricas nos LD brasileiros com as reformas curriculares que ocorreram no final da década de 1990. Os documentos nacionais referência para elaboração dos currículos continham indicações para o uso de diferentes metodologias, entre elas a HM. Também, as discussões sobre esse tema ganharam mais notoriedade. Apesar disso, tais fatos não implicam que a HM vá ser incorporada no ensino de forma que promova a aprendizagem mais significativa. Nesse sentido, Pommer e Almeida (2020, p. 15) consideram que a presença da História da Matemática nos LD vai de acordo com o que é proposto nos documentos curriculares norteadores do ensino brasileiro, mas que a abordagem utilizada deveria ser repensada e afirmam que

[...] as poucas propostas de História da Matemática necessitam de maior engajamento com o desenvolvimento dos temas no livro didático. [...] ainda cabe ao protagonismo do professor enquanto

mediador no processo de ensino e aprendizagem a tarefa de incrementar o potencial didático da História da Matemática em sala de aula. Esse mote pode se configurar um ensejo para que os autores de livros didáticos se atualizem nas pesquisas em historiografia e didática, pois o livro didático deve materializar propostas que estejam em consonância com a condução de práticas em que o professor possa mobilizar os alunos em movimento de aprendizagem.

Apenas incorporar a HM de forma isolada, sem conexão com o conteúdo a ser estudado e para satisfazer as exigências curriculares, não proporcionará, de fato, contribuições significativas para o ensino. Via de regra, o LD é o único meio no qual os professores têm acesso à informação histórica, pois existem poucas propostas de atividades na perspectiva histórica, assim como há escassez de materiais que discutam sobre a HM com linguagem acessível, de forma que possam ser adaptados, tendo em vista que é um assunto pouco discutido na formação inicial. Entretanto, apesar do LD auxiliar tanto professores quanto alunos no processo de ensino e aprendizagem, “[...] tem-se clareza de que o professor não pode ser refém dessa única fonte, por melhor que venha a tornar-se sua qualidade” (DELIZOICOV; ANGOTTI; PERNAMBUCO, 2009, p. 37).

Nesse sentido, o professor que deseja utilizar a HM como metodologia deve buscar outras fontes, além do LD, para elaborar seu material. Barbosa e Silva (2014, p. 110) afirmam que

Existe abundante material histórico, sobretudo de divulgações de biografias e de descobertas, que pode ser útil para professores que desejam apenas utilizar a história, sem a reflexão sobre a história que está utilizando e sem a reflexão sobre a função da história na compreensão do conteúdo matemático. Mas seria essa a melhor forma? Essa não é a única forma. (BARBOSA; SILVA, 2014, p. 110).

Assim, materiais que discutem a historiografia podem ser utilizados pelos professores como fonte de estudo. Mas, para incorporá-los nas aulas a fim de explorar as potencialidades da HM, é preciso de adaptações que, por sua vez, demandam conhecimentos sobre essa área. Gaspar (2020) argumenta que analisar, em cursos de formação de professores, o desenvolvimento da HM auxilia no processo de busca por materiais didáticos, para que sejam adaptados e incorporados nas aulas.

Além disso, apresentar o desenvolvimento da HM na formação de professores evidencia que os conhecimentos científicos são frutos de um processo histórico e propicia que eles façam discussões semelhantes no Ensino Básico, pois para inserir elementos históricos no ensino “[...] é necessário ter um conceito definido de Matemática como uma construção humana, social e cultural, como uma ciência em constante mudança onde se cruzam diferentes pensamentos, posições e elementos da vida real” (ESCOBAR, 2020, p. 110, tradução da autora).

3 METODOLOGIA

Neste capítulo serão apresentados os aspectos metodológicos utilizados para desenvolver a pesquisa, com a sua definição e caracterização quanto à natureza, aos objetivos e análise dos dados. Também será apresentada a descrição detalhada das etapas realizadas para o desenvolvimento da pesquisa, devidamente fundamentadas na literatura.

Conforme Cervo, Bervian e Silva (2007, p. 55), define-se pesquisa como “uma atividade voltada para a investigação de problemas teóricos ou práticos por meio do emprego de processos científicos”. Desta forma, a presente pesquisa é a investigação do problema prático de identificar o cenário que a HM se insere, tendo em vista o contexto educacional de diferentes países e sua presença ou ausência nos LD.

Ainda, de acordo com a classificação de Cervo, Bervian e Silva (2007) essa pesquisa é de natureza aplicada, pois ao discutir sobre a HM no ensino poderá propor soluções para o problema concreto de compreender os aspectos que influenciam o modo como ela é inserida nas aulas de Matemática, além de gerar conhecimentos nesse processo.

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa descritiva, visto que procura identificar, analisar e descrever quais elementos influenciam a inserção ou não da HM no ensino. Em específico, refere-se a uma pesquisa documental com o uso de fontes primárias, em que serão analisados os documentos oficiais que norteiam o ensino básico brasileiro, e de fontes secundárias, como uma coleção de LD.

Quanto a análise dos dados essa pesquisa pode ser entendida como qualitativa, pois foi realizada uma análise documental para caracterizar quais fatores influenciam a forma como a HM é inserida no ensino e a revisão sistemática da literatura na Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM)¹ e a quantificação dos elementos históricos encontrados nos livros didáticos. A pesquisa foi realizada em cinco etapas, descritas no Quadro 1.

¹ <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM>

Quadro 1 – Etapas da pesquisa

Etapas		Descrição
1	Revisão bibliográfica	Busca e seleção de trabalhos acadêmicos sobre temas que contribuem para a solução do problema de pesquisa, a saber: HM como tendência de ensino; HM nos LD; HM no cenário internacional; HM nos documentos norteadores da elaboração dos currículos; HM na formação de professores; ensino de matemática no Brasil
2	Revisão sistemática da literatura	Revisão sistemática da literatura na Revista Brasileira de História da Matemática
3	Estudo dos cenários da HM	Análise dos documentos oficiais norteadores da educação brasileira e estudo de um cenário do ensino internacional, por meio dos dados fornecidos em Boyé et al. (2011) e Smasted (2000).
4	Seleção e análise de uma coleção de LD	Seleciona-se uma coleção de LD dos anos finais do Ensino Fundamental destinada às escolas públicas estaduais. Os critérios que determinam a seleção da coleção são: (i) constar no PNLD; (ii) ser acessível no formato digital; (iii) estar atualizada. Após, é feita a leitura identificação das menções históricas de cada volume da coleção, bem como a forma como são apresentadas, de acordo com critérios definidos.
5	Tratamento dos dados	Análise, interpretação e representação dos dados em quadros, gráficos e tabelas.

Fonte: Elaborado pela autora.

A seguir serão feitas observações acerca das seguintes etapas: Revisão sistemática da literatura; Estudo dos cenários da HM; Seleção e análise de uma coleção de LD.

3.1 Revisão sistemática da literatura

Na segunda etapa realizou-se a revisão sistemática da literatura na RBHM, que constitui uma das editorações científicas da SBHMat. De acordo com Okoli (2019, p. 18) “o escopo da revisão pode limitar-se a um conjunto seletivo de revistas de alta qualidade ou incluir apenas revistas em um campo de estudo específico”. Neste caso, a RBHM publica somente trabalhos acadêmicos originais sobre a HM, inclusive sobre sua relação com a Educação Matemática.

Segundo Ramos, Faria e Faria (2014) a revisão sistemática da literatura visa ter o máximo rigor, pois trata-se de uma investigação a partir de uma questão de interesse bem definida, com critérios e métodos sistemáticos para busca, seleção, avaliação e síntese. Na Figura 1 tem-se os passos para elaboração de uma revisão sistemática da literatura, conforme definido por Okoli (2019) e adaptado de acordo com os objetivos desta pesquisa.

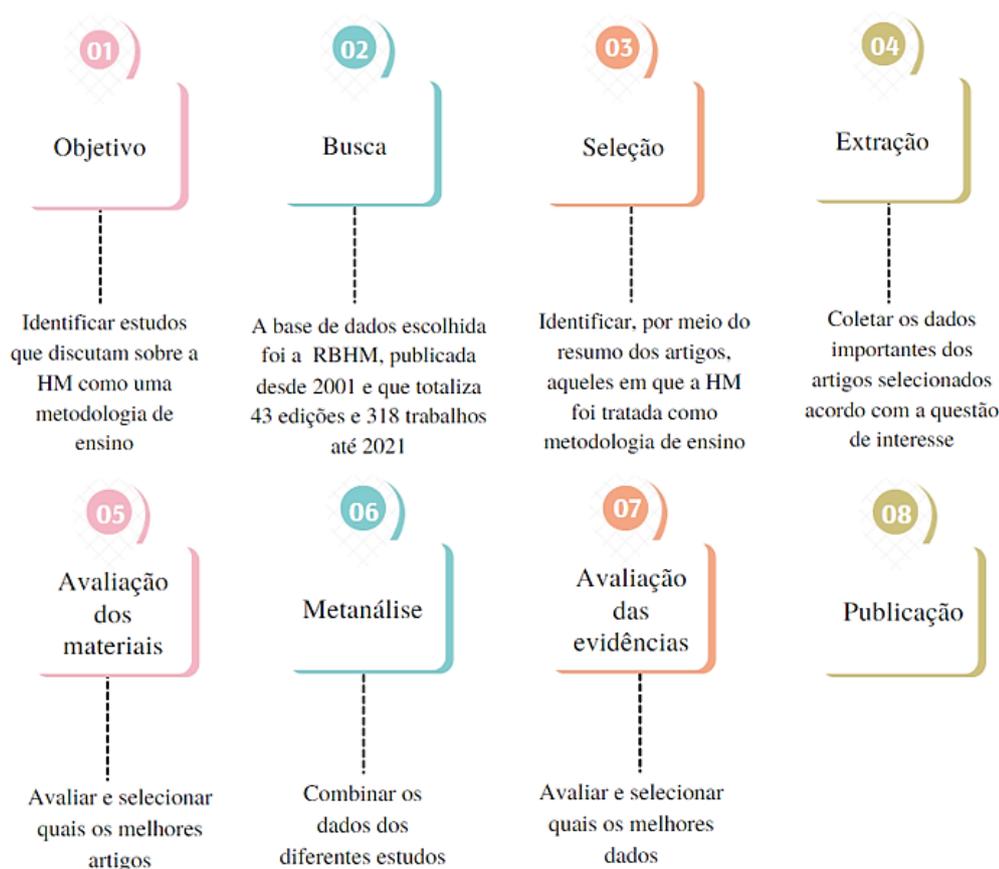


Figura 1 – Passos para elaboração de uma revisão sistemática da literatura.

Fonte: Elaborado pela autora.

Além do processo da revisão sistemática da literatura na RBHM, também foram utilizados o *Scientific Electronic Library Online* (SciELO)², Portal de periódicos CAPES³ e *Google Scholar*⁴ para busca e seleção de artigos. As duas primeiras bases de dados são consideradas bibliotecas digitais que possuem vasto acervo de trabalhos científicos com acesso gratuito.

Nas bases SciELO e Portal de periódicos CAPES, o critério adotado para busca foi identificar no título dos artigos as expressões: Ensino de Matemática; Livros Didáticos; História da Matemática; História da Matemática no ensino; História da Matemática nos livros didáticos; *History of mathematics and textbooks*. A fim de facilitar esse processo e torná-lo o mais preciso possível, utilizou-se alguns elementos de restrição, como os operadores booleanos, conforme indicado por Ramos, Faria e Faria (2014). Em ambas as bases, no campo “Busca Avançada”, utilizou-se o operador booleano AND para filtrar os termos e estabelecer conexões entre eles, por exemplo, História da Matemática AND Ensino de Matemática. Além disso, foram selecionados nos campos “tipo de recurso”, “filtro” e “data de publicação” os respectivos itens: “artigos”; “título e é exato”; “qualquer ano”.

² <https://www.scielo.br/>

³ <https://www.periodicos.capes.gov.br/>

⁴ <https://scholar.google.com.br/>

Para a busca no *Google Scholar*, utilizou-se o termo “*History of mathematics and textbooks*”, já que o objetivo era encontrar trabalhos que discutiam sobre a HM nos LD em um contexto internacional. Os filtros aplicados no campo “pesquisa avançada” foram “encontrar artigos com todas as palavras” e “onde minhas palavras ocorrem”, inserindo, respectivamente, as opções “History of mathematics textbooks” e “no título do artigo”.

Com o processo de busca finalizado, o primeiro critério de seleção foi analisar o título dos artigos, já que alguns relacionam-se a outras áreas do conhecimento e não contribuem para os objetivos da pesquisa. Após, os resumos dos artigos selecionados foram analisados para filtrar aqueles que estivessem alinhados com o objetivo da pesquisa. Por fim, foi feita a leitura dos artigos restantes a fim de coletar informações. Essas, por sua vez, foram organizadas em fichamentos que apresentam os “[...] apontamentos e anotações, que constituirão a matéria prima para a fundamentação científica [...] e para as citações” (CERVO; BERVIAN; SILVA, 2007, p. 81).

3.2 Estudo dos cenários da HM

Nessa etapa, foram estabelecidos parâmetros para identificar um cenário em que a HM está inserida, a partir de estudos sobre essa temática no contexto internacional, a saber Boyé et al. (2011) e Smasted (2000). Foram identificados alguns fatores que, possivelmente, determinam a presença da HM no ensino e, com base nesses parâmetros, foi delimitado o cenário do ensino nacional da HM. Para tanto, utilizou-se os resultados obtidos com: (i) revisão sistemática na RBHM; (ii) análise dos documentos oficiais norteadores da educação brasileira; (iii) pesquisas nacionais que discutem sobre a presença da HM em LD; (iv) análise da coleção “A conquista da Matemática”.

No processo de análise dos documentos oficiais norteadores da educação brasileira (BNCC, PCN e Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática), foram identificadas as justificativas apresentadas para incorporar a HM como metodologia de ensino por meio de sua leitura no que tange a área de Matemática, com destaque para as menções à HM. Assim, foi construído um quadro com base nos parâmetros que, possivelmente, determinam a presença da HM no ensino de diferentes países, incluindo o Brasil.

3.3 Seleção e análise de uma coleção de LD

Para a seleção foi consultado o Guia Digital do PNLD 2020⁵, no qual constam as 11 coleções de LD aprovadas pelo PNLD 2020. Neste caso, a coleção selecionada foi “A conquista da Matemática” (GIOVANNI; CASTRUCCI, 2018). A obra é composta pelo

⁵ https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020/componente-curricular/pnld2020-matematica

Livro do Estudante, Manual do Professor e o Manual do Professor Digital e possui recurso audiovisual e material digital acessível, disponibilizado pela editora FTD. A coleção foi adotada em uma escola localizada na cidade de Conceição do Rio Verde pertencente a rede pública estadual de Minas Gerais, na qual a autora cumpriu o estágio supervisionado.

Após, definiu-se critérios para a análise do LD. Para tanto, o conteúdo do material foi classificado em texto expositivo e atividade e os critérios para análise basearam-se, respectivamente, em Pereira (2016) e Bianchi (2006). Destaca-se que ambos os trabalhos estabelecem critérios para classificar as menções apresentadas em textos expositivos, mas somente Bianchi (2006) determina critérios distintos para análise das menções em atividades. Assim, utilizou-se os critérios definidos por Pereira (2016) sobre a classificação das formas de menções históricas e as funções didáticas por elas desempenhadas em textos expositivos. A classificação das menções em atividades, em relação às suas funções didáticas, basearam-se em Bianchi (2006).

Considera-se como menção histórica trechos que abordam: origem e desenvolvimento de conceitos matemáticos; autoria de obras e teoremas; invenções; biografias; informações das antigas civilizações a respeito da Matemática; problemas matemáticos de origem histórica.

Quanto às funções didáticas desempenhadas pela HM, foram definidas as seguintes categorias para textos expositivos: (i) estratégia didática, que auxilia na compreensão do conteúdo; (ii) elucidação dos porquês, evidencia como surgiram determinados conceitos e porque isso ocorreu; (iii) elucidação do para que, evidencia quais as necessidades envolvidas no surgimento dos conceitos; (iv) informações gerais, como datas importantes e biografias.

Para aquelas em atividades, têm-se as categorias: (i) estratégia didática, que auxilia no desenvolvimento do raciocínio matemático; (ii) informação como contextualização, apresenta breves informações sobre a HM para contextualizar as atividades, cujo objetivo é aplicação de técnicas; (iii) atividade sobre o conteúdo histórico, apresenta a menção histórica e se questiona sobre ela.

Com as classificações estabelecidas, inicialmente foi feita a leitura de cada volume para localizar as menções históricas. Elas foram organizadas em um quadro de acordo com o volume, página e unidade temática em que se encontravam. Vale ressaltar que a coleção foi planejada de acordo com a BNCC e cada volume contém as unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; Probabilidade e Estatística. Para as menções identificadas em atividades, primeiro foram localizadas as páginas em que se encontravam. Entretanto, a quantificação não se deu somente pelas páginas, já que algumas continham mais de um exercício com menções históricas.

Em seguida, os dados obtidos foram quantificados e apresentados em quadros e gráficos, no qual, segundo Cervo, Bervian e Silva (2007, p. 36) “[...] permitem a

concentração do maior número possível de informações no mesmo espaço e permitem a visualização do objeto da pesquisa por meio da representação matemática figurada [...]”. A análise das menções identificadas foi feita com base nas relações entre: (i) volumes; (ii) proporção de menções históricas em cada volume; (iii) unidades temáticas; (iii) funções didáticas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados da pesquisa em três seções. A primeira contém os resultados obtidos com o processo de revisão sistemática da literatura na RBHM. Já a segunda seção tem a finalidade de apresentar a análise da coleção de LD “A conquista da Matemática”. Por fim, na terceira seção são discutidos os resultados obtidos com a análise dos estudos internacionais acerca da HM no ensino e é estabelecido o cenário nacional da HM, com base nos resultados apresentados na primeira e segunda seção.

4.1 Revisão sistemática da literatura na RBHM

Com a revisão sistemática da literatura realizada na RBHM, em novembro de 2021, foram encontrados 31 artigos que discutem sobre a HM, de acordo com o objetivo da pesquisa e dadas as seguintes palavras-chave elencadas para a busca: ensino; livro didático; professor; prática pedagógica; metodologia; aprendizagem; sala de aula. Destes, sete eram duplicados e a relação dos 24 artigos restantes, conforme as percepções identificadas, pode ser expressa na Figura 2.

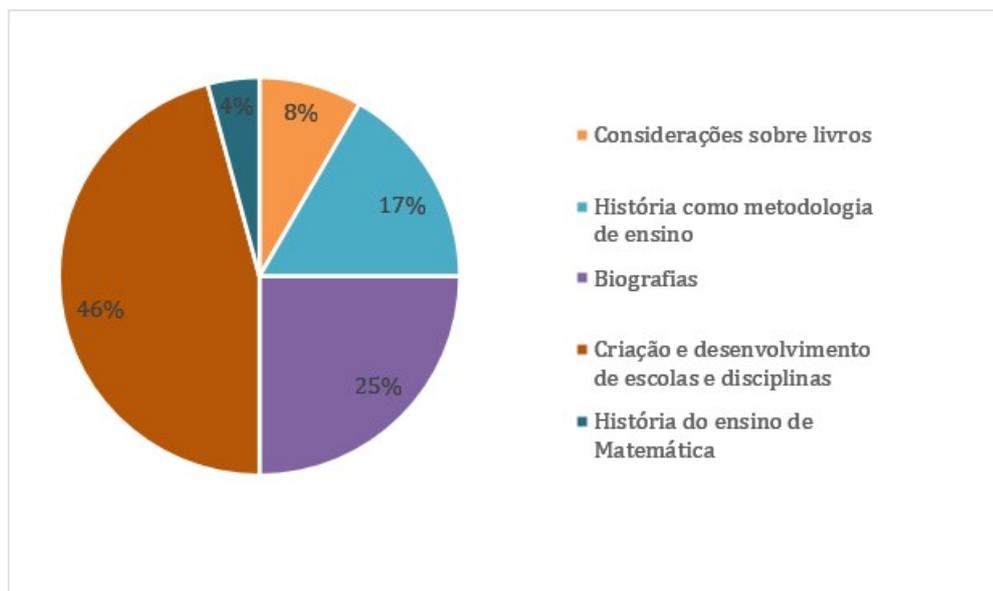


Figura 2 – Gráfico das perspectivas dos artigos encontrados na RBHM

Fonte: Elaborado pela autora.

Observa-se que somente quatro atendiam aos critérios de inclusão, dado pela avaliação do resumo dos artigos e a identificação daqueles que estavam ajustados com a questão de interesse, ou seja, que discutiam a HM como metodologia de ensino. Os artigos

selecionados são apresentados no Quadro 2, com o título e a breve descrição do conteúdo de cada um.

Quadro 2 – Artigos selecionados na RBHM.

Título	Descrição
Indícios do Costume Relacionado a Divisão da Circunferência em Seus 360 Graus presente na Fabricação do Instrumento Jacente no Plano de Pedro Nunes	Apresenta relações entre a história e o ensino de Matemática a partir do processo de fabricação e uso do instrumento Jacente no Plano.
Um estudo sobre áreas em um curso de formação de professores tomando como ponto de partida a História da Matemática indiana no período dos sulbasutras	Apresenta o método utilizado pelos indianos para resolver problemas geométricos e como a dimensão histórica pode auxiliar no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.
Elementos históricos para la enseñanza de la función logarítmica en la educación básica	Aborda como o ensino da função logarítmica pode ser aprimorado, na perspectiva da História da Matemática.
Fontes históricas nas salas de aula de Matemática: o que dizem os estudos internacionais	Apresenta discussões sobre o uso da História da Matemática em um cenário internacional.

Fonte: Elaborado pela autora.

Os artigos encontrados e selecionados na base de dados da RBHM que discutem sobre a HM como metodologia de ensino, descritos no Quadro 2, são poucos e equivalem a aproximadamente 1,25% do total de publicações da revista (318). Assim, apesar de ser uma área em expansão, pesquisas sobre esse tema são pouco exploradas, principalmente por serem aceitos nessa revista somente trabalhos acadêmicos originais sobre HM, incluindo sobre sua relação com o ensino. Dado o foco deste estudo e as publicações encontradas na RBHM, pode-se entender que, em geral, elas discutem sobre fatos históricos relacionados à Matemática, sobretudo, em relação ao desenvolvimento de disciplinas e institutos. Esse fato não é característico da RBHM, pois ao analisar outras bases de dados, as publicações, de forma geral, também têm essa perspectiva.

Desse modo, conclui-se que há escassez de textos, em língua portuguesa, que apresentam a HM como metodologia de ensino e que sejam acessíveis aos professores. Esse fato contribui para que elementos históricos sejam pouco incorporados no ensino de Matemática e, quando são, a maioria das menções caracterizam-se como informações biográficas ou curiosidades.

Esperava-se encontrar uma quantidade significativa de trabalhos com o processo de revisão sistemática realizado na RBHM. Entretanto, avaliou-se que os artigos selecionados não eram suficientes para o presente estudo e, diante disso, outras buscas foram realizadas a fim de identificar possíveis artigos que discutiam sobre a interface entre a história e o ensino de Matemática. A princípio, as bases eram a *Scientific Electronic Library Online* (SciELO) e o Portal de periódicos CAPES. Os resultados dessa busca encontram-se na Tabela 1, que expressa a relação de artigos por palavras-chave.

Tabela 1 – Relação de artigos encontrados por palavras-chave em cada base.

Palavras-chave	Quantidade de artigos por base			
	Portal Periódicos CAPES		SciELO	
	Encontrados	Selecionados	Encontrados	Selecionados
História da Matemática	29	3	23	5
História da Matemática no ensino	31	4	1	0
Livro Didático	89	7	86	5
História da Matemática nos livros didáticos	2	2	0	0
Ensino de Matemática	29	2	78	1

Fonte: Elaborado pela autora.

Foram encontrados 368 artigos e selecionados 29 pelo seu título. Desses, somente nove adequaram-se à questão de interesse, com base na leitura de seu resumo. Comparando-os, é perceptível a diferença entre a quantidade de artigos encontrados e selecionados. Isso justifica-se pelo fato de que a maior parte dos artigos sobre “Livro Didático” se associavam a outras áreas do conhecimento e muitos dos relacionados a “História da Matemática” e “História da Matemática no ensino” discutiam sobre o contexto histórico da criação de disciplinas e da história da Educação Matemática.

Em específico, como a busca nessas bases não gerou resultados significativos para o termo “História da Matemática nos livros didáticos”. Realizou-se outra busca com o termo “*History of mathematics textbooks*”, a fim de aumentar as possibilidades. Para o Portal de periódicos CAPES foram encontrados artigos que discutem sobre a HM nos LD da Coreia, Chipre, Grécia e Turquia, entretanto, o acesso para o texto integral não estava disponível. Já para o SciELO não houve resultados.

Assim, realizou-se a mesma busca no *Google Scholar* e foram obtidos 37 resultados, dos quais foram selecionados somente dois artigos por estarem alinhados com a questão de interesse e pela acessibilidade, já que muitos encontravam-se publicados em periódicos de assinatura paga. Nesse processo, foram encontrados trabalhos que apresentavam aspectos sobre a forma como a HM estava inserida no ensino de diferentes países e, entre eles, destacam-se Boyé et al. (2011) e Smasted (2000). A contribuição desses artigos para a identificação de um cenário internacional que a HM se insere é descrita na última seção.

4.2 Análise da coleção de LD

A resenha da coleção “A conquista da Matemática”, apresentada no Guia de Livros Didáticos do PNLD 2020 – Matemática, traz informações sucintas sobre a presença da HM. Destaca-se que, das nove unidades temáticas, em apenas duas são ressaltados os aspectos históricos presentes, na qual

O sistema de numeração decimal é apresentado por meio de uma contextualização histórica, inclusive trazendo, além dos tradicionais exemplos dos sistemas de numeração egípcio e chinês, o sistema indígena guarani. [...] A unidade temática geometria é explorada em toda a obra e de forma articulada com as demais unidades temáticas. Percebe-se, nessa unidade temática, um trabalho diferenciado, que não está centrado na fragmentação do conteúdo, e sim na perspectiva da história da Matemática [...] (BRASIL, 2020, p. 95).

As menções identificadas na coleção são detalhadas no Quadro 3 por volume, unidade temática e página.

Quadro 3 – Relação das menções históricas identificadas na coleção analisada.

Volume	Unidade Temática	Páginas
1	Números	12 a 17, 18*, 19, 20, 30, 32*, 120*, 132, 155, 156
	Álgebra	..
	Geometria	76, 220*, 224
	Grandezas e Medidas	204, 236, 237, 240*
	Probabilidade e Estatística	..
2	Números	12, 13, 34, 35*, 50*, 54*, 59
	Álgebra	146, 153*, 159*
	Geometria	..
	Grandezas e Medidas	224
	Probabilidade e Estatística	..
3	Números	38, 39
	Álgebra	96 a 98, 134, 136
	Geometria	64, 65
	Grandezas e Medidas	230, 259*
	Probabilidade e Estatística	..
4	Números	12, 13, 43*
	Álgebra	86 a 88, 94 a 97, 98*, 99 a 101, 102*, 260, 261
	Geometria	146, 155, 167*, 171*, 172*, 199, 203*, 215
	Grandezas e Medidas	..
	Probabilidade e Estatística	..

Fonte: Elaborado pela autora.

*menções identificadas em atividades

Foram identificadas 69 menções na coleção. Em nenhum dos volumes há a presença de elementos históricos na unidade temática “Probabilidade e Estatística”. Já na unidade “Números”, em todos os volumes foram identificadas menções históricas e, nos volumes 1 e

2, ela recebe a maior quantidade de menções. Entretanto, esse cenário muda nos volumes 3 e 4, no qual a unidade “Álgebra” se destaca. O gráfico representado na Figura 3 indica a distribuição de menções por volume da coleção.

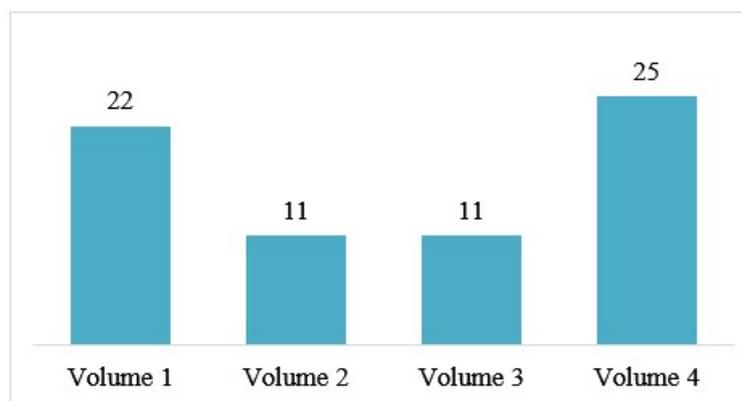


Figura 3 – Gráfico da distribuição das menções históricas por volume.

Fonte: Elaborado pela autora.

Destaca-se que para os volumes 1 e 4 a presença de elementos históricos é mais recorrente. Cada volume contém 288 páginas e excluindo-se as páginas referentes ao sumário, as referências bibliográficas e as respostas das atividades, tem-se 266 páginas de conteúdo, consideradas para análise. A Tabela 2 apresenta a relação entre o número total de páginas e o número total de menções históricas de cada volume, dada em porcentagem.

Tabela 2: Distribuição das menções históricas por volume,

Volume 1	Volume 2	Volume 3	Volume 4
8,27%	4,14%	4,14%	9,4%

Fonte: Elaborado pela autora.

Em relação à forma, identificou-se 51 menções como textos expositivos e 18 como atividades. As apresentadas como textos expositivos podem ser encontradas no início de cada unidade e capítulo, ao longo do conteúdo, no final da unidade ou em box intitulados “Para quem quer mais”. Tendo em vista toda a coleção, a maioria encontra-se no início das unidades e capítulos, totalizando 45 menções nesse formato.

Quanto aos textos expositivos, as menções que apresentam informações gerais sobre a HM predominam. Entretanto, as menções caracterizadas como estratégia didática também têm destaque, o que é um ponto positivo, já que esse tipo de menção contribui para compreensão do conteúdo e “desempenha o papel de possibilitar ao aluno a desenvolver algum raciocínio matemático” (PEREIRA, 2016, p. 49). A Figura 4 apresenta o gráfico da distribuição das menções históricas de acordo com a sua função didática. Como citado, identificou-se 18 menções em atividades. Tais menções totalizam 32 atividades e o maior quantitativo é da categoria “atividades sobre a HM”, com 16 menções. Em seguida, tem-se a categoria “estratégia didática”, com 11 menções, e a categoria “informação”, com 5 menções.

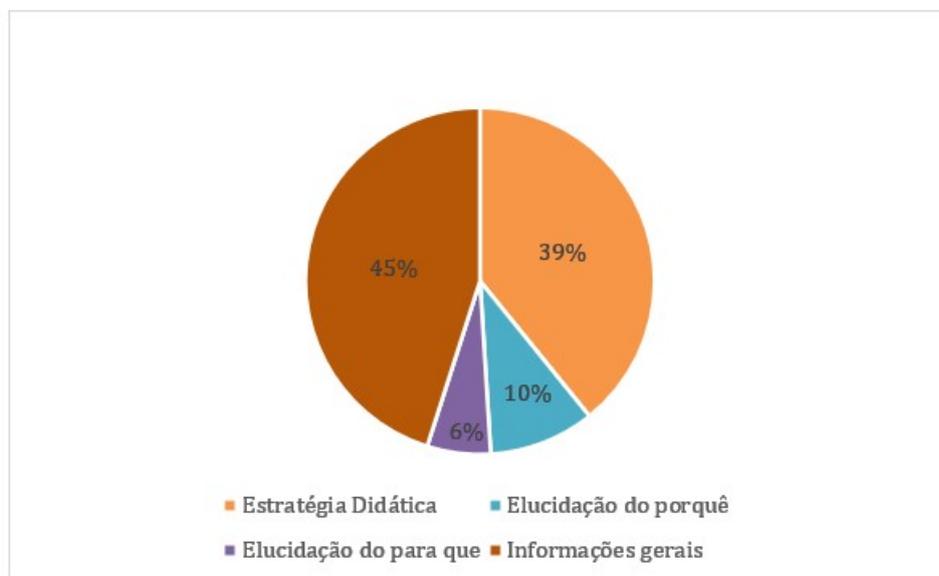


Figura 4 – Gráfico da distribuição das menções históricas por função didática.

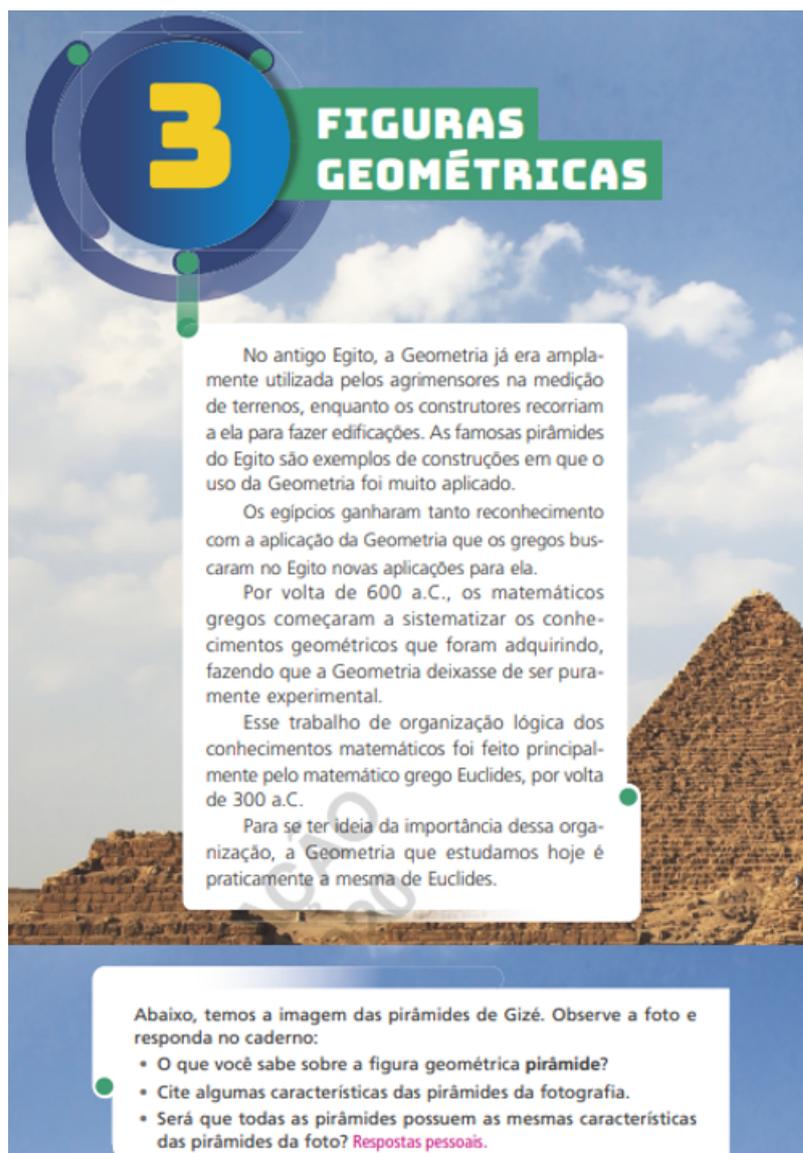
Fonte: Elaborado pela autora.

A seguir são apresentados alguns exemplos de menções históricas em textos expositivos e em atividades, de acordo com as categorias definidas.

4.2.1 Exemplo de menções históricas em textos expositivos

O exemplo a seguir (FIGURA 5) é encontrado no início da unidade “Figuras Geométricas”, do volume 1, e ilustra uma menção que tem a finalidade de fornecer informações gerais sobre a HM.

Essa menção apresenta, de forma sucinta, informações sobre a Geometria na antiguidade, mas que não são retomadas ao longo da exposição do conteúdo. Aborda alguns aspectos da Geometria prática dos egípcios e da Geometria sistematizada pelos gregos, entretanto, não aprofunda a discussão sobre a transição da Geometria prática para a Geometria racional. Apesar de mencionar no texto o uso da Geometria na construção das pirâmides, as questões que seguem após a menção não estabelecem conexão com as informações históricas abordadas, pois são relacionadas às pirâmides e suas características. Mais ainda, as informações apresentadas não são utilizadas para abordar o tema da unidade.



3 FIGURAS GEOMÉTRICAS

No antigo Egito, a Geometria já era amplamente utilizada pelos agrimensores na medição de terrenos, enquanto os construtores recorriam a ela para fazer edificações. As famosas pirâmides do Egito são exemplos de construções em que o uso da Geometria foi muito aplicado.

Os egípcios ganharam tanto reconhecimento com a aplicação da Geometria que os gregos buscaram no Egito novas aplicações para ela.

Por volta de 600 a.C., os matemáticos gregos começaram a sistematizar os conhecimentos geométricos que foram adquirindo, fazendo que a Geometria deixasse de ser puramente experimental.

Esse trabalho de organização lógica dos conhecimentos matemáticos foi feito principalmente pelo matemático grego Euclides, por volta de 300 a.C.

Para se ter ideia da importância dessa organização, a Geometria que estudamos hoje é praticamente a mesma de Euclides.

Abaixo, temos a imagem das pirâmides de Gizé. Observe a foto e responda no caderno:

- O que você sabe sobre a figura geométrica **pirâmide**?
- Cite algumas características das pirâmides da fotografia.
- Será que todas as pirâmides possuem as mesmas características das pirâmides da foto? **Respostas pessoais.**

Figura 5 – A Geometria na antiguidade.
Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.1, p.76).

A Figura 6 apresenta um exemplo de uma menção identificada no início do capítulo “Regra de três”, do volume 2. Ela visa fornecer informações gerais sobre as civilizações antigas, no qual tem-se passagens sobre como matemáticos hindus abordavam a regra de três. Tais passagens são de livros de autores importantes da HM, como Carl B. Boyer e Howard Eves.

É um ponto positivo apresentar tais trechos, pois possibilita que os estudantes compreendam que o conteúdo estudado na atualidade já era discutido há séculos por outros povos, mas de formas diferentes. Entretanto, apresentar somente essa informação histórica sem que tenha ligação com o restante do conteúdo, acaba por transformá-la em algo a mais e não como parte integrante do seu desenvolvimento.

CAPÍTULO 3 REGRA DE TRÊS

O primeiro uso sistemático da regra de três ocorreu, provavelmente, na China antiga. Depois, alcançou a Arábia através da Índia, onde os matemáticos a tratavam pela mesma designação.

Veja como dois grandes matemáticos hindus abordavam a regra de três:

- Aryabhata (476-550), no seu livro intitulado **Aryabhatiya**, escreve a respeito de como encontrar o quarto termo de uma proporção simples.

Na regra de três, multiplique-se o fruto pelo desejo e divida-se pela medida. O resultado será o fruto do desejo.

Fonte: BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. p. 154.

Assim, temos: $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ então $x = \frac{bc}{a}$ em que a é a “medida”, b é o “fruto”, c é o “desejo”, e x é o “fruto do desejo”.

- Brahmagupta (c. 598-670) dizia que:

Na regra de três, os nomes dos termos são Argumento, Fruto e Requisito. O primeiro e último termos devem ser semelhantes. Requisito multiplicado por Fruto e dividido por Argumento é o Produto.

Fonte: EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 1997. p. 263.

Durante séculos, a regra de três mereceu grande consideração por parte dos mercadores. Seus vínculos com as proporções só foram reconhecidos no fim do século XIV.

Figura 6 – Hindus e a regra de três.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.2, p.224).

A menção ilustrada na Figura 7, retirada do volume 4, apresenta algumas informações sobre Galileu Galilei. Esta menção encontra-se separada do conteúdo, no início da unidade “Equações do 2º grau”, e não contribui para o seu desenvolvimento.

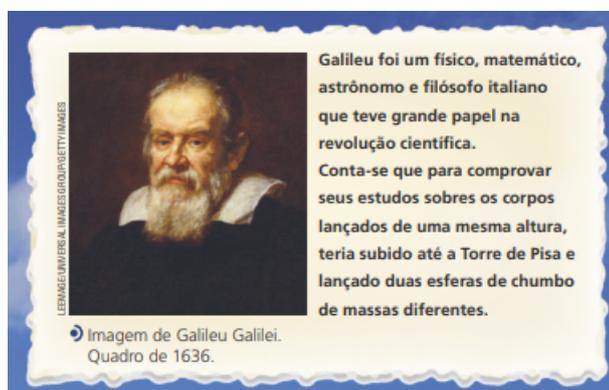


Figura 7 – Informações sobre Galileu Galilei.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.4, p.87).

No início do capítulo “Equação do 1º com uma incógnita”, do volume 3, tem-se o exemplo de uma menção caracterizada como estratégia didática (FIGURA 8).



EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

Alguns documentos antigos, como os papiros egípcios, traziam inúmeros e curiosos problemas matemáticos.
Veja a tradução de um problema que aparece no famoso Papiro de Rhind.

Uma quantidade, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Diga-me: qual é essa quantidade?

Como os egípcios não usavam a linguagem algébrica das equações, para resolver esse tipo de problema, eles atribuíam à quantidade procurada um valor arbitrário, que fosse divisível, ao mesmo tempo, pelos denominadores das frações que apareciam no problema; nesse caso específico, um valor que fosse divisível por 2 (sua metade) e por 3 (seus dois terços) ao mesmo tempo. Esse valor pode ser 6, 12, 18, 24 ou qualquer múltiplo de 6, pois qualquer um desses números é divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.

Usando o valor 6, por exemplo, e de acordo com o problema, temos:

$$6 + \frac{1}{2} \cdot (6) + \frac{2}{3} \cdot (6) = 6 + 3 + 4 = 13$$

Como 13 não é a soma dada no problema, vamos fazer como os egípcios e usar a ideia de **proporção**. Com os valores 6, 13 e 26 montamos a proporção:

- Ao valor arbitrário 6 corresponde a soma 13.
- A qual valor vai corresponder à soma 26?

Como 26 representa o dobro de 13, que foi o valor encontrado, então, pela proporção, a quantidade procurada representará o dobro do valor arbitrário 6. Assim, a quantidade procurada será $2 \cdot 6$, ou seja, 12.

Comprovando, temos:

$$12 + \frac{1}{2} \cdot (12) + \frac{2}{3} \cdot (12) = 12 + 6 + 8 = 26$$

PENSE E RESPONDA Resoluções a partir da p. 289

Conheça, a seguir, a tradução de outros problemas encontrados no Papiro de Rhind e tente resolvê-los, no caderno, usando o processo utilizado pelos egípcios.

1. Uma quantidade aumentada do seu um sétimo resulta em 40. Qual é essa quantidade?
2. Uma quantidade, sua metade e sua quarta parte, adicionadas, resultam em 56. Qual é essa quantidade?
3. Uma quantidade, seus dois terços e seus três quartos são adicionados, e a soma é 145. Qual é essa quantidade?

Figura 8 – Método egípcio de resolução de equações do 1º com uma incógnita.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.3, p.136).

Essa menção traz um problema egípcio encontrado no Papiro de Rhind e para resolvê-lo é utilizado o "método do montão". Mais ainda, propõem-se que os estudantes resolvam três outros problemas do Papiro de Rhind pelo método dos egípcios. Isso proporciona compreender as dificuldades ocasionadas pela falta de uma linguagem mais acessível e as possíveis motivações para a criação da simbologia utilizada atualmente.

Outro exemplo de menção como estratégia didática é encontrada na unidade “Sistemas de Numeração”, pertencente ao volume 1 da coleção. A HM foi incorporada ao longo do desenvolvimento do conteúdo (FIGURA 9, FIGURA 10, FIGURA 11, FIGURA 12), a fim de evidenciar que o sistema de numeração utilizado por nós passou por algumas mudanças. Mais ainda, mostra que existiam diferentes sistemas e aponta as deficiências de cada um, como a limitação quanto aos símbolos.

A Figura 9 refere-se à abertura da unidade em questão, no qual cita-se o sistema

de numeração egípcio, chinês e guarani. É importante trazer o sistema Guarani, pois além de evidenciar a diversidade de conhecimentos dos diferentes povos, também mostra que em um mesmo país há diferentes formas de expressar-se, tendo em vista que essa é uma manifestação cultural. Entretanto, o material poderia ter explorado mais esses sistemas, sobretudo o chinês que é um sistema posicional de base 10 e se assemelha com o sistema decimal.

Vale ressaltar que os dois capítulos que constituem essa seção são intitulados como “Uma história muito antiga” e “E o nosso sistema de numeração? A história continua”. Isso deixa implícito que algo sobre a HM será abordado.



Figura 9 – Sistemas de Numeração.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.1, p.12,13).

No início dessa unidade, é apresentado brevemente sobre o processo de contagem e associação entre quantidades. Também, cita-se sobre as formas de registro, entretanto, poderia discutir sobre as dificuldades, por exemplo, quanto maior a quantidade, mais difícil seria representá-las utilizando o sistema de marcações em ossos. Essa seria uma forma de conectar os próximos tópicos, que tratam sobre os sistemas de numeração, além de atribuir mais significado para as discussões. A Figura 10 ilustra esse trecho.

CAPÍTULO 1 UMA HISTÓRIA MUITO ANTIGA

Os números fazem parte da vida das pessoas. Eles estão presentes em casa, no trabalho, no lazer, no supermercado, na feira, na escola, entre outros. E a gente, muitas vezes, nem se dá conta disso. O interessante é que os números são usados com várias finalidades: contar, ordenar, medir ou codificar.

PENSE E RESPONDA

1. Como os números estão presentes na nossa vida? Converse com um colega sobre o assunto.
2. Faça no caderno um quadro com pelo menos 10 situações do cotidiano em que você utiliza números.
3. Em seguida, discuta com seu colega qual a função do número nas situações que vocês listaram. *Respostas pessoais.*

Mas nem sempre foi assim.

Há muito, muito tempo, para saber quantas ovelhas tinha, um pastor separava uma pedrinha para cada ovelha quando as soltava para pastar.

Ao recolher o rebanho, retirava uma pedrinha daquelas que havia separado para cada ovelha que encontrava. Cada pedrinha retirada correspondia a uma ovelha.

E foi assim, comparando quantidades, que o ser humano aprendeu a contar.

De um lado, temos a quantidade de pedrinhas; do outro, a quantidade de ovelhas.

Surgiu daí uma ideia comum aos dois grupos que ele comparava: **o número**.

As pessoas também costumavam registrar quantidades fazendo, por exemplo, nós em cordas, marcas em pedaços de madeira ou ossos. Cada nó e cada marquinha na madeira ou no osso correspondiam a um elemento da quantidade que se queria contar.

Infelizmente, poucos desses registros existem hoje.



14

Figura 10 – A ideia de número.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.1, p.14).

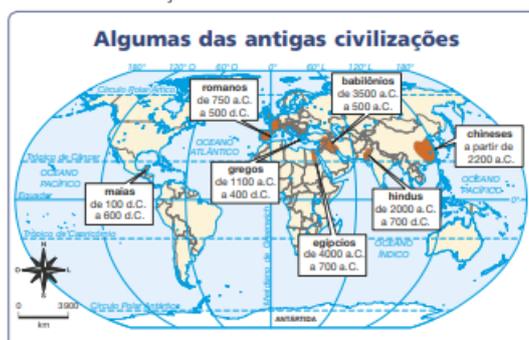
Em seguida, discute sobre os sistemas de numeração egípcio, babilônico e romano. A ênfase é dada neste último, principalmente pelo fato de existirem heranças culturais em relação aos números romanos. Um ponto positivo é apresentar a localização, geográfica e temporal, de algumas das civilizações antigas, conforme ilustrado na Figura 11. Isso evidencia o fato da Matemática ser uma ciência milenar e construída por diferentes povos que não estabeleciam conexões diretas, como os maias e os chineses, localizados em diferentes continentes.

🌀 Sistemas de numeração

Um **sistema de numeração** é um conjunto de símbolos e regras que nos permite escrever e ler qualquer número de determinado conjunto.

A história da humanidade nos mostra a existência de muitos sistemas de numeração, criados por vários povos: egípcios, babilônios, chineses, maias, romanos, hindus, entre outros.

Essas antigas civilizações viveram há muitos, muitos anos. Veja, no mapa ao lado, a localização de algumas civilizações e o período de maior desenvolvimento delas.



Fonte: ATLAS Histórico: Geral e Brasil. São Paulo: Scipione, 2011. p. 32-34, 38, 43, 47, 52.

Figura 11 – Localização das civilizações antigas.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.1, p. 15).

Ao apresentar o sistema de numeração decimal, são discutidos pontos importantes, como a evolução dos símbolos indo-arábicos e o surgimento de um símbolo para o zero, conforme ilustrado na Figura 12. Tais pontos evidenciam que a Matemática é uma ciência que está em constante evolução e que seus avanços são provenientes de conhecimentos de diferentes povos e em diferentes épocas.

Apesar de destacar essas informações, importantes para o desenvolvimento da Matemática, o material não apresenta aspectos relevantes que podem atribuir mais significado ao estudo do tema. Ao discutir sobre alguns dos sistemas de numeração é citado que não possuíam um símbolo para o zero, mas não se explicita o porquê disso. Neste caso, seria relevante para que os estudantes compreendessem que, para aqueles povos, não havia a necessidade de um símbolo para representar “o vazio”. Contudo, foram criados símbolos para preencher essas casas vazias, como os maias, mas somente com os hindus que o zero foi concebido como um número e representava a ideia de ausência e nulidade, além de ser utilizado em operações.

CAPÍTULO 2 E O NOSSO SISTEMA DE NUMERAÇÃO?

A história continua...

O nosso sistema de numeração nasceu em uma região conhecida como vale do rio Indo, atual Paquistão.

Usando **grupos de dez**, os hindus desenvolveram um sistema de numeração que estabelecia a ideia de **posição**.

Nesse sistema, eram usados símbolos diferentes para representar as quantidades de 1 a 9. O símbolo para o zero foi criado pelos hindus no século VI e, inicialmente, era representado por um ponto ou por um pequeno círculo.

A partir do século VIII, os árabes passaram a adotar o Sistema de Numeração Hindu, por ser prático e facilitar os cálculos.

Quando povoaram o norte da África e parte da Espanha, os árabes ocidentais introduziram os símbolos hindus, que deram origem aos símbolos que conhecemos hoje, os **símbolos indo-arábicos**, e ao sistema de numeração conhecido como **Sistema de Numeração Decimal**, utilizado até hoje.

A denominação **indo-arábico** deve-se ao fato de os símbolos e as regras que regem esse sistema terem sido criados pelos **hindus** e aperfeiçoados e divulgados pelos **árabes**.

Os símbolos indo-arábicos também são conhecidos como **algarismos**. Veja o porquê: o matemático Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi (780-850), autor do primeiro livro árabe conhecido com explicações detalhadas sobre os cálculos hindus, ganhou tanta reputação nos países da Europa Ocidental que o seu nome se tornou sinônimo dos símbolos inventados pelos hindus.

Assim, a palavra **algarismo** tem origem no nome **al-Khwarizmi**.



Fónte: MILLARD, A. Atlas das civilizações antigas. Lisboa: Civilização, 1994. p. 16.
 A antiga civilização hindu habitava o vale do rio Indo, onde hoje se localiza o Paquistão.

As transformações dos símbolos indo-arábicos

Os algarismos indo-arábicos sofreram várias transformações na sua representação antes de adquirirem, no século XVI, a aparência que conservam até hoje.

Século XII	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Século XIII	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Século XIV	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Século XV	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Por volta de 1542	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Atualmente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

O zero: uma invenção importante

Os primeiros que chegaram à noção de **zero** foram os babilônios, povo que habitou a Mesopotâmia, atual Iraque, por volta de 2500 a.C. Na América Central, os maias também chegaram à representação do zero e usavam várias formas para representá-lo.

Os indianos conheciam a noção de vazio e empregavam a palavra *shūnya* para representá-lo. Os árabes chamavam o zero de *shfr*. Já na Europa, levado pelos árabes, ficou conhecido como *zephirum*, depois *zéfiro*, *zefro* e, finalmente, zero. Dos indianos aos árabes, a forma do zero mudou de um ponto para um círculo. Na Europa, o zero encontrou forte resistência. Várias superstições e o medo do desconhecido impediam o seu uso. Além disso, com a popularização do conhecimento do zero e dos outros algarismos indo-arábicos, havia o perigo de que qualquer um pudesse fazer contas, habilidade que, até então, poucos detinham.

Informações obtidas em: VOMERO, M. F. A importância do número zero. *Superinteressante*. São Paulo, n. 163, abr. 2001.



Essas são duas das formas que os maias usavam para representar o zero.

Um costume muito antigo!

Você já observou que o nosso sistema de numeração é decimal, isto é, contamos sempre em grupos de dez? Esse costume vem, sobretudo, do fato de o ser humano ter aprendido a contar usando os dedos das mãos.

A palavra "decimal" é de origem latina, *decem*, que significa dez. É por esse motivo que o nosso sistema de numeração é chamado de **Sistema de Numeração Decimal**.



Figura 12 – Sistema de numeração decimal.
 Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.1, p.19,20).

Outro ponto que poderia ser mais reforçado é sobre alguns sistemas serem aditivos e outros posicionais. Ainda mais, sobre o sistema indo-arábico ser, a princípio, não posicional e que a simplificação na forma de representação, que era feita por meio da escrita por extenso, o transformou em um sistema posicional. Além de evidenciar a evolução da Matemática, complementar o que é discutido no tópico “O zero: uma invenção importante”, destacado na Figura 12.

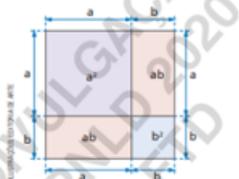
No volume 1, a unidade “Sistemas de numeração” é a que apresenta a maior quantidade de menções históricas. Entretanto, a unidade que a sucede, intitulada “Cálculos com números naturais”, não contém nenhum elemento histórico. Para continuar com a linha histórica estabelecida, o material poderia apresentar alguns exemplos de operações nos diferentes sistemas, para evidenciar as dificuldades de trabalhar com sistemas não posicionais e que têm vários símbolos.

Na unidade “Equações do 2º grau”, do volume 4, o processo geométrico de completar quadrados utilizado por al-Khwarizmi foi apresentado (FIGURA 13). A menção exemplificada também é caracterizada como estratégia didática, uma vez que possibilita compreender o processo de resolução de equações algébricas do segundo grau pelo método

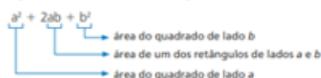
de completar quadrados desenvolvido por Al-Khwarizmi.

🕒 O processo de completar quadrados

Com base na interpretação geométrica dada pelos gregos à expressão $(a + b)^2$, o matemático al-Khwarizmi estabeleceu um processo geométrico para a resolução de equações do 2º grau com uma incógnita. Inicialmente, vamos observar a figura que é a representação geométrica da expressão $(a + b)^2$:



Pela figura, vemos que: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
A interpretação geométrica dessa expressão algébrica é:



Utilizando essa interpretação, vamos acompanhar os exemplos a seguir, que mostram como al-Khwarizmi desenvolveu seus estudos.



👉 Matemático e astrônomo árabe, al-Khwarizmi viveu entre 780 e 850. Ele escreveu um tratado de Álgebra e um livro sobre os números hindus. Essas obras exerceram enorme influência na Europa do século XII.

🕒 O processo geométrico de al-Khwarizmi

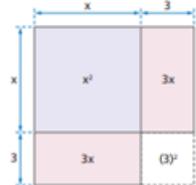
Aplicando o processo de completar quadrados, vamos resolver as seguintes equações do 2º grau com uma incógnita no conjunto dos números reais.

1 Resolver a equação $x^2 + 6x + 8 = 0$.

Da expressão $x^2 + 6x$, podemos interpretar:

$$x^2 + 6x = x^2 + 2(3x)$$

→ área de um retângulo cujos lados medem 3 e x
→ área de um quadrado cujo lado mede x



Pela figura, observamos que é necessário acrescentar o número $(3)^2$, ou seja, 9, à expressão $x^2 + 6x$, para obter um quadrado.

Descoberto geometricamente o valor que devemos acrescentar à expressão $x^2 + 6x$, voltamos à equação que queremos resolver:

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$x^2 + 6x = -8 \quad \rightarrow \text{princípio aditivo}$$

$$x^2 + 6x + 9 = -8 + 9 \quad \rightarrow \text{princípio de equivalência das equações}$$

quadrado perfeito

Note que, ao acrescentarmos 9 à expressão $x^2 + 6x$ do 1º membro da equação, acrescentamos 9 também ao 2º membro para obter uma equação equivalente à anterior.

Fatorando o trinômio quadrado perfeito obtido no 1º membro, temos a equação:

$$(x + 3)^2 = 1$$

Dai, temos:

$$(x + 3) = +\sqrt{1} \quad \text{ou} \quad (x + 3) = -\sqrt{1}$$

$$x + 3 = 1 \quad \quad \quad x + 3 = -1$$

$$x = 1 - 3 \quad \quad \quad x = -1 - 3$$

$$x = -2 \quad \quad \quad x = -4$$

Logo, os números reais -4 e -2 são as raízes da equação dada.

Figura 13 – Al-Khwarizmi e o processo geométrico para resolução de equações quadráticas.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.4, p.94).

Além disso, é apresentado o processo algébrico de Bhaskara e a fórmula resolvente de uma equação algébrica do segundo grau, ilustrado na Figura 14. Essa menção histórica também é caracterizada com estratégia didática e o processo geométrico de Al-Khwarizmi é retomado.

⦿ O processo algébrico de Bhaskara

Voltemos a considerar as equações $x^2 + 6x + 8 = 0$ e $x^2 + 3x - 4 = 0$, que já resolvemos usando o processo geométrico de al-Khwarizmi.

- Em $x^2 + 6x + 8 = 0$, o número que acrescentamos aos dois membros da equação foi $9 = (3)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2$.

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 \rightarrow \text{coeficiente } b$$

- Em $x^2 + 3x - 4 = 0$, o número que acrescentamos aos dois membros da equação foi $\frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 \rightarrow \text{coeficiente } b$$

Nas duas equações, nas quais o coeficiente a é igual a 1, o número acrescentado aos dois membros corresponde à **metade do coeficiente b , elevada ao quadrado**.

Esse fato foi constatado por Bhaskara ao estudar o processo de al-Khwarizmi. Bhaskara apresentou, então, um processo algébrico que não mais necessitava da interpretação geométrica para a resolução de equações do 2º grau com uma incógnita.

Veja a seguir o caminho trilhado por Bhaskara.

- 1 Resolver a equação $x^2 - 2x - 8 = 0$, sendo $U = \mathbb{R}$.

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x^2 - 2x = 8$$

$$x^2 - 2x + 1^2 = 8 + 1^2 \rightarrow \text{adicionamos em ambos os membros da equação a expressão } \left(\frac{-2}{2}\right)^2 = (-1)^2 = 1^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 8 + 1$$

$$(x - 1)^2 = 9$$

$$x - 1 = \pm\sqrt{9}$$

$$x - 1 = \pm 3$$

Dai, temos:

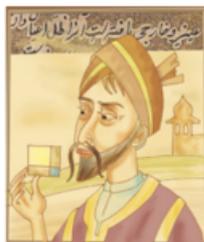
$$x - 1 = 3$$

$$\text{ou } x - 1 = -3$$

$$x = 3 + 1 = 4$$

$$x = -3 + 1 = -2$$

Logo, os números reais -2 e 4 são as raízes da equação dada.



⦿ No século XII, o matemático hindu Bhaskara baseou-se em estudos de al-Khwarizmi para apresentar um processo algébrico que permitia resolver qualquer equação do 2º grau. Usando o processo de Bhaskara e partindo da equação escrita em sua forma reduzida, foi possível determinar, de maneira mais simples, as raízes de qualquer equação do 2º grau com uma incógnita.

⦿ Fórmula resolvente de uma equação do 2º grau com uma incógnita

Veja como podemos chegar à fórmula resolvente:

Dedução da fórmula resolvente	Processo algébrico de Bhaskara para o exemplo
$ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$	$x^2 + 4x - 12 = 0$
$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$	
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$	
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c'}{a} - \frac{c'}{a} = 0 - \frac{c}{a}$	
$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$	$\rightarrow x^2 + 4x = 12$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$	$\rightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 12 + \left(\frac{4}{2}\right)^2$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$	
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	$\rightarrow x^2 + 4x + 4 = 12 + 4$
$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	$\rightarrow (x + 2)^2 = 16$
$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$	$\rightarrow (x + 2) = \pm\sqrt{16}$
$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\rightarrow x + 2 = \pm 4$
$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\rightarrow x = -2 \pm 4$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\rightarrow x = 2 \text{ ou } x = -6$

Figura 14 – Processo algébrico de Bhaskara para resolução de equações de segundo grau.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.4, p.100).

Para o estudo da unidade “Comprimento e Área” do volume 1, são apresentadas informações históricas acerca das diferentes formas de medição, conforme ilustrado na Figura 15. O que difere essa menção é a forma como o conteúdo é exposto, a fim de levar o estudante a compreender as dificuldades de utilizar diferentes medidas e a necessidade de estabelecer uma medida padrão. Assim, essa menção caracteriza-se como "elucidação do porquê".

CAPÍTULO 1 UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

Já houve um tempo em que as pessoas utilizavam partes do corpo como unidade de medida.

Com o desenvolvimento do comércio, da navegação, das construções, da agricultura, entre outras atividades, as medições ficaram mais complexas, o que tornou um tanto confusa a maneira de medir utilizando partes do próprio corpo.

PENSE E RESPONDA Resoluções na p. 319

Responda à questão no caderno.

1. Marcos, Serginho e Isabela resolveram medir as próprias alturas usando um mesmo pedaço de barbante. Veja o que cada um contou:

Eu sou o Marcos. Contei 13 pedaços.

Eu sou o Serginho e contei 10 pedaços.

Eu sou a Isabela e contei 14 pedaços.

Qual deles é o mais baixo? Justifique.

Marcos, porque contou o menor valor em pedaços de barbante.

Diferentes povos – medidas diferentes

Os egípcios usavam o **cúbito** (distância entre o cotovelo e a ponta do dedo médio) como unidade de comprimento.

A saída que os egípcios encontraram para evitar a confusão provocada pela diferença de tamanho entre uma pessoa e outra foi fixar um cúbito padrão, hoje equivalente a 52,4 centímetros, construído em barras de pedra ou de madeira.

Fragmentos de cúbito padrão do antigo Egito.

Outros povos também usavam o cúbito como unidade padrão de medida. Os sumérios utilizavam um cúbito padrão equivalente a 49,5 centímetros, assim como os assírios, que usavam o cúbito padrão equivalente a 54,9 centímetros. Os romanos usavam o pé (cerca de 30 centímetros) como unidade de medida para pequenas distâncias e a passada dupla, equivalente a cinco pés, para medir grandes distâncias. Mil passadas duplas constituíam uma nova unidade: a milha (*mille passuum*). Essa unidade ainda hoje é usada com algumas modificações e vale, aproximadamente, 1 609 metros. A partir de 1878, a Inglaterra passou a usar a jarda imperial e a libra imperial. A jarda, da palavra inglesa *yard* (vara), equivale a 0,9144 metro, e a milha (*mi*) corresponde a 1 760 jardas (*yd*) ou 1 609,3 metros.

Há ainda:

- o pé (ft) = $\frac{1}{3}$ yd = 30,48 cm
- a polegada (in) = $\frac{1}{36}$ yd = 2,54 cm

Uma nova unidade de medida de comprimento

O fato de existirem diferentes sistemas de medidas não facilitava a comunicação entre as comunidades científicas e comerciais e, já no século XVII, os cientistas apontavam a necessidade de um sistema que substituisse os vários existentes.

Com a Revolução Francesa, no fim do século XVIII, formou-se uma comissão que tinha como objetivo estabelecer uma unidade natural, isto é, que fosse buscada na natureza e pudesse ser facilmente copiada e estabelecida como um padrão de medida.

Havia, ainda, uma outra exigência a ser cumprida: essa unidade deveria ter seus múltiplos estabelecidos segundo o sistema decimal.

A comissão encarregada desses estudos escolheu a Terra como referência para definir as unidades de medida de comprimento. Um projeto com essas características foi apresentado e, assim, adotou-se o metro como unidade de base de comprimento, definido na época como a décima milionésima parte de um quarto do meridiano terrestre.

Adotou-se como padrão para o metro a distância entre duas marcas numa barra de platina, depositada no Museu Internacional de Pesos e Medidas, na França. Uma cópia dessa barra encontra-se no Museu Histórico Nacional, no Rio de Janeiro.

Alguns países, como Estados Unidos, não adotaram o Sistema Métrico Decimal, mantendo as unidades então utilizadas, como pés, polegadas e milhas.

Atualmente, a definição de metro já não é a mesma. Em 1983, o metro foi definido como o comprimento do trajeto percorrido pela luz, no vácuo, durante um intervalo de tempo de $\frac{1}{299\,792\,458}$ de segundos.

Representação de um quarto do meridiano terrestre

Fonte: IBGE. Atlas geográfico escolar. 6. ed. Rio de Janeiro, 2012.

Figura 15 – Diferentes povos e medidas.
 Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.1, p.236, 237).

A Figura 16 exemplifica uma menção histórica categorizada como “elucidação do para que”. Ela foi retirada do início da unidade “Ângulos e triângulos”, do volume 3, e apresenta algumas aplicações dos triângulos. Além disso, são destacadas algumas imagens que estabelecem um comparativo sobre tal utilização na antiguidade e na atualidade.

3 ÂNGULOS E TRIÂNGULOS

O triângulo é conhecido e usado há milênios pelo ser humano por conta de suas diversas aplicações. Por exemplo, a utilização de um triângulo retângulo para verificar se o ângulo de uma parede com o chão é 90°. Se a medida do ângulo for essa, dizemos que a parede está subindo “reta”, ou seja, perpendicular ao chão.

Além disso, triângulos dão sustentação a construções, sejam elas metálicas ou de pedras, como você pode ver nas fotografias ao lado.

Vamos entender o porquê disso? Construa com palitos de sorvete e perceba um triângulo e um quadrado, tomando cuidado para deixar os vértices livres para girarem. Veja:



Agora, segurando em dois vértices do triângulo, puxe-os e empurre-os em sentidos opostos. Faça o mesmo com o quadrado.

- O que você pôde notar? O que aconteceu com o triângulo? E com o quadrado?
- O triângulo não pôde ser deformado, diferentemente do quadrado.

No passado



Triângulo de descarga: construção que permite descarregar as pressões exercidas por grandes pesos que se encontram por cima das portas dos túmulos e das cidadelas.

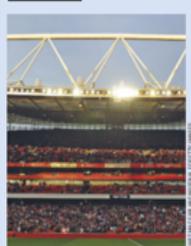


Escrita cuneiforme gravada em pedra, feita pelos sumérios por volta de 3200 a.C. Repare na decomposição de triângulos.

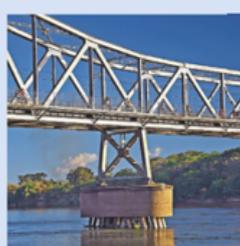


Vela triangular: apareceu pela primeira vez na Idade Média. Não se sabe que nação foi a primeira a utilizá-la.

Atualmente



Os triângulos dão resistência às estruturas.



Os triângulos são muito utilizados, por exemplo, na construção civil.



Repare no guindaste: sua estrutura permite a ele levantar materiais maiores do que sua base de apoio.

Figura 16 – Uso do triângulo em diferentes épocas.

Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.3, p.64,65).

4.2.2 Exemplos de menções históricas em atividades

A Figura 17, retirada da unidade “Números reais, potências e radicais”, do volume 4, representa uma menção histórica que se refere a fórmula para calcular a área do triângulo encontrada nos trabalhos de Heron de Alexandria. Cita-se quem foi esse matemático e, após apresentar a fórmula, tem-se um problema resolvido com a sua aplicação. Também, há a proposta de uma atividade semelhante ao problema resolvido, que consiste na aplicação da fórmula.

Nesse caso, o uso da HM foi superficial, uma vez que se limitou a apresentação de informações sobre Heron e um de seus trabalhos. O objetivo é que os estudantes apliquem seus conhecimentos sobre propriedades dos radicais.

PARA QUEM QUER MAIS

Heron e a área do triângulo

Heron de Alexandria, matemático grego que viveu por volta da segunda metade do século I, desenvolveu tantos e diferentes trabalhos sobre Física e Matemática que é costume apresentá-lo como um enciclopedista dessas áreas.

Dos trabalhos de Heron, o mais importante é **A métrica**, organizado em três livros. É no livro I dessa obra que se encontra a brilhante dedução da famosa fórmula da área de um triângulo em função dos três lados.

Quando conhecemos as medidas a , b e c dos lados de um triângulo qualquer, podemos determinar a área desse triângulo usando a fórmula deduzida por Heron:

Área da figura de triângulo: $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ com $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Vamos resolver o problema a seguir aplicando a fórmula de Heron.

Uma praça pública tem a forma triangular. Na figura, estão indicadas as medidas dos lados dessa praça em metro. Qual é a área ocupada pela praça em metro quadrado? (Considere $\sqrt{2} = 1,4$.)

De acordo com a figura, vamos considerar:

$a = 110$ m, $b = 90$ m e $c = 40$ m

Assim, temos:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{110+90+40}{2} = \frac{240}{2} = 120 \rightarrow p = 120 \text{ m}$$

Usando a fórmula deduzida por Heron, temos:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{120(120-110)(120-90)(120-40)}$$

$$A = \sqrt{120 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 80} = \sqrt{2880000} = \sqrt{288 \cdot 10000} =$$

$$= \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 100^2}$$

$$A = 1200\sqrt{2} = 1200 \cdot 1,4 = 1680$$

A área ocupada pela praça é de 1680 m^2 .

Responda no caderno.

1. Um terreno tem a forma triangular, e suas medidas estão indicadas na figura ao lado. Qual é a área desse terreno? (Use $\sqrt{14} = 3,7$.)
 $128\sqrt{14} \text{ m}^2$ ou $473,6 \text{ m}^2$.

43

Figura 17 – Heron de Alexandria e a área do triângulo.
 Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.4, p.43).

A Figura 18 ilustra três atividades retiradas da unidade temática “O conjunto dos números inteiros”, do volume 2.

7. Pitágoras, grande filósofo e matemático grego, nasceu em -570 (570 a.C.). Foi o fundador da Escola Pitagórica, centro de estudos religiosos, científicos e filosóficos. Várias descobertas matemáticas são atribuídas a Pitágoras, além da famosa demonstração do teorema que leva seu nome. Morreu no ano -496 (496 a.C.).

Informações obtidas em: Matemática Interativa na Internet. Disponível em: <www.matematica.br/historia/pitagoras.html>. Acesso em: 18 set. 2018.

Quantos anos Pitágoras viveu? **74 anos.**

Figura 18 – Operações com números inteiros e Pitágoras.
 Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.2, p.35).

Os elementos históricos empregados nesses exemplos são utilizados apenas para fornecer informações sobre o período de vida de personagens históricos famosos para que os estudantes as utilizem e realizem operações com números inteiros. Neste caso, a HM não está sendo utilizada como forma de promover novas aprendizagens, mas sim apenas como informação adicional.

Na atividade retirada da unidade “Linguagem Algébrica e Equações”, do volume 2 (FIGURA 19), a HM é aliada à resolução de problemas. São apresentados dois problemas hindus que possibilitam explorar como as equações eram expressas, de acordo com a linguagem e a simbologia da época. Essa menção caracteriza-se como estratégia didática.

DESAFIO

8. Essa situação foi adaptada de um problema hindu do século VII.

Uma moça usava um colar de pérolas, que se rompeu. Um sexto das pérolas caiu para a direita, um quinto caiu para a esquerda, um terço a moça conseguiu segurar com a mão direita, um décimo com a mão esquerda, e 6 pérolas continuaram presas no colar. Quantas pérolas tinha esse colar?

30 pérolas.

9. Esse foi um problema elaborado por Bhaskara, um matemático hindu do século XII.

“A quinta parte de um enxame de abelhas pousou numa flor da *Kadamba*, a terça parte numa flor de *Silinda*. O triplo da diferença desses dois números, ó bela com olhos de gazela, voa sobre a flor da *Krutaja*. A abelha que sobra, atraída pelo perfume dum jasmim e dum *pandanus*, paira desorientada no ar; diz-me, amada, o número de abelhas.” São 15 abelhas.

159

Figura 19 – Problemas hindus e equações.
Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.2, p.159).

Na Figura 20 está representada uma atividade relacionada às informações apresentadas no box “Para quem quer mais”. Elas foram retiradas da unidade “Múltiplos e Divisores”, do volume 1, e tem como objetivo discutir sobre os números primos. É descrito o procedimento utilizado por Eratóstenes e solicitado que os estudantes o utilizassem para encontrar números primos até 100. Essa atividade, aliada à Investigação Matemática, poderia ser explorada para que os estudantes compreendessem o processo de construção da tábua.

PARA QUEM QUER MAIS Resoluções na p. 302

O crivo de Eratóstenes

O grego Eratóstenes (276-194 a.C.) montou a primeira tábua de números primos.

Por exemplo, para achar os primos até 1000, basta começar eliminando o 1. A seguir, elimine os múltiplos de 2, exceto o 2, depois os de 3, exceto o 3, e assim por diante até 31.

Quando tiver riscado os múltiplos de 31, pode parar: você já achou todos os números primos menores que 1000.

Veja, ao lado, a tábua de números primos até 50. Nela foram escritos os números de 1 a 50 e seguidos os procedimentos descritos acima.

1. Agora é com você. Monte, no caderno, uma tábua de números primos até 100 seguindo o procedimento descrito anteriormente. *Resposta no fim do livro.*

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50

SAIBA QUE
O número 1 não é primo, pois tem apenas um divisor natural, que é ele mesmo.

Figura 20 – Crivo de Eratóstenes e números primos.
Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.1, p.120).

A atividade ilustrada na Figura 21 foi retirada da unidade “Relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência” do volume 4 e a menção, caracterizada como estratégia didática, apresenta um problema histórico.

PARA QUEM QUER MAIS

A Matemática chinesa e Bhaskara

Datar o começo da história documentada da Matemática chinesa não é fácil. Estimativas quanto à data de *Chou Pei Suan Ching*, considerado o mais antigo dos clássicos matemáticos, diferem por quase mil anos. Alguns consideram esse registro como uma boa exposição da Matemática chinesa de cerca de 1200 a.C., mas outros colocam a obra no primeiro século de nossa era.

Quase tão antigo quanto essa obra, e talvez o mais influente livro chinês de Matemática, foi o *Chui-Chang Suan-Shu* ou *Nove capítulos sobre a arte matemática*. Esse livro contém 246 problemas, e a maior parte deles envolve situações práticas.

O famoso problema do “bambu quebrado” apresenta o seguinte texto:

“Um bambu com 1 *zhang* de altura partiu-se, e a parte de cima tocou o chão a 3 *chih* da base do bambu. Qual é a altura da quebra? (Nota: 1 *zhang* = 10 *chih*)”.

No século XII, o matemático hindu Bhaskara publicou o mesmo problema assim:

“Se um bambu de 32 cúbitos de altura é quebrado pelo vento de modo que a ponta encontra o chão a 16 cúbitos da base, a que altura a partir do chão ele foi quebrado?”.

- Que tal você resolver esse problema no caderno? **12 cúbitos**

Informações obtidas em: BOYER, C. B. *História da Matemática*. 2. ed. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blücher, 1996. p. 143-144; 162.

Figura 21 – Problemas históricos como estratégia didática.
Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.4, p.203).

As atividades representadas na Figura 22 foram retiradas da unidade “Sistemas de Numeração”, do volume 1, e as menções presentes são caracterizadas como "atividade sobre a HM".

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 289

Responda às questões no caderno.

1.

Talvez o mais antigo tipo de sistema de numeração a se desenvolver tenha sido aquele chamado sistema de agrupamentos simples. [...] Os hieróglifos egípcios, cujo emprego remonta a cerca do ano 3400 a.C. e usados principalmente para fazer inscrições em pedras, fornecem um exemplo de sistema de agrupamentos simples.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. 2. ed. Campinas: Ed. Unicamp, 1997. p. 30.

Os números abaixo estão escritos em símbolos egípcios.

-
-

Em símbolos atuais, esses números podem ser escritos assim:

- = 2 236
- = 1 122

Os números seguintes estão escritos em símbolos egípcios. Escreva esses números usando símbolos atuais.

a) 351

b) 1135

c) 1201

2. Relacione a quantidade representada pelos símbolos egípcios com a quantidade correspondente representada pelos símbolos babilônicos. a 2; b 1; c 3.

a) 1)

b) 2)

c) 3)

Figura 22 – Atividades sobre sistemas de numeração.
Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI (2018, v.1, p.18).

Na atividade 1, tem-se um trecho do livro de Howard Eves que cita sobre o sistema de agrupamentos simples encontrado, por exemplo, nos hieróglifos egípcios. Em seguida, pede-se que os números em símbolos egípcios sejam escritos com a simbologia do sistema hindu-arábico. O trecho apresentado é utilizado como forma de contextualizar tal atividade com dados históricos, mas não para resolvê-la e enquadra-se como informação.

Entretanto, o intuito das atividades apresentadas na Figura 22 é que os estudantes sejam capazes de reconhecer os símbolos de cada sistema e representá-los em outros. Ou seja, é uma atividade sobre o conteúdo histórico apresentado, que permite retomar, por exemplo, a diversidade das representações de acordo com a cultura de cada povo e a época que viveram. Portanto, é uma atividade sobre a HM.

4.2.3 Considerações sobre a análise

Conclui-se que a HM é presente na coleção analisada. Contudo, a inserção de elementos históricos é baixa, sobretudo nos volumes 3 e 4 cujo percentual é menor que 5%. Em relação a forma que é inserida, quanto à disposição, a maior parte das menções encontram-se no início das unidades e capítulos e não são retomadas posteriormente. Quanto à função didática, as menções que apresentam informações gerais sobre a HM sobressaem, indo de acordo com o que foi observado por Pereira (2016) e Bianchi (2006).

A unidade temática números, do volume 1, é uma das que mais apresentam menções históricas. Pode-se relacionar tal fato com o seguinte trecho da BNCC, que se refere a

uma das habilidades específicas para o 6^o ano

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal (BRASIL, 2018, p. 301).

É possível afirmar que a HM ainda é entendida, na concepção dos autores de LD, como um meio para apresentar informações fragmentadas acerca da Matemática e não como parte integrante do desenvolvimento do conteúdo, sendo esta uma forma de explorar suas potencialidades como metodologia de ensino. Esse é um indicativo de como a HM é incorporada no ensino básico brasileiro.

4.3 Cenários da HM no ensino

Conforme destacado, as discussões sobre o uso da HM como metodologia de ensino tem aumentado na comunidade acadêmica nas últimas décadas. O foco das discussões está ora nos currículos e LD do Ensino Básico, ora na formação de professores que ensinam matemática. Algumas dessas discussões apresentam informações sobre como a HM está presente nos currículos escolares de diferentes países e, assim, é possível ilustrar um panorama sobre o cenário internacional da HM.

Boyé et al. (2011) apresenta resultados de um painel de discussões com representantes de diferentes países. Em 2011, o *European Summer University on the History and Epistemology in Mathematics Education* (ESU-6) reuniu pesquisadores e professores para discutir sobre a HM e EM em diversas atividades como palestras, painéis de discussões e oficinas organizadas por temas.

De particular interesse para o tema em pauta, o painel de discussão *“The history of mathematics in school textbooks”* apresenta a análise da presença da HM no ensino de seis países europeus: França, Grécia, Inglaterra, Itália, Dinamarca e Polônia. O cenário apresentado teve como base relatos dos representantes baseados na análise de LD e nos documentos oficiais que norteiam a elaboração dos currículos de cada país.

Nos cenários destacados por Boyé et al. (2011), as discussões sobre a HM são, em sua maioria, movidas por reformas curriculares. As diferentes formas de introduzir a HM no ensino variam conforme as orientações das autoridades locais, responsáveis por elaborar os documentos que norteiam os currículos escolares. De forma geral, as reformas sugerem a incorporação da HM, em maior ou menor grau de importância, mas não se tem recomendações suficientes para isso.

Outro ponto observado é a escassez de materiais adequados para nortear o trabalho docente. Em sua maioria, os professores não estão preparados para implantar as orientações curriculares, tendo em vista as deficiências de sua formação no que tange a HM e a superficialidade em que ela é tratada nas orientações curriculares e nos LD. Como exemplo, Boyé et al. (2011) menciona que ao olhar

[...] para as propostas curriculares contemporâneas para a matemática escolar na Polônia, pode-se notar que a maioria delas inclui uma atenção bastante superficial à história. Da mesma forma, os livros didáticos propostos para apoiar esses currículos tendem a incluir no máximo algumas notas biográficas e algumas informações históricas básicas. (BOYÉ et al., 2011, p. 157, tradução da autora).

Por outro lado, Smasted (2000) apresenta um cenário semelhante ao de Boyé et al. (2011) ao analisar os LD noruegueses, com a finalidade de compreender a presença da HM nos currículos escolares. O autor aponta que em 1997 as autoridades norueguesas decidiram que a HM é uma importante área da EM e, entre os objetivos gerais da EM norueguesa, tem-se que o aluno seja capaz de compreender a HM e o papel da Matemática na cultura e na ciência.

Segundo Smested (2000), não havia inclusões significativas da HM nos LD antes dessa decisão e o conhecimento dos professores sobre ela era pouco. Tal fato contribui para que houvesse dificuldade no processo de elaboração de novos LD, com incorporação de elementos históricos, uma vez que não havia ferramentas suficientes para isso. Ainda, das 15.623 páginas analisadas de todos os livros didáticos de Matemática, ao final da trajetória escolar o estudante conhecerá cerca de 36 páginas sobre HM. Assim, Smestad (2000, p. 5, tradução nossa) aponta que “a principal impressão depois de estudar esses livros não é que tudo seja terrível, mas que há muitas oportunidades perdidas ali”.

Tendo em vista os estudos de Boyé et al. (2011) e Smested (2000), as discussões sobre a inserção da HM no ensino estão baseadas na forma como os LD apresentam as menções históricas e na presença de orientações curriculares. Assim, podem ser definidos os seguintes parâmetros para analisar o contexto em que a HM se insere: (i) existência de recomendações nos documentos oficiais; (ii) presença nos LD; (iii) obrigatoriedade de inclusão nos currículos.

Essas discussões podem ser estendidas para o cenário nacional, no qual pode-se identificar alguns critérios que influenciam a presença ou ausência da HM no ensino. Em relação ao segundo e terceiro parâmetros, os documentos a serem analisados são o PCN, a BNCC e as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática. Nos PCN, há menções de alguns recursos para “fazer matemática” na sala de aula, sendo um deles a HM, no qual

[...] conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural [...] Entretanto, essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados (BRASIL, 1998, p. 43).

Com a divulgação dos PCN e o avanço nas discussões sobre HM, as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, aprovadas em 06 de novembro de 2001, tornavam obrigatório que a parte comum a todos os cursos de licenciatura deveria “incluir conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática” (BRASIL, 2001, p. 8). Porém, não há obrigatoriedade que na formação inicial de professores de Matemática tenha a inclusão de uma disciplina específica para abordar tópicos sobre a HM. Assim, tais discussões devem ser feitas no decorrer das disciplinas do curso e, assim como no Ensino Básico, acabam sendo reduzidas a apresentação de biografias de matemáticos importantes e datas. Esse fato também contribui para a maneira como essa metodologia é inserida nas aulas de Matemática, dado que os professores necessitam obter conhecimentos sobre a HM para saber como adaptar o que os materiais apresentam sobre essa temática.

Há orientações curriculares na BNCC no que tange ao uso da HM como metodologia de ensino, no qual cita-se que “é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática” (BRASIL, 2018, p. 298) e que “[...] para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática” (BRASIL, 2018, p. 299). Essas são as únicas menções explícitas a HM em todo documento, mas pode-se relacionar a HM com alguns trechos, como na apresentação da primeira competência específica de Matemática para o Ensino Fundamental, no qual deve-se

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 267).

Assim, tais orientações influenciam para que os autores de LD incorporem a HM em suas produções, uma vez que elas devem estar de acordo com a BNCC. Apesar disso,

no processo de avaliação dos LD feito pelo PNL 2021, das coleções aprovadas, poucas incorporaram a HM como metodologia e “[...] via de regra, é possível observar a baixa problematização dos temas que envolvem os contextos social, político e cultural da época em que os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos” (BRASIL, 2021, p. 25).

Com base nos dados apresentados, apresenta-se no Quadro 4 a síntese das informações obtidas. Classifica-se em cada um dos países se há, no que tange a HM, a presença de orientações nos documentos curriculares, a inclusão nos LD e a obrigatoriedade de incorporá-la nos currículos escolares. Além disso, são apresentadas algumas informações adicionais de cada país, de acordo com Boyé et al. (2011) e Smested (2000).

Quadro 4: Presença da HM no ensino de alguns países.

País	Orientações Curriculares	Livros Didáticos	Obrigatoriedade	Informações Adicionais
França	Sim	Sim	Não	Os professores alegam não haver espaço para HM; Estudo obrigatório na formação docente, o que aumenta o interesse. LD apresenta curiosidades e biografias.
Grécia	Sim	Sim	Sim	Há sugestões de atividades e menções históricas nos LD; Há erros graves sobre as informações históricas disponibilizadas nos LD.
Dinamarca	Sim	Sim	...	Para implementar as reformas curriculares, diferentes professores se reuniram para escrever livros didáticos; A HM é apresentada em um capítulo separado e deslocado; LD traz discussões sobre a resolução de problemas históricos, além de biografias e outras notas históricas.
Itália	Sim	Sim	Sim	A HM é vista como “algo mais”, apenas curiosidade, tanto para professores quanto para editores de LD.
Inglaterra	Sim	Não existem orientações quanto a operacionalização.
Polônia	Sim	Sim	Não	LD inclui notas biográficas e informações históricas superficiais.
Noruega	Sim	Sim	Não	Estudo obrigatório na formação docente, o que aumenta o interesse. LD apresenta curiosidades e biografias.
Brasil	Sim	Sim	Não	As menções históricas nos LD são, em sua maioria, curiosidades e biografias.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nota-se que em todos os países analisados há a presença de menções sobre a HM nas orientações curriculares e nos LD, exceto na Inglaterra, no qual não se tem informações. Entretanto, somente a Grécia e a Itália apresentam em seus documentos oficiais a obrigatoriedade da inclusão da HM nos currículos escolares. Apesar de tais considerações, a forma como a HM é inserida no ensino não apresenta diferenças significativas nos países.

Ela ainda é considerada como complementação dos conteúdos sendo, de forma geral, apresentada como biografias e curiosidades. Assim, não é incorporada como parte integrante no desenvolvimento dos conceitos e suas potencialidades pedagógicas não são exploradas de fato.

No contexto da educação brasileira em que a HM está inserida, destaca-se que existem recomendações nos documentos oficiais que norteiam a elaboração dos currículos escolares quanto a inclusão da HM, assim como há obrigatoriedade de incluí-la nos cursos de formação inicial de professores, entretanto, não há orientações de que isso deva ocorrer em uma disciplina específica. Assim, essa inserção, quando ocorre, é de forma fragmentada e associada à perspectiva superficial da HM encontrada nos LD. Esse fato também contribui para a maneira como essa metodologia é inserida nas aulas de Matemática, dado que os professores necessitam obter conhecimentos sobre a HM para saber como adaptar o que os materiais apresentam sobre essa temática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de identificar um cenário que a História da Matemática se insere, tendo em vista o contexto educacional de diferentes países e sua presença ou ausência nos LD, uma vez que o seu uso pode contribuir para que a aprendizagem seja mais significativa ao evidenciar que a Matemática não é dissociada das práticas sociais e pode auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos em sua natureza epistemológica e na dimensão social e cultural.

Com um cenário internacional estabelecido, por meio da análise do contexto educacional de alguns países, é possível constatar que a HM é presente no ensino, verificada pela inserção nos LD e, mais ainda, respaldada pelas recomendações curriculares para inseri-la. Entretanto, predomina a concepção de que o uso de elementos históricos no ensino baseia-se em discutir sobre fatos e personagens históricos importantes.

O destaque dado à HM nas recomendações curriculares é superficial. Em particular, ao analisar os documentos que norteiam a elaboração dos currículos brasileiros, constata-se que nos PCN as recomendações para o uso da HM deixam explícito que ela não deve ser reduzida a datas e fatos históricos isolados, sem conexão com o conteúdo matemático abordado. Já na BNCC, documento em vigência, não se encontram tais recomendações e, mais ainda, a HM é mencionada explicitamente duas vezes. Isso influencia no processo de elaboração dos LD, pois os autores devem estar em concordância com o atual documento, que é a BNCC. Dessa forma, pode-se associar tal fato com a forma que a HM é incorporada nos LD, em que não foram constatadas mudanças significativas ao longo dos anos, o que pode ser observado nos resultados da análise da coleção “A Conquista da Matemática”.

Assim, embora haja considerações positivas quanto ao uso da HM como metodologia, percebe-se que ela não é entendida como um potencial recurso para o processo de ensino e aprendizagem, principalmente ao considerar o destaque dado nas discussões em torno de sua presença nas aulas de Matemática que, via de regra, é superficial. Ou seja, há desarticulação entre o que é proposto e o que é feito. Conforme o que foi discutido acerca das potencialidades desta metodologia, sua ausência ou o uso superficial não favorece que os estudantes desenvolvam habilidades importantes para sua formação e contribui para a visão limitada da Matemática.

Desse modo, o desenvolvimento desse trabalho pode auxiliar futuras pesquisas sobre a HM no ensino. Destaco como sugestão para tais pesquisas a proposta e aplicação de atividades que utilizem a HM como metodologia, a fim de confrontar o que os estudos teóricos discutem acerca de suas potencialidades.

Referências

BARBOSA, L. N. S. C.; SILVA, M. R. A participação da história no ensino de matemática: pontos de vista historiográfico e pedagógico. **Zetetiké**, Campinas, v. 21, n. 1, p. 103–120, 2014.

BIANCHI, M. I. Z. **Uma reflexão sobre a presença da História da Matemática nos livros didáticos**. 2006. 103 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Exatas, Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro, 2006.

BOYÉ, A.; DEMATTÈ, A; LAMOKA, E.; TZANAKIS, C. The History of Mathematics in School Textbooks. **In: History and Epistemology in Mathematics Education - Proceedings of the Sixth European Summer University - ESU 6**. Evelyne Barbin, Manfred Kronfellner, Constantinos Tzanakis (Eds.). Viena, Austria, 2011, p. 153-163.

BRASIL. **Guia Digital PNLD 2021: Matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica**. Brasília, 2019. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resultados_indice_desenvolvimento_educacao_basica_2019_resumo_tecnico.pdf>. Acesso em: 7 jan. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 04 mar 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no PISA 2018**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. Disponível em: <<https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm>>. Acesso em: 08 set. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parecer CNE/CES nº 1.302, de 06 de novembro de 2001**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Brasília: 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>>. Acesso em: 21 set. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2020: Matemática–Guia de livros didáticos**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2020.168 p.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Diretoria de Políticas e Regulação da Educação Básica. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC:**

Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos. 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf>. Acesso em: 22 jul. 2022.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>>. Acesso em: 04 mar 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. **Metodologia Científica**. 6.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

COSTA, D.; REGINATO, A. E.; ROSA, M. P. A. Protagonismo, descontextualização e ensino: Dificuldades emergentes em professores de Ciências e Matemática. **Revista Espaço Crítico**, v. 2, n. 1, p. 37-49, 2021.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J.A.; PERNAMBUCO, M.M. **Ensino de Ciências: fundamentos e métodos**. São Paulo: Cortez, 2009.

DIAZ, O. R. T. A atualidade do livro didático como recurso curricular. **Linhas Críticas**, v. 17, n. 34, p. 609–624, 2012.

ESCOBAR, N. V. Elementos Históricos Para la Enseñanza de la Función Logarítmica en la Educación Básica. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 14, n. 29, p. 83-115, 2020.

FEITOSA, R. A.; SILVA, I. C. Uma revisão sistemática de literatura acerca dos trabalhos sobre a interface entre ensino e história da matemática. **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 17, n. 38, p. 293-308, 2021.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 3, n. 1, 1995. DOI: 10.20396/zet.v3i4.8646877. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>>. Acesso em: 7 jan. 2023.

GASPAR, M. T. J. Um estudo sobre áreas em um curso de formação de professores tomando como ponto de partida a História da Matemática indiana no período dos sulbasutras. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 4, n. 8, p. 189-214, 2020.

GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo: editora FTD, 2018. Volume 1.

GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo: editora FTD, 2018. Volume 2.

GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo: editora FTD, 2018. Volume 3.

GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo: editora FTD, 2018. Volume 4.

INSTITUTO PAULO MONTENEGRO. **INAF Brasil 2018**: Resultados Preliminares. São Paulo, 2018. Disponível em: <https://acaoeducativa.org.br/wp-content/uploads/2018/08/Inaf2018_Relat%C3%B3rio-Resultados-Preliminares_v08Ago2018.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2023.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. História na Educação Matemática: propostas e desafios. Belo Horizonte: **Autêntica**, 2005.

MOREY, B. Fontes históricas nas salas de aula de matemática: o que dizem os estudos internacionais. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 13, n. 26, p. 73-83, 2020.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOU, S. A.; GUERRA, R. B. O contexto da história da matemática como organizador prévio. **Revista Boletim de educação matemática - BOLEMA**. Rio Claro: Unesp, v.23, n. 35B, p. 537-561, 2010.

OKOLI, C. Guia para realizar uma revisão sistemática da literatura. Tradução de David Wesley Amado Duarte; Revisão técnica e introdução de João Mattar. **EaD em Foco**, 2019. DOI: <<https://doi.org/10.18264/eadf.v9i1.748>>

PEREIRA, E. M. **A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio**: conteúdos e abordagens. 2016. 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2016.

PINTO, A. H. A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. **Bolema: Boletim de Educação Matemática [online]**. 2017, v. 31, n. 59, p. 1045-1060. <<https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a10>>.

POMMER, W. M.; ALMEIDA JÚNIOR, P. P. A presença da História da Matemática no desenvolvimento da Trigonometria do Triângulo Retângulo nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 6, n. 1, p. 1-17, 2020.

RAMOS, A.; FARIA, P. M.; FARIA, A. Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, v. 14, n. 41, p. 17-36, jul. 2014. Disponível em: <<https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/2269>>. Acesso em: 19 nov. 2021.

SILVA, E. H. S.; SILVA, N. S.; GOMES, A. E. F. Representações sociais da Matemática entre estudantes do Ensino Fundamental frente à análise da ansiedade à Matemática e à

Matofobia. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 7, n. 11, p. 1193–1199, 2021. DOI: 10.51891/rease.v7i11.3162. Disponível em: <<https://periodicorease.pro.br/rease/article/view/3162>>. Acesso em: 7 jan. 2023.

SMESTAD, B. **History of mathematics in Norwegian textbooks**. In: Ninth International Congress on Mathematics Education, Tokyo, Japan. 2000.

VIANA, M. C. V.; SILVA, C. M. Concepções de professores de Matemática sobre a utilização da História da Matemática no processo ensino-aprendizagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte, MG. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte, 2007, p. 1-9.