

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

DANIELA MARQUES ALVES

**O USO DE PANFLETOS DE SUPERMERCADO COMO MATERIAL DIDÁTICO
PARA O ENSINO DE INTRODUÇÃO À FUNÇÃO COM ABORDAGEM
INVESTIGATIVA**

ALFENAS/MG

2023

DANIELA MARQUES ALVES

**O USO DE PANFLETOS DE SUPERMERCADO COMO MATERIAL DIDÁTICO
PARA O ENSINO DE INTRODUÇÃO À FUNÇÃO COM ABORDAGEM
INVESTIGATIVA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Licenciada em Matemática pela
Universidade Federal de Alfenas.

Orientadora: Profa. Dra. Rejane Siqueira Julio

ALFENAS/MG

2023

Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal de Alfenas
Biblioteca Central

Alves, Daniela Marques .

O USO DE PANFLETOS DE SUPERMERCADO COMO MATERIAL DIDÁTICO
PARA O ENSINO DE INTRODUÇÃO À FUNÇÃO COM ABORDAGEM
INVESTIGATIVA / Daniela Marques Alves. - Alfenas, MG, 2023.

62 f. : il. -

Orientador(a): Rejane Siqueira Julio.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) -
Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, MG, 2023.

Bibliografia.

1. Materiais Didáticos . 2. Modelo dos Campos Semânticos. 3. Ensino
Médio. 4. Educação Matemática. I. Julio, Rejane Siqueira, orient. II. Título.

Ficha gerada automaticamente com dados fornecidos pelo autor.

DANIELA MARQUES ALVES

**O USO DE PANFLETOS DE SUPERMERCADO COMO MATERIAL DIDÁTICO
PARA O ENSINO DE INTRODUÇÃO À FUNÇÃO COM ABORDAGEM
INVESTIGATIVA**

O(A) Presidente da banca examinadora abaixo assina a aprovação do Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Alfenas.

Aprovada em: 30/11/2023

Prof.^a Dr.^a Rejane Siqueira Julio (orientadora)

Universidade Federal de Alfenas

Assinatura

Documento assinado digitalmente
 **REJANE SIQUEIRA JULIO**
Data: 18/12/2023 12:56:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Anderson José de Oliveira

Universidade Federal de Alfenas

Assinatura

Documento assinado digitalmente
 **ANDERSON JOSE DE OLIVEIRA**
Data: 15/12/2023 00:16:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz

Universidade Federal de Alfenas

Assinatura

Documento assinado digitalmente
 **CATIA REGINA DE OLIVEIRA QUILLES QUEIROZ**
Data: 14/12/2023 22:31:43-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar forças para continuar mesmo em meio às dificuldades.

Agradeço imensamente aos meus pais David Alves e Vandeline Maria Marques Alves, a minha irmã Karine Marques Alves, por sempre estarem ao meu lado, me dando forças para continuar.

Agradeço a toda a minha família, em especial a minhas primas, pelo apoio, mas também pelos momentos descontraídos e pelos passeios que proporcionam um alívio durante a rotina universitária.

Agradeço à minha orientadora Profa. Dra. Rejane Siqueira Julio, pelo apoio e suporte na construção deste trabalho.

Agradeço a todos/as os/as professores/as, pelos ensinamentos que foram essenciais na minha formação.

Por fim, expresso meu agradecimento a todos que de alguma forma contribuíram para a minha formação.

RESUMO

Existem diversas discussões acerca da utilização de diferentes métodos para o ensino de matemática, dentre elas sobre a utilização de materiais didáticos, que se constituem como um importante recurso para os/as professores/as usarem em suas aulas de matemática. Este trabalho tem como objetivo analisar o uso de panfletos de supermercados em aulas de matemática no Ensino Médio para a abordagem investigativa da noção de função. A metodologia consistiu no desenvolvimento e análise de quatro aulas, que foi a pesquisa de campo, com base no referencial teórico sobre materiais didáticos, sobre produção de significados e compartilhamento de direção de interlocução e sobre investigação matemática, em particular, cenários para investigação, e diálogo. Este trabalho revelou, além das potencialidades da utilização de materiais relacionados ao cotidiano, como panfletos de supermercado, com abordagem investigativa, uma maior participação dos/as alunos/as e a produção de diferentes modos de significados, assim como a importância de se trabalhar a metodologia da investigação matemática na formação inicial de professores/as.

Palavras-chave: Materiais Didáticos; Modelo dos Campos Semânticos; Ensino Médio; Educação Matemática.

ABSTRACT

There are several discussions about the use of different methods for teaching mathematics, including the use of teaching materials, which constitute an important resource for teachers to use in their mathematics classes. This work aims to analyze the use of supermarket flyers in mathematics classes in high school for an investigative approach to the notion of function. The methodology consisted of the development and analysis of four classes, which was field research, based on the theoretical framework on teaching materials, on the production of meanings and sharing of dialogue direction and on mathematical investigation, in particular, scenarios for investigation, and dialogue. This work revealed, in addition to the potential of using materials related to everyday life, such as supermarket pamphlets, with an investigative approach, greater student participation and the production of different modes of meaning, as well as the importance of working on methodology of mathematical research in initial teacher training.

Keywords: Teaching materials; Semantic Fields Model; High school; Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estrela.	19
Figura 2 - Uma das formas possíveis de dobradura do material.	20
Figura 3 - Panfleto do Supermercado A.	36
Figura 4 - Panfleto do Supermercado B.	37
Figura 5 - Para um dia.	39
Figura 6 - Para o café da manhã ou da tarde.	39
Figura 7 - Para o mês.	40
Figura 8 - Itens para a casa e para consumo.	41
Figura 9 - Aluno 1 da dupla 1.	43
Figura 10 - Aluno 2 da dupla 1.	43
Figura 11 - Aluno 3 da dupla 2.	44
Figura 12 - Aluno 4 da dupla 2.	45
Figura 13 - Situação do arroz.	46
Figura 14 - Situação do refrigerante.	47
Figura 15 - Situação da bolacha recheada.	48
Figura 16 - Situação da caixa de bombom.	48
Figura 17 - Explicação da escolha pela aluna.	49
Figura 18 - Resposta do aluno 5 do item 4.	51
Figura 19 - Resposta do aluno 6 do item 4.	51
Figura 20 - Resposta do aluno 7 do item 4.	52
Figura 21 - Resposta do aluno 8 do item 4.	52
Figura 22 - Primeira parte do Material da terceira aula.	55
Figura 23 - Segunda parte do Material da terceira aula.	56

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Ambientes de aprendizagem.	25
Quadro 2 - Plano de Aula.	32
Quadro 3- Atividade envolvendo panfleto de supermercado.	34

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
IES	Instituições de Ensino Superior
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UNIFAL-MG	Universidade Federal de Alfenas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	18
3	SOBRE A AULA.....	31
3.1	PLANO DE AULA.....	31
3.2.	DO PLANO PARA A AULA: DESCRIÇÃO E ANÁLISE.....	35
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	58
	REFERÊNCIAS.....	60

1 INTRODUÇÃO

Devido aos diversos desafios encontrados no ensino e na aprendizagem da Matemática escolar na Educação Básica, como a falta de atenção dos/as alunos/as durante as aulas de Matemática e as metodologias de ensino utilizadas pelos/as professores/as, pesquisadores/as vêm buscando formas para lidar com eles. Dentre elas, enfatiza-se o uso de materiais (ou recursos) didáticos que, quando utilizados de forma bem planejada, podem propiciar aos/às alunos/as o maior interesse pela disciplina, como também tornar possível a aprendizagem da Matemática escolar.

Nacarato (2005) menciona que o uso de materiais didáticos manipuláveis foi destacado no ensino por Pestalozzi¹, no século XIX. No Brasil, o autor diz que a defesa pela utilização de recursos didáticos nas aulas de Matemática começou na década de 1920, contudo, a sua influência no ensino de Matemática se manteve fraca, pela falta de preparo de professores/as e pelas poucas inovações introduzidas pelos livros didáticos.

Ao longo dos anos, a utilização dos materiais (ou recursos) didáticos vem sendo discutida por diferentes pesquisadores e pesquisadoras em Educação Matemática, como Brito e Andrade (2015), Lorenzato (2006), Bezerra (1956), Silva (2012), Nacarato (2005), Camacho (2012) e Facchi (2022), devido às potencialidades deles no ensino. Por exemplo, Brito e Andrade (2015), trazem a discussão de uma proposta de atividade desenvolvida em uma escola particular no estado da Paraíba, com o uso de material didático manipulativo, que possibilitou aos autores chegarem a algumas conclusões, dentre elas se destaca o fato de que a forma de ensino que leva em conta o caráter experimental da Matemática torna-se mais interessante e mais atrativa para o/a aluno/a. Outras considerações que ficaram evidentes foram: a vontade de manipular os objetos e procurar soluções para as situações propostas; a colaboração entre os/as alunos/as; a socialização entre os/as alunos/as; a motivação; a persistência; e a alegria em conseguir resolver os problemas.

A defesa pelo uso dos materiais didáticos pode ser vista, também, em documentos curriculares oficiais, como é o caso dos Parâmetros Curriculares

¹ Johan Heinrich Pestalozzi foi um pedagogo suíço e educador. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospede/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_edespecial_uenp_cassiareginasouza.pdf. Acesso em 03/02/2023.

Nacionais de Matemática (PCNs) (BRASIL, 1998) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 2000), antigos documentos curriculares oficiais do Ensino Fundamental e Médio, e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), atual documento curricular oficial brasileiro.

Nos PCN (BRASIL, 1998, p. 57), é mencionado que:

[...] recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão (PCN, BRASIL, 1998, p. 57).

Já nos PCNEM (Brasil, 2000 p. 53, grifos nossos), diz que:

Aulas e livros, contudo, em nenhuma hipótese resumem a enorme diversidade de **recursos didáticos**, meios e estratégias que podem ser utilizados no ensino das Ciências e da Matemática. O uso dessa diversidade é de fundamental importância para o aprendizado porque tabelas, gráficos, desenhos, fotos, vídeos, câmeras, computadores e outros equipamentos não são só meios. Dominar seu manuseio é também um dos objetivos do próprio ensino das Ciências, Matemática e suas Tecnologias (Brasil, 2000 p. 53, grifos nossos).

Na BNCC (BRASIL, 2018, p. 276, grifos nossos), no Ensino Fundamental anos iniciais e finais, por exemplo, é dito que:

[...] **recursos didáticos** como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (BRASIL, 2018, p. 276, grifos nossos).

O Ensino Médio é visto como continuidade das aprendizagens dos anos finais do Ensino Fundamental e,

[...] o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 528).

Nesta etapa de escolaridade, em especial na competência específica 5 da área de Matemática, refere-se à:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, **empregando estratégias e recursos**, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 531, grifos nossos).

O documento enfatiza que essa competência está direcionada para a Investigação Matemática, em que adere a um conjunto de habilidades voltadas para a capacidade de investigação, e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas – induções decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais, por exemplo. Ao formularem conjecturas com base em suas próprias investigações, os/as alunos/as devem buscar contraexemplos para refutá-las ou validá-las não apenas com argumentos empíricos, mas deve trazer também argumentos mais “formais”. (BRASIL, 2018, p. 540).

É importante ressaltar que tanto nos PCN (BRASIL, 1998) e nos PCNEM (Ensino Médio) (2000), quanto na BNCC (BRASIL, 2018), não é mencionado o que se entende por recurso (ou material) didático, sendo apontados alguns exemplos e a recomendação de um uso não aleatório deles.

Em minha² graduação, o interesse por temas relacionados à Educação Matemática veio desde as disciplinas de Educação, do início do curso. Em especial, foi na disciplina de Prática de Ensino e Estágio I, que tive em contato com vários temas relacionados a essa temática e, também, foram realizadas resenhas e apresentações; dentre elas, uma que mais me chamou atenção foi a do tema de “Planejamento de atividades e elaboração de materiais didáticos”, onde percebi a existência de textos relacionados a laboratório de Matemática e a material didático voltados para disciplina de Matemática.

Em minha primeira regência, na disciplina de Prática de Ensino e Estágio I, utilizei um material manipulável, o jogo da memória com equações de 1º grau. Por ser o primeiro estágio e primeira regência, percebi uma maior facilidade de interação com a turma e maior interesse do/as alunos/as pela aula; foi um jogo que deu para todos/as alunos/as participarem sem precisar de adaptações, pois ao final fiquei muito feliz ao notar que a professora de apoio mencionou que ela e o aluno que estava auxiliando naquela aula, consideraram o jogo uma abordagem interessante para aprender a resolver equações de forma mais cativante.

Durante as disciplinas de Prática de Ensino e Estágio I e Prática de Ensino e Estágio e Ensino II, cujo estágio aconteceu nos anos finais do Ensino Fundamental,

² Neste texto vou usar os verbos em primeira pessoa do singular quando estiver me referindo a ações feitas somente por mim, como a escrita sobre o interesse pela temática desta pesquisa e quando for descrever as aulas ministradas por mim. No restante do texto usarei a primeira pessoa do plural pela construção ter se dado em diálogo com a professora orientadora da pesquisa.

acompanhei o mesmo professor por dois semestres e foi possível perceber, por meio de observações, que as aulas foram mais tradicionais e foi muito escassa a utilização de outros recursos didáticos na disciplina de Matemática, como pesquisas e documentos curriculares oficiais têm recomendado. Essa mesma experiência se estendeu na etapa do Ensino Médio, cujo estágio aconteceu no contexto das disciplinas Prática de Ensino e Estágio III e Prática de Ensino e Estágio IV. A professora utilizava o livro didático para orientar sua aula e usou, por exemplo, malha quadriculada para os/as alunos/as exercitarem a construção de gráficos. No entanto, é importante enfatizar que os professores e as professoras estavam abertos (as) à ideia de que estagiários e estagiárias pudessem trazer diferentes abordagens e metodologias durante o período de regências.

Tendo em vista as potencialidades do uso de materiais didáticos no ensino e na aprendizagem de Matemática, surgiu a seguinte questão: como poderiam ser utilizados materiais didáticos relacionados ao cotidiano de alunos e alunas em aulas de Matemática do Ensino Médio? A partir deste problema, que este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foi desenvolvido, se caracterizando como uma pesquisa qualitativa, de caráter experimental, e que tem como objetivo: analisar o uso de panfletos de supermercados em aulas de Matemática no Ensino Médio, para a abordagem investigativa da noção de função.

Para o desenvolvimento do TCC, foram desenvolvidas e analisadas quatro aulas em uma turma de 1º ano do Ensino Médio. A temática foi “Introdução a noção de função” e as aulas foram elaboradas com base em habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) para esta temática, bem como por meio de abordagem investigativa, com o uso de panfletos de supermercado. Essas aulas fizeram parte das atividades do subprojeto Matemática, do Programa Residência Pedagógica, da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG).

O programa Residência Pedagógica é promovido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)³, que tem como propósito apoiar projetos institucionais de residência pedagógica implementados por Instituições de Ensino Superior (IES), visando o aperfeiçoamento da formação inicial

³Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/programa-residencia-pedagogica>. Acesso em: 28 out. 2023.

de professores/as da Educação Básica em cursos de licenciatura. Cada projeto institucional possui um “Coordenador Institucional”, que é um docente da IES, responsável pela execução do projeto, que é composto por subprojetos. Cada subprojeto é organizado em núcleos de residência pedagógica compostos por uma equipe formada por:

- Residente: discentes com matrícula ativa em curso de licenciatura que tenham cursado o mínimo de 50% do curso ou que estejam cursando a partir do 5º período, podendo ser bolsista, por meio de bolsa fornecida pela CAPES, ou voluntário;
- Professor Orientador: docente da IES responsável por planejar e orientar as atividades dos residentes de seu núcleo de residência pedagógica;
- Professor Preceptor: professor/a da escola de Educação Básica responsável por acompanhar e orientar os residentes nas atividades desenvolvidas na escola-campo.

No caso do subprojeto Matemática 2022-2023, ele é composto por uma professora orientadora, uma professora preceptora e 5 residentes.

Para a análise das quatro aulas, nos baseamos no referencial teórico adotado na pesquisa que foi, principalmente, Fiorentini e Miorim (1990), Lorenzato (2006), Lins (1999), Skovsmose (2000), Milani et al. (2017) e Milani (2020a, 2020b), apresentados no Capítulo 2.

O Capítulo 3 deste trabalho foi dividido em duas partes, na primeira, 3.1. PLANO DE AULA, apresentamos as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) relacionadas a função, o plano de aula e as intenções a partir dele, ou seja, de que a partir de panfletos de supermercado, poderíamos tentar criar um cenário para investigação. A segunda parte, 3.2 DO PLANO PARA A AULA, abrangeu a descrição e as análises das quatro aulas. O processo de análise foi feito com base em nossa produção de significados para o que aconteceu no momento das aulas, relacionando com o referencial teórico em termos do que acreditamos que conseguimos realizar, como o uso de algo da realidade, que é o panfleto de supermercado, e o convite e o aceite para a manipulação do material, que é preciso mais experiência de atuação em sala de aula como, por exemplo, lidar com os imprevistos, com a zona de risco, de alunos/as não estarem em uma aula e participarem de outra, impactando o andamento das aulas.

Por fim, no Capítulo 4 apresentamos as considerações finais, onde retomamos o objetivo deste trabalho, o que foi abordado no referencial teórico, os resultados da pesquisa e, apontamos a necessidade de se trabalhar a metodologia investigação Matemática na formação inicial de professores/as.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta pesquisa, utilizamos como referenciais teóricos, discussões de Fiorentini e Miorim (1990) sobre material didático, a noção de material didático de Lorenzato (2006), as possibilidades de uso desses materiais a partir das discussões de Lins (1999) e cenários para investigação, que foi a abordagem escolhida para o trabalho com introdução à função, abordado por Skovsmose (2000).

Fiorentini e Miorim (1990) ao abordarem as dificuldades enfrentadas pelos/as alunos/as e professores/as na disciplina de Matemática como as de que o/a aluno/a não consegue entender a Matemática Escolar, e como resultado disto a reprovação ou então as dificuldades em utilizar o conhecimento que foi "adquirido". Os autores apontam que o uso de materiais didáticos e jogos podem ser vistos como solução para este problema, evidenciando-se isso, através da grande participação dos educadores em encontros, conferências ou cursos.

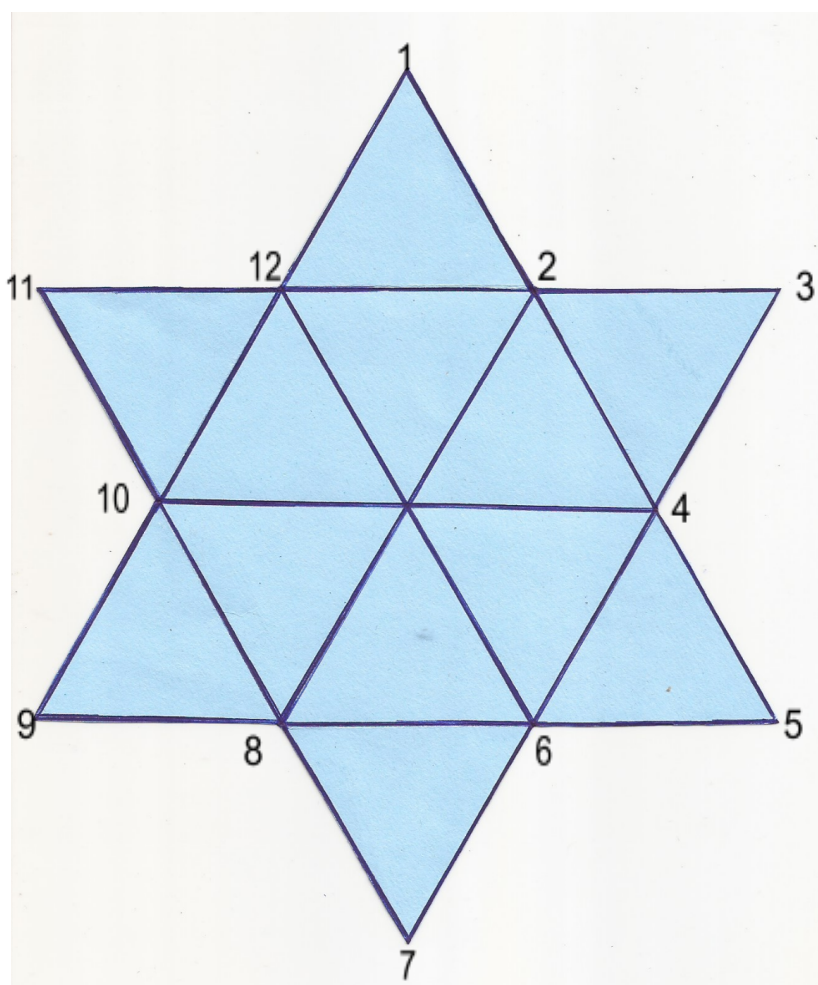
Há diferentes termos que podem ser utilizados para tratar de objetos que professores/as utilizam em sala de aula, como: recurso didático, material didático, material manipulável, material concreto, material curricular, material pedagógico, dentre outros. De acordo com Amaral, et al. (2022), esses termos vêm de perspectivas teóricas assumidas por pesquisadores e pesquisadoras. Não é nossa intenção trazer essas perspectivas, mas operar a partir de uma, ou seja, expor o que estamos considerando nesta pesquisa, que é a noção de material didático a partir de Lorenzato (2006).

Lorenzato (2006) utiliza o termo material didático (MD) definindo-o como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p. 18). Consideramos que esses instrumentos podem ser elaborados tanto para fins educacionais, como é o caso do material dourado e da escala de cuisinaire, quanto para outros usos no dia a dia, como é o caso de filmes, contas de energia elétrica, tampinhas de garrafa e o panfleto de supermercado, que foi utilizado nesta pesquisa.

Em sua construção, os materiais didáticos, podem possuir características mais *estáticas*, não permitindo a modificação em seu formato, como no caso dos sólidos geométricos construídos em madeira ou cartolina e o panfleto de supermercado que utilizamos. Já materiais como o ábaco, material montessoriano, entre outros, são materiais que possibilitam maior participação dos/as alunos/as.

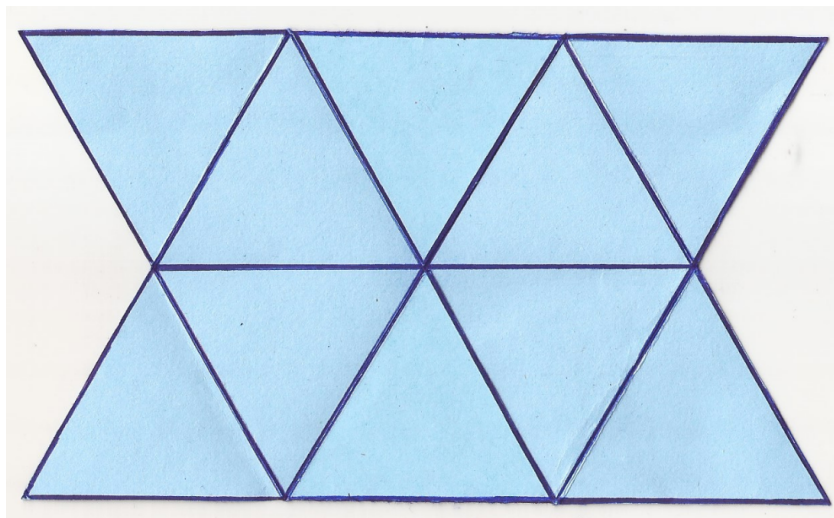
Existem também os materiais *dinâmicos*, que permitem transformações por continuidade, ou seja, que permite modificações em sua estrutura, como por exemplo a estrela, apresentada na Figura 1, que pode ser construída por 18 palitos ou cotonetes iguais, que são unidos por borrachas (pedaços de garrote simples nos pontos ímpares e transpassados nos pontos pares), que pode ser dobrada de várias maneiras como no caso apresentado na Figura 2, onde é dobrada nos vértices 1 e 7 até o centro da estrela. Trabalhar com a estrela pode contribuir para o estudo de, por exemplo, simetrias, rotação e reflexão (LORENZATO, 2006).

Figura 1 - Estrela.



Fonte: Adaptada de Lorenzato (2006, p. 19).

Figura 2 - Uma das formas possíveis de dobradura do material.



Fonte: Adaptada de Lorenzato (2006, p. 19).

Para Lorenzato (2006), os materiais didáticos fazem parte dos diversos fatores que influenciam no rendimento escolar, mas o autor enfatiza que a sua utilização não é garantia de bons resultados ou de aprendizagem. Além disso, eles não substituem o papel do/a professor/a.

O/A professor/a atua no processo de ensino e aprendizagem dos/as alunos e das alunas, mas para que a aprendizagem deles e delas aconteça, é preciso estar atento a sua metodologia de ensino, o que também inclui os materiais didáticos que são utilizados em aula. Nessa escolha do material didático para a aula, o/a professor/a deve se perguntar o porquê deseja utilizá-lo, seja para apresentar um assunto, motivar, auxiliar na memorização de resultados ou facilitar a redescoberta pelos/as alunos/as, conforme aponta Lorenzato (2006). Para este autor, é necessário que o/a professor/a saiba utilizar corretamente os materiais didáticos, pois a eficiência de uso deles depende mais da forma como o/a professor/a os utiliza do que do próprio material (LORENZATO, 2006).

Dentre os diferentes modos de uso dos materiais didáticos, tem-se a utilização pautada no ensino tradicional, de uma maneira puramente demonstrativa, servindo apenas de auxiliar na exposição, na visualização e na memorização do/a aluno/a, de conteúdos. Exemplos disso são: “[...] as réplicas grandes em madeira de figuras geométricas, desenhos ou cartazes fixados nas paredes” (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 2). Outro modo de uso, baseado nas ideias de Pestalozzi,

conforme aponta Fiorentini e Miorim (1990) é o uso do material didático com a finalidade da manipulação servir para que um conceito seja construído.

Os autores ainda trazem uma questão importante relacionada a utilização de materiais, a de que na maioria das vezes o/a professor/a parte simplesmente de opiniões já formadas sobre o uso de materiais didáticos manipuláveis, que o ensino da Matemática tem de partir do concreto ou que através deles as aulas ficam mais alegres e os/as alunos/as começam a gostar da disciplina. E, a partir dessas opiniões, não buscam ter aprofundamento sobre a sua importância, quando e como utilizar esses materiais em sala de aula.

Vale ressaltar que os materiais didáticos manipuláveis podem ser utilizados de forma equivocada, Nacarato (2005) destaca as observações desses equívocos tanto nas práticas de professores/as como em alguns livros didáticos:

[...] total falta de interação dos alunos com o material no sentido de perceber quais as relações entre as suas peças; solicitação ao aluno para que faça a representação – via desenho – de quantidades usando as peças do material. Assim, o aluno perde um longo tempo desenhando os cubinhos, barras e placas do material. Ou ainda, o fato de o livro trazer a representação – por meio do desenho – do cubinho, por exemplo, como sendo bidimensional (representação de um quadrado) e continuar a chamá-lo de ‘cubo’. No que diz respeito às operações com números naturais, raramente há registros que possibilitem ao aluno relacionar as ações realizadas no material e o algoritmo que se está introduzindo (NACARATO, 2005, p. 3).

A utilização de materiais manipuláveis vem sendo um recurso potencialmente capaz de possibilitar a aprendizagem de Matemática, mas requer, como aponta Fiorentini e Miorim (1990), uma reflexão sobre a proposta política-pedagógica da escola assim como o tipo de aluno/a que se quer formar e qual Matemática é considerada importante para esse/a aluno/a. Também, a partir dos autores é possível tirar a seguinte conclusão: de que o uso dos materiais concretos podem em certo momento ajudar na aprendizagem dos/as alunos/as ou tornar-se até mesmo abstrato, cabendo aos/as professores/as saber dosar a sua utilização, a fim de que seu uso se torne eficiente no sentido do que um/a professor/a espera que aconteça em sua sala de aula.

Consideramos que um aprofundamento importante relacionado ao uso de materiais didáticos na Educação Matemática é a discussão realizada por Lins (1999) sobre o modo como professores/as veem os/as alunos/as e as implicações disso no modo como utilizam materiais, dentre eles, os materiais didáticos. Ele discute duas

posturas educacionais, E1 e E2, diretamente associadas a como nos concebemos enquanto seres humanos.

Na postura E1, o aluno ou a aluna é visto/a do seguinte modo: “já sei como você é; minha tarefa agora é oferecer um ambiente propício a seu desenvolvimento (que antecipo), e ver se você está cumprindo seu destino.” (LINS, 1999, p. 84). Essa postura busca ler as pessoas em seu desenvolvimento intelectual. O desenvolvimento, nessa perspectiva, é visto como um melhoramento “natural”.

O pressuposto E2, vê o aluno e a aluna do seguinte modo:

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (LINS, 1999, p. 85).

Existe uma distinção no que se refere a este “onde você está”, em que não está relacionado a estágios de desenvolvimento intelectual, e sim à legitimidade dos significados para a pessoa. Além disso, o autor destaca uma diferença fundamental entre E1 e E2 que:

[...] enquanto E1 deve buscar maneiras eficientes de se fazer acontecer o que se sabe que “naturalmente” deveria acontecer, E2 deve, antes de mais nada, buscar um olhar que permita ler o processo em andamento e em mudança. Enquanto em E1 o desenvolvimento de material para a sala de aula pode se caracterizar como uma engenharia e posto à frente das preocupações da educação matemática, em E2 deve-se partir primeiro para a construção de um espaço comunicativo compartilhado, e o material para a sala de aula deve servir, antes de tudo a este propósito (LINS, 1999, p. 84).

Espaço comunicativo compartilhado é uma noção criada por Lins (1999) e faz parte do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), um modelo epistemológico desenvolvido pelo autor.

De acordo com Oliveira (2002),

As idéias iniciais que deram origem ao MTCS [hoje, MCS] surgiram no desenvolvimento do trabalho de doutorado de Lins, que buscava estabelecer uma caracterização epistemológica para Álgebra e Pensamento Algébrico. Embora tenha sido constituído nesse contexto – Álgebra e Pensamento Algébrico – o MTCS não se restringe apenas a essa área da Matemática e a esse tipo de pensamento, nem tampouco à Matemática. Havendo processo de produção de significados, podemos aplicá-lo (OLIVEIRA, 2002, p. 14).

Para falarmos de espaço comunicativo, precisamos antes das noções de significado, objeto e produção de significado, interlocutor. O termo “significado”, possui múltiplos sentidos na literatura, sendo estudado em várias áreas da ciência (SILVA, 2003). O significado de acordo com o MCS é produzido na fala, pois quando

alguém fala sobre um determinado objeto dentro de uma atividade, ele está produzindo significados, ao mesmo tempo que dá a existência àquele objeto (SILVA, 2018). Nesse sentido, os objetos são constituídos enquanto objetos, pela produção de significados para eles (LINS, 1999), ou seja, a partir de tudo o que uma pessoa pode e efetivamente fala de algo em uma situação ou atividade, que é a noção de produção de significado.

Em sua dissertação, Oliveira (2002) relata que:

Voltar nosso olhar à produção de significados na intenção de criar em sala de aula um espaço comunicativo – uma consequência do MTCS que, quando efetivamente tomado como ferramenta à nossa prática de sala de aula, exige do professor certa postura. Primeiramente, que ouça mais e fale menos; se para nós o significado produzido é a fala, não há como observarmos e interferirmos no seu processo de produção se não dermos voz aos nossos alunos. Além disso, tal produção se dá no interior de atividades, as quais devem ser planejadas e orientadas pelo professor com vistas a criar em sala de aula um espaço comunicativo (OLIVEIRA, 2002, p. 100).

O entendimento de comunicação no MCS é substituído pelo espaço comunicativo, que é um processo de interação, mas não é somente de duas pessoas conversando; trata-se de sujeitos cognitivos, falando em uma mesma direção, compartilhando interlocutores (SILVA, 2018). O interlocutor de acordo com Lins (2012) é uma direção na qual se fala. “Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificção que me autoriza a dizer o que estou dizendo ” (LINS, 2012, p.19).

Assim, o processo de comunicação é visto como uma tríade autor-texto-leitor, em que cada componente dessa tríade desempenha um papel diferente, mas que se interligam. No processo de comunicação, o autor é aquele que fala/escreve algo, um texto, direcionado para um leitor, sujeito cognitivo. Ao se deparar com esse texto, o leitor produz significados para o que um autor escreveu/falou. O texto somente se constitui a partir da produção de significados (SILVA, 2018).

Para Lins (2012), o MCS não tem existência se não for pela ação. O autor também afirma que seu modelo não é uma teoria que necessita ser estudada, mas sim, uma teorização para ser utilizada. Nesse sentido, vale ressaltar que o interesse do Modelo dos Campos Semânticos é “[...] no processo de produção de significado e em sua leitura” (LINS, 2012, p. 19).

Concordando com Lins (1999), do pressuposto de conhecer os/as alunos/as e ouvir e levar em consideração suas produções de significados, as Investigações Matemáticas podem ser uma abordagem que contribua para isso. Tanto é que no Subprojeto Matemática, do Programa Residência Pedagógica da UNIFAL-MG, foi solicitado o uso (ou a tentativa de uso) desta metodologia, mais especificamente a tentativa de criação de cenários para investigação, a partir de Skovsmose (2000) com um olhar atento às produções de significados dos/as alunos/as.

Um cenário para investigação é um ambiente que pode servir como suporte para a investigação, que convida o aluno ou a aluna a formular questões e procurar respostas para essas questões, onde os/as alunos/as participam ativamente desse processo (SKOVSMOSE, 2000). Para se tornar, de fato, um cenário para investigação é necessário que os/as alunos/as aceitem esse convite, o que depende da natureza do convite como: contexto atrativo (ou não); da forma como o convite é feito pelo/a professor/a, para alguns/algumas alunos/as o convite pode ser mal interpretado (ou seja parecer um comando) e; também, depende das prioridades dos/as alunos/as.

Esta abordagem de cenário para investigação se contrapõe à abordagem paradigma do exercício que, de acordo com Skovsmose (2000), caracteriza as aulas tradicionais, onde o/a professor/a ocupa a maior parte do tempo com exposição de conteúdos e os/as alunos/as ficam a maior parte do tempo focados na resolução de exercícios. O livro didático é um exemplo que representa as aulas tradicionais, em que os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula. O paradigma do exercício possui como premissa central que existe uma, e somente uma resposta correta para o exercício ou problema proposto pelo/a professor/a.

Na comparação entre paradigma de exercício e um cenário para investigação, a diferença principal que é possível estabelecer entre os dois é que no paradigma do exercício só existe uma única resposta correta para o exercício como mencionado anteriormente, já cenários para investigação não, pois uma investigação pode tomar várias formas. A atitude do/a professor/a também muda, enquanto os/as alunos/as estão envolvidos na investigação, onde os/as alunos que são responsáveis por todo o processo, o papel do/a professor/a é de orientador/a, de lidar com incertezas, de instigar os/as alunos/as e à investigação (SKOVSMOSE, 2000). Enquanto no paradigma do exercício, o/a professor/a é o centro da atividade educacional.

No ambiente de cenários para investigação também encontramos o termo “zona de risco”, que de acordo com Skovsmose (2000), é o momento em que os/as alunos/as estão explorando um cenário e o/a professor/a não pode prever que questões vão aparecer.

Qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. Isso significa, por exemplo, a aceitação de questões do tipo “o que acontece se...”, que possam levar a investigação para um território desconhecido. De acordo com a pesquisa de Penteado, uma condição importante para os professores se sentirem capazes de trabalhar na zona de risco é o estabelecimento de novas formas de trabalho colaborativo, em particular, entre os professores, mas também juntamente com alunos, pais, professores e pesquisadores (SKOVSMOSE, 2000, p. 19).

Segundo Skovsmose (2000, p. 6) “Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem”. Nesse sentido, o autor apresenta seis ambientes de aprendizagem resultantes da combinação entre paradigma do exercício, cenários para investigação e três tipos de referência: Referência à Matemática, Referência à semirrealidade e Referência a situação da vida real como pode ser visto na tabela a seguir (Tabela 1):

Quadro 1- Ambientes de aprendizagem.

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: SKOVSMOSE (2000, p. 8).

A primeira referência está relacionada à Matemática pura e também com os conteúdos matemáticos curriculares, cuja aprendizagem de conteúdos matemáticos é o foco principal. (MILANI et al. 2017). A segunda referência é caracterizada por Skovsmose (2020, p. 9) como “[...] um mundo sem impressões dos sentidos (perguntar pelo gosto das maçãs está fora de questão), de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes”, e onde as informações quantitativas são exatas. Na última referência são trabalhados fatos da realidade, também podendo

haver uma interdisciplinaridade ao interagir com outras áreas do conhecimento (MILANI, et. al., 2017).

Em relação aos ambientes relacionados a referências à Matemática pura, o ambiente do tipo (1) são exercícios do tipo siga o modelo, frequentemente encontrados no livros didáticos, esse ambiente é importante pois desenvolve habilidades de sistematização, ao ajudar na fixação de regras, técnicas e algoritmos relativos a conteúdos matemáticos. Como por exemplo exercícios do tipo: Sejam as funções f e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x - 3$ e $g(x) = 2x + 5$. Encontre f^{-1} e g^{-1} . Já no ambiente tipo (2), relacionado a cenário de investigação, mesmo estando no contexto da “matemática pura”, vai além do desenvolvimento de habilidades de sistematização, pois propicia a investigação sobre os conceitos matemáticos, como questionar os porquês de fórmulas e regras. Um exemplo que pode representar esse ambiente é:

Vamos considerar duas funções reais de primeiro grau f e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definidas por $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, onde os parâmetros a, b, c, d , são números reais. O que podemos dizer sobre a interseção de f e g ? E de f e f^{-1} ? E f^{-1} e g^{-1} ? (MILANI, et. al., 2017, p. 15).

Em relação à referências à semirrealidade, no ambiente tipo (3) os exercícios estão baseados em uma suposta realidade, mas também pode se apresentar distante do contexto real vivenciado pelos/as alunos/as, sendo considerado como mais relevante os dados numéricos contidos no exercício. O objetivo é usar uma técnica ou algoritmo em determinado contexto não matemático. A exemplo desse ambiente podemos encontrar exercícios da seguinte forma: “João foi à feira para comprar 5 kg de maçãs. Se o preço do quilo da maçã era R\$7,50, quanto João pagou por sua compra?” (MILANI, et. al., 2017, p. 16). Já no ambiente do tipo (4), é um ambiente que proporciona a investigação também fazendo referência a uma semi-realidade, mas voltados para explorações, explicações dos/as alunos/as, e onde não possui respostas já pré-determinadas pelo/a professor/a ou pelo/a autor/a do livro didático. Como exemplo que pode representar esse ambiente, podemos utilizar o exemplo do ambiente (3) em que “os alunos poderiam pensar em diferentes preços para o quilograma da maçã, fazer pesquisas em seus bairros, entrevistar feirantes para saber a variação do preço da maçã” (ibid., p. 16), dentre outras possibilidades de exploração do enunciado do exercício. (MILANI, et. al., 2017)

No contexto de referências à realidade, o ambiente do tipo (5) são exercícios que contém situações da vida real como dados de jornais, panfletos, embalagens etc, mas que possuem método de resolução e resposta única. Já o ambiente tipo (6) é caracterizado por investigações baseadas em fatos da realidade, tornando possível a produção de diferentes significados pelos/as alunos/as. Assim como nos ambientes do tipo (2) e (4), este ambiente não possui respostas pré-determinadas pelo/a professor/a, ou pelo/a autor/a do livro didático (MILANI, et. al., 2017). Um exemplo que pode ilustrar esse ambiente é o projeto citado por Skovsmose (2000, p. 12):

O projeto "Energia" concentrou-se sobre o "input-output" de energia. Como introdução, os estudantes calcularam a quantidade de energia em certos tipos de café da manhã (a energia foi medida em kJ). Então, usando fórmulas oriundas de pesquisas sobre esporte, foi calculada a quantidade de energia gasta durante uma determinada viagem de bicicleta. As fórmulas expressavam o uso da energia em função de parâmetros diferentes como velocidade, tipo de bicicleta e "área frontal" do ciclista. Como medir essa área? Os estudantes desenvolveram um método e concluíram seus cálculos. Dessa forma, eles foram introduzidos a ideia de fazer um modelo de "input-output" para energia.

Durante uma aula ou um conjunto de aulas, com a intenção de tentativa de criação de cenários para investigação, o diálogo surge como um elemento fundamental na interação entre os/as alunos/as e entre alunos/as e professores/as. Para Milani (2020, p. 2):

Diálogo é estar com o outro, um movimentar-se para o outro. Ao dizer isso, já abordo o diálogo como movimento. Engajamento e compartilhamento de falas; o diálogo como participação. Perguntas, respostas e um prolongar de ideias; o diálogo como discussão. Será? O professor, os alunos, a atividade, as perguntas, as diversas intenções. Será que o diálogo vai acontecer? Assim é o diálogo visto como incerteza.

No diálogo, tanto o/a professor/a como os/as alunos/as têm direito à fala, produzirem significado, e a serem escutados, onde as diferenças e a diversidade de opiniões são respeitadas. Não se trata de qualquer tipo de escuta, quando o aluno ou a aluna fala o/a professor/a não o/a ignora por ser algo que não é pertinente para ele ou ela. É uma escuta que busca compreender o que foi dito. O que o/a professor/a está tentando compreender pode ser diferente do que ele/ela mesmo/a pensa. Professor/a e aluno/a estão em lugares diferentes no sentido de lugar cognitivo, ou seja, no que o sujeito está dizendo e no que ele se baseia para poder afirmar o que diz (MILANI, 2020a).

De acordo com Milani (2020a) essa diferença pode causar um certo estranhamento (LINS, 2004). Esse estranhamento, é considerado como um processo, no qual “ [...] exista de um lado aquele para quem uma coisa é natural - ainda que estranha - e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito” (LINS, 2004, p. 116).

A partir desse estranhamento o/a professor/a pode buscar compreender o lugar de onde o aluno/a fala, “[...] é preciso que se saia do próprio centro e tente olhar para o que foi dito com os olhos de quem o disse” (MILANI, 2020a, p.15), que é a noção de descentramento proposta por Oliveira (2012). Esse movimento é constituído de uma escuta ativa, “uma escuta atenta ao que o outro diz, um esforço de compreendê-lo, um apoio não-verbal e um perguntar investigativo do pensamento do aluno” (MILANI, 2020a, p. 15), de modo a tentar compartilhar um espaço comunicativo, ou seja, interlocutores.

Nesse sentido, quando o/a professor/a faz uma fala/aula mais expositiva, tende a acabar reduzindo o tempo de fala dos/as alunos/as, o que reduziria a participação deles/as; nessa situação, o/a professor/a quem assume posição central no processo de aprendizagem do aluno ou aluna. Por outro lado, quando é o/a aluno/a quem assume a posição central no seu processo de aprendizagem, sua participação torna-se mais ativa. (MILANI, et al., 2017).

Milani et al. (2017), traz a discussão sobre as possibilidades de diálogo nas aulas de Matemática nesses seis ambientes de aprendizagem. O diálogo no ambiente tipo (1) segundo as autoras por ser relacionado ao paradigma do exercício e com referência à Matemática pura, pode acontecer a partir de perguntas sobre como se resolvem os exercícios e o/a professor/a responde de forma mais direta, não dando a possibilidade de haver mais interações. Outra forma possível de diálogo neste ambiente seria quando o/a professor/a abre espaço para a fala dos/as alunos/as como forma de completar uma ideia iniciada por ele/a, esse tipo de interação pode ser caracterizado como padrão *sanduíche*, onde o/a professor/a fala e os/as alunos/as apenas complementam o discurso do/a professor/a. Quando os/as alunos/as não respondem o que o/a professor/a estava esperando, eles/elas começam a tentar adivinhar qual é a resposta correta, uma conversa caracterizada como um *jogo de adivinhação*. (MILANI, 2020a)

Já no ambiente tipo (2), o diálogo acontece a partir dos questionamentos sobre as fórmulas. O/A professor/a não apenas dá as respostas, mas faz perguntas

aos alunos e as alunas com o intuito de convidar para fazer investigações, esse diálogo se amplia para questões de natureza investigativa, que podem ser do tipo “e se...?”, e “o que acontece se...?”, dessa forma os/as alunos/as entram em um trabalho colaborativo ao conversarem entre si, também se faz presente a escuta ativa. (MILANI et al., 2017)

O ambiente tipo (3), como os exercícios referem-se à uma semirrealidade, podem surgir diversos comentários dos/as alunos/as, mas os/as alunos/as devem somente atentar-se em resolver o exercício, desse modo a comunicação pode ficar limitada a busca da solução para o exercício e como este ambiente está relacionado ao paradigma do exercício, levar em consideração os comentários que podem surgir por parte dos/as alunos/as não é o objetivo. Com isso, novas perguntas e curiosidades não são bem aceitas nesse ambiente (MILANI et al., 2017).

No ambiente tipo (4), ao contrário do ambiente tipo (3), os/as alunos/as têm mais liberdade para participar ativamente, para investigar, fazer inferências e tomar decisões. As atividades não possuem resposta única. Nesse ambiente, os/as alunos/as são incentivados a explorar o enunciado do exercício e o diálogo acontece de forma mais intensificada.

O ambiente do tipo (5), localiza-se no paradigma de exercícios, fazendo referência à realidade. São exercícios que possuem resposta única e o diálogo também é limitado a resolução dos exercícios, e novamente a exploração dos exercícios, perguntas e curiosidades não são bem aceitas nesse ambiente (MILANI et al., 2017).

E por fim, no ambiente tipo (6), que propicia a investigação, o diálogo pode acontecer com mais intensidade. Não possui regras explícitas para a resolução da atividade, desse modo, o ambiente promove a exploração, reflexão e crítica, abrindo espaço para pesquisa empírica ou projetos de intervenção, dependendo do tópico em questão. A partir desse debate é possível trabalhar os conteúdos matemáticos articulados com as dimensões sociais, políticas, econômicas e culturais, ou até mesmo aprofundar os conceitos da própria Matemática. Ao propor essas atividades, o/a professor/a pode motivar o/a aluno/a para se envolver na atividade, refletir, pensar alto, reconhecer seus limites e potencialidades, desafiar-se, avaliar, reformular ideias para tomar decisão e posicionar-se de forma crítica (MILANI et al., 2017).

Sendo assim, as atividades investigativas relacionadas aos cenários para investigação podem proporcionar um modo de participação, em que o/a aluno/a fala muito mais de suas perspectivas do que escuta do/a professor/a o que deve fazer (MILANI et al., 2017). Além disso, essas atividades podem proporcionar um trabalho colaborativo entre os/as alunos/as, podem ampliar o conhecimento deles/as sobre vários assuntos, dentre outras contribuições. Contudo, é importante enfatizar o que Skovsmose (2000) diz a respeito dos ambientes de aprendizagem que os/as professores/as não devem se manter em um único tipo de ambiente de aprendizagem, que não se deve abandonar por completo os exercícios. Pois os exercícios de fixação dos conteúdos também colaboram para a aprendizagem.

Nesse sentido, é importante buscar um caminho entre os diferentes tipos de ambientes de aprendizagem traçando uma rota que pode ser realizada através da reflexão sobre as questões que o autor traz como: “Que ambientes de aprendizagem experimentamos? “, “Nós gastamos todo o tempo com um ou dois ambientes?”, “ Em qual ambiente tivemos experiências com mais sucesso?”, “ Algum movimento de um ambiente para outro causou dificuldade?”, dentre outras considerações de planejamento que podem estar relacionadas aos ambientes de aprendizagem. Além disso, é importante destacar que Skovsmose (2000) e Milani (2020a, 2020b) têm discutido que exercícios podem ser abertos, ou seja, transformados em cenários para investigação a partir da postura que o/a professor/a adota em sala de aula, por meio do diálogo.

3 SOBRE A AULA

Neste Capítulo, vamos abordar o plano das quatro aulas e o objetivo de cada aula. Depois disso, vamos descrever como foi o desenvolvimento das aulas, fazendo uma análise delas junto a essa descrição.

3.1. PLANO DE AULA

O tema escolhido para as quatro aulas da regência foi Introdução à Função de acordo com o planejamento da professora preceptora, que acompanha os e as residentes do subprojeto Matemática.

Uma primeira atividade realizada no processo de elaboração da regência foi analisar o livro didático (BONJORNO; JÚNIOR; SOUSA, 2020) de Matemática, adotado pela escola para verificar como o tema era abordado e, também, para a tentativa de utilizar ou se inspirar nele para tentar criar cenários para investigação, por ser uma demanda do subprojeto Matemática. Neste processo de discussão e de orientações, foi escolhido fazer o uso de panfletos de supermercado.

Além da leitura do livro didático, foi solicitado analisar na BNCC (BRASIL, 2018) como o tema está exposto no documento. Nele, é possível identificar as habilidades relacionadas às competências gerais referente ao tema função afim, ou do 1º grau, que contém a orientação de que os/as professores/as utilizem diferentes contextos e tecnologias, para trabalhar com esse conteúdo:

- (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

A partir do planejamento da professora preceptora, da leitura do livro didático, do que é recomendado pela BNCC (BRASIL, 2018) para uma abordagem de função afim, de discussões de como materiais didáticos que podem ser utilizados em sala de aula, da adoção de cenários para investigação, e da importância da produção de significados, no subprojeto Matemática, as quatro aulas foram elaboradas, cujo plano está descrito no Quadro 1, a seguir.

Quadro 2 - Plano de Aula.

Tema	Introdução à Função
Justificativa	A escolha do tema "Introdução à Função" para a regência foi baseada na decisão conjunta entre a professora preceptora e, a orientadora e os residentes, como continuidade dos conteúdos abordados pela professora preceptora.
Competência Específica	Competência Específica 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
Habilidades	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra.
Objetivos	Geral: Introduzir o conceito de função a partir de atividades investigativas. Específicos: - Reconhecer função como relação de dependência entre dois conjuntos. - Definir Função. - Identificar o domínio, a imagem e o contradomínio nas relações entre conjuntos.
Duração	4 aulas, de 50 minutos.
Metodologia	Investigação Matemática, em particular, cenários para investigação.
Recursos didáticos	Quadro, pincel/giz, material impresso, panfletos.
Desenvolvimento	1ª aula: - Inicialmente será realizada a divisão da turma em duplas.

	- Será entregue a primeira atividade (QUADRO 3, FIGURA 3, FIGURA 4) para ser realizada em grupos pelos/as alunos/as. 2ª aula: - Inicialmente será realizada a divisão da turma em duplas para terminar a atividade. - Após a conclusão da atividade, pedir para que cada grupo apresente seus resultados. - Terminar a aula com a definição informal de função. 3ª aula - Definir função. - Falar sobre domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função. 4ª aula: - Entregar exercícios de revisão do conteúdo. - Corrigir os exercícios.
Avaliação	A avaliação será de forma contínua, através da participação durante as aulas e correção das atividades propostas.

Fonte: elaboração própria.

A primeira atividade, que envolve os panfletos de supermercados e que foi utilizada nas outras aulas, no processo de abordagem da noção de função, está descrita no Quadro 3.

Quadro 3- Atividade envolvendo panfleto de supermercado.

Introdução à Função																							
Nome: _____			Data ____/____/____																				
Atividade 1																							
1) Utilize o panfleto de supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria e a quantidade de cada um deles. Depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra. Utilize a tabela a seguir para preencher com as respostas dos itens 2 e 3. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 10px 0;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Quantidade de pessoas</th> <th style="padding: 5px;">1</th> <th style="padding: 5px;">3</th> <th style="padding: 5px;">5</th> <th style="padding: 5px;">75</th> <th style="padding: 5px;">120</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">Quantidade do produto</td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Valor total a pagar</td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> <td style="width: 50px;"></td> </tr> </tbody> </table> 2) Uma empresa decide fazer uma confraternização para os seus 120 funcionários. Escolha um produto do panfleto que você acha que não pode faltar nessa confraternização e responda: a) Qual quantidade que essa empresa precisaria comprar deste produto? Calcule o valor total dessa compra. b) Se somente 75 funcionários confirmarem a presença nessa confraternização, qual a quantidade que essa empresa precisaria comprar deste produto? Calcule o valor total a pagar dessa compra. 3) Utilizando um mesmo produto responda: a) Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse para uma família de 5 pessoas utilizarem? Calcule o valor total a pagar nesta compra. b) Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse para uma família de 3 pessoas? Calcule o valor total a pagar nesta compra. c) Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse somente para 1 pessoa utilizar? Calcule o valor total a pagar nesta compra. 4) Você conseguiria calcular o valor total a pagar na compra de um produto sem saber a quantidade que iria comprar deste produto? Justifique sua resposta.						Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120	Quantidade do produto						Valor total a pagar					
Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120																		
Quantidade do produto																							
Valor total a pagar																							

fonte: elaboração própria.

As duas primeiras aulas foram destinadas ao desenvolvimento da atividade do Quadro 3 com a utilização de panfletos de supermercado, o que significaria uma atividade com referência à realidade, aos ambientes de aprendizagem tipos 5 e 6 (SKOVSMOSE, 2000), onde, os/as alunos/as trabalhariam em duplas para proporcionar o diálogo entre eles e elas e depois entre a residente.

A terceira aula tem como objetivo aproveitar a atividade investigativa para abordar introdução à função a partir de um exemplo utilizando algum produto do panfleto para falar sobre domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função, e por fim, na última aula, o objetivo foi levar exercícios de revisão do conteúdo ministrado, o que significa uma referência a Matemática, ambiente de aprendizagem tipo 1 (SKOVSMOSE, 2000), mas sem o uso do panfleto.

3.2. DO PLANO PARA A AULA: DESCRIÇÃO E ANÁLISE

A primeira aula foi iniciada após o recreio com os/as alunos/as conversando bastante. Inicialmente falei para os/as alunos/as que teria uma atividade e pedi para que formassem duplas, o que fez com que conversassem ainda mais. Então, entreguei os panfletos de dois supermercados Figura 3 e Figura 4 e as atividades, apresentadas no Quadro 2. Foi possível perceber que, antes mesmo de falar alguma coisa, os/as alunos/as já estavam olhando o que foi entregue e interagindo entre eles/as.

Um aluno perguntou se o panfleto era de verdade mesmo. Este questionamento talvez seja pelo fato de que nas aulas de Matemática as tarefas a serem desempenhadas terem mais a ver com as referências à Matemática e à semi-realidade (ambientes de aprendizagem 1, 2, 3 ou 4) do que a realidade, ou seja, aspectos da vida cotidiana.

Figura 3 - Panfleto do Supermercado A.

Novidades!

Porto de Frango Real ou Super Frango Congelado/Kg R\$ 7,68	Coxinha da Asa Reveli ou Super Frango Congelado Kg R\$ 10,98	Agremontado Perdigão Peça/Kg R\$ 16,90	Salsicha Hot Dog Rezeado Refrig. Pet 500gr Unidade R\$ 6,98	Linguiça Calabresa Sanduíche Fina ou 2 Camos Pet 500g Unidade R\$ 8,98	Linguiça Salina Sanduíche ou Pampaleno Pet 2,5Kg Unidade R\$ 32,45	Capa de Contra Fio Bovero Refrig. ou Congelado Peça/Kg R\$ 26,80
Bisteca Salina Sadio Congelada/Kg R\$ 14,90	Filadelfia Salina Sadio Congelado Pet 1kg ou Filadelfia Salina Sadio Seara Congelado Kg R\$ 15,78	Mortadela Sadio Tradicional 1 Kg Unidade R\$ 9,98	Queijo Mussarela Porto Alegre Peça/Kg R\$ 32,80	Bebida Láctea Chocomil 200ml Unidade R\$ 0,89	Batata Palito Mais Batata Pet 2kg Congelada Unidade R\$ 22,80	Bebida Láctea Brasil Sabores 540g Unidade R\$ 2,99
Ingrediente Líquido Danone 125g Sabores Ou Sabores Danette 540g R\$ 11,98	Farinha de Trigo Bello Sabor 1kg Unidade R\$ 3,89	Azeite Grão de Ouro ou Canola 2kg Unidade R\$ 31,90	Molho Tomate Bonare 1,7kg Unidade R\$ 8,99	Marmelo ou Ketchup Produtora 7g Caixa c/144 Sachês Unidade R\$ 10,90	Batata Palito Karis 1kg Unidade R\$ 18,90	Batata Palito Bello Sabor 100g Unidade R\$ 3,29
Molho de Maionese Hollmann's 330g Unidade R\$ 7,98	Café Píloa 500g Unidade R\$ 14,45	Molho de Bolo Vinte 400g Unidade (Excl. chocolate) R\$ 3,98	Achocolatado Píloa 1,0kg Unidade R\$ 9,98	Leite Píloa 400g Unidade R\$ 15,98	Biscoito Recheado Baudouin 140g Unidade R\$ 1,98	Salgadinho Batata Bello Sabor Pet. de 200g Unidade R\$ 7,98
Salgadinho Doritos Pet. de 45g Unidade R\$ 3,89	Bolacha Mastigável Chita De Bala Mastigável Unid. Pet. de 500g Unidade R\$ 6,29	Pão de Mel Cary Pet. de 50g Unidade R\$ 1,69	Cobertura Chocolate em Gotas Top Harald Mais Amargo de 1,05kg Unidade R\$ 32,98	Bebida Mista Tropicana 2l Unidade R\$ 8,49	Energetico Red Horse 2l Unidade R\$ 7,98	Refrigerante Coca Cola 600ml Tradicional Un-PQ com 6 Unidades R\$ 3,89
Cerveja Brahma 473ml Unidade R\$ 3,98	Mectar Azeite Sabores Unidade R\$ 3,28	Apertivo Vermelho 740ml R\$ 39,90	Catuba Selvagem 1l R\$ 13,48	Gin Eternity 950 ml - Unidade R\$ 19,90	Vinho Nacional Catafesta 1l Unidade R\$ 17,90	Gin Yey 750ml Unidade R\$ 69,90
Taca NY Paqueta 300ml ou Copo NY Munich Chopp 300ml R\$ 5,99	Prato Dourado Petala Passa OU Fundo Unidade R\$ 8,79	Panela Pressão Panelux Turbo 4,5L ou Fritadeira Panelux Antiaderente KZ C7 Unidade R\$ 97,90	Façoite Tramontina Malboro 16 peças Unidade R\$ 42,90	Embalagem p/ Pizza Hora K30 c/25 Unidade R\$ 31,90	Ração Cão Dog Chow AD RM OU AD RP Carne e Frango Unidade R\$ 21,99	Alimento Dog Chow 100gr Sachês ou Alimento Friskies 85gr Sachê Unidade R\$ 2,39
		Tábua Bateria Atividade Luz Cordeiro Unidade R\$ 14,99	Tapete Falsa Pedra 40x60cm Cordeiro Unidade R\$ 29,99	Cobertor Felpa Polar Plush Casal 180x200 Proprietário Unidade R\$ 16,99	Manta Hype Design Casal Cores Unidade R\$ 45,99	

Fonte: cópia do panfleto.

Figura 4 - Panfleto do Supermercado B.

Lava Roupas
Liquido Uau 3L
R\$ 23,99

Amaciante Mon Bijou
1,7L Fragrâncias
OFERTA EXCLUSIVA NO APP
DE: 8,29 POR: R\$ 7,79

Papel Higiênico Mili
Folha Tripla C/12
R\$ 18,99

Limpador Perfumado Uau
500ml Fragrâncias
OFERTA EXCLUSIVA NO APP
DE: 4,89 POR: R\$ 3,99

Espanja Scotch Brite
não risca laranja Leve 3 Pague 2
R\$ 5,99

Lava-Louças Limpol
500ml Fragrâncias
R\$ 2,09

Inseticida Kelldrin Kelltrine Multi
450ml
R\$ 10,99

Saco para Lixo Classe A
Pacotão 15L/30L/50L/100L
R\$ 10,59

Água Sanitária Ypê
2L Gratis 200ml
R\$ 6,49

Desinfetante Uau Antiback
2L Fragrâncias Promocional
R\$ 7,59

Toalha de Papel Mili
2 Rolos
OFERTA EXCLUSIVA NO APP
DE: 7,19 POR: R\$ 4,69

Canecas Porcelana Lu Decora
280ml
R\$ 13,49

Pote Sanremo
Plástico 360ml
R\$ 9,99

Chuveiro Lorenzetti
Max 5500W 127v/220v
R\$ 59,90

Imperdível

Cerveja Skol
Pilsen Latão 473ml
DE: 4,29 POR: R\$ 3,89

Feijão Carioca
Classe A 1Kg
R\$ 9,98

Arroz Camil
Tipo 1 Pacote 5kg
R\$ 22,99

Café Classe A Torrado e Moído Trad./Extra
500g
R\$ 11,99

Fonte: cópia de panfleto.

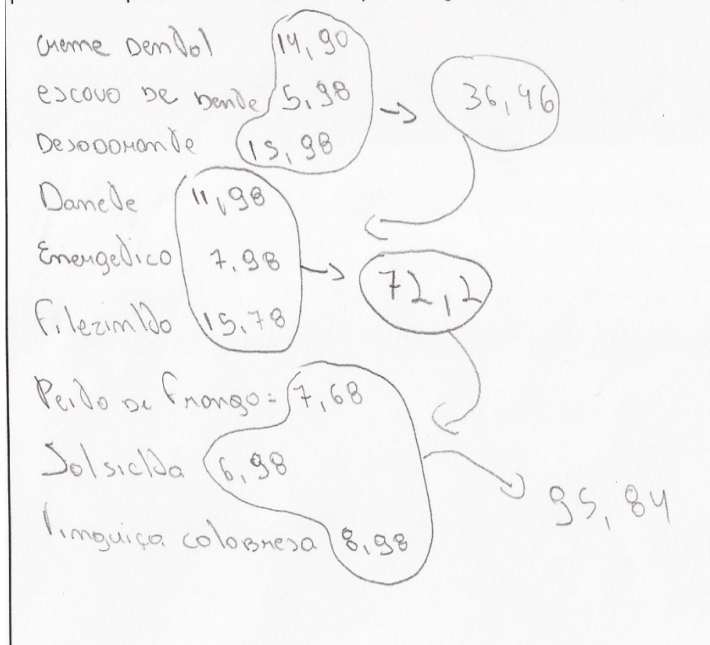
Depois dessa interação inicial, expliquei sobre o que era para eles e elas fazerem no primeiro item: uma compra descrevendo quais os produtos e as quantidades que iriam comprar, realizando o cálculo do valor total da compra. Nesse instante, foi um pouco difícil para eles/as prestarem atenção no que eu estava falando, porque estavam bastante empolgados/as e já estavam fazendo as atividades em dupla, o que nos parece que o convite para participar da atividade foi aceito, um aspecto crucial para a criação de cenários para investigação.

Até um certo momento, eles/as estavam tentando fazer a atividade sozinhos/as sem perguntar, mas depois começaram a chamar para tirar as dúvidas sobre o que era para fazer, mesmo eu tendo explicado antes. Foi possível observar que cada integrante da dupla que perguntava o que era para fazer e entendia, depois explicava para o outro integrante de sua dupla. Foi possível perceber que eles/as entenderam a minha explicação, engajando em um trabalho conjunto e com interações.

Alguns/Algumas alunos/as perguntaram como era para fazer essa compra, então falei que era para fazer da forma como eles/as preferissem, para um mês, dois meses ou então um dia. Na Figura 5, exibimos a lista de compras de um aluno que falou que iria fazer a compra para um dia e mencionou os produtos que iria comprar. Uma aluna ao ter essa mesma dúvida me falou que iria comprar itens para o café da manhã ou da tarde, como pode ser visto na Figura 6.

Figura 5 - Para um dia.

1) Utilize o Folheto de Supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria, a quantidade que você compraria de cada produto e depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra.



Fonte: material de pesquisa.

Figura 6 - Para o café da manhã ou da tarde.

1) Utilize o Folheto de Supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria, a quantidade que você compraria de cada produto e depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra.

Produtos	Valor
Pão de forma tradicional 480g	6,29
Presunto seco fatiado cada 100g	2,79
Sopa Vono sabores 17g	2,39
Achocolado líquido Quatro 1L	3,99
Total :	11,47

Fonte: material de pesquisa.

Não conseguimos identificar nas demais folhas de atividade o tipo de compra que seriam realizadas. Acreditamos que o que foi apresentado na Figura 7 seria um caso de compra mensal, porque a lista é maior e há itens em maior quantidade como, por exemplo, 3 pacotes de 5kg de arroz e 8 frascos de detergente. E, na Figura 8, um exemplo de compra que tem itens de necessidade em uma casa como chuveiro e outros de consumo, como arroz e feijão, mas sendo difícil identificar se seria uma compra para o lanche da tarde, para o mês ou para um dia. Pode ser uma compra tendo em vista o que está faltando em casa ou até mesmo aleatória, dado que a atividade solicitava simular uma compra com escolha de produtos sem um critério determinado.

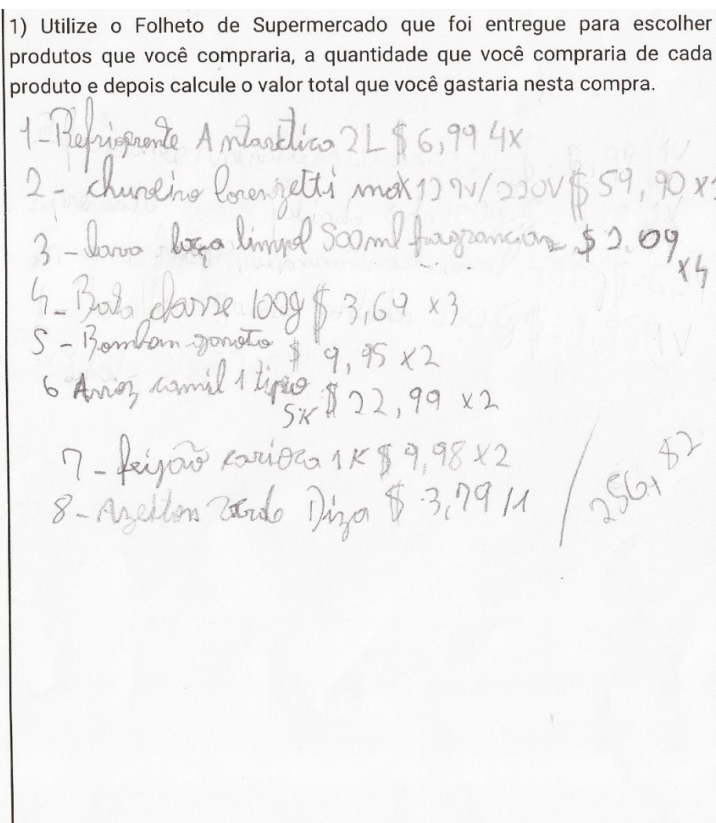
Figura 7 - Para o mês.

1) Utilize o Folheto de Supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria, a quantidade que você compraria de cada produto e depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra.

Papel to. 1x 18,33	
Lava-louças líquido 5x 16,72	
Arroz 3x 68,97	
Feijão m. 2x 35,98	
800 g molhos fongos 25,52	
Feijão 2x 9,38	Detergente 1x 6,33
Papel to. 2x 3,38	Receptivo 1x 4,63
Pão 1x 10,00	Creme leite 1x 3,43
Salmon 1x 13,00	Batata p. 1x 4,93
Suco Raposo Uva 1x 23,99	Azeite 1x 31,00
Guaraná 1x 7,00	
Bão f. 2x 12,58	
Requeijão 1x 7,63	Total: R\$ 308,00

Fonte: material de pesquisa.

Figura 8 - Itens para a casa e para consumo.



Fonte: material de pesquisa.

Cabe ressaltar que essa é uma atividade que não possuía uma única resposta, pois dependia da tomada de decisão de cada dupla, um aspecto importante quando falamos em cenários para investigação. No entanto, teria sido interessante um outro item na atividade que explorasse essas escolhas, ou melhor, o motivo delas. Por exemplo, pode ter lista que significa a compra de itens que uma pessoa gostaria de comer em um café da tarde, mas que não tem acesso. E pode também ocorrer, como de fato ocorreu, de menores de idade comprarem bebida alcoólica, pelo fato de ser algo de sua prática, o que possibilitaria conhecer mais os/as alunos/as e poder explorar aspectos como hábitos alimentares, dentre outros, abordando outros aspectos da Educação Matemática Crítica⁴ que não seja somente cenários para investigação.

⁴ A Educação Matemática Crítica (EMC) pode ser caracterizada em diferentes preocupações, uma delas é o desenvolvimento da *materacia*, que visa não somente o desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também das competências de interpretar e agir em uma situação social e política estruturada pela matemática, essa prática inclui o interesse pelo desenvolvimento da educação matemática como suporte da democracia (SKOVSMOSE, 2000).

Sobre a bebida alcóolica, em um momento tive que falar para eles/as que quem tinha colocado bebida alcóolica em sua compra era para tirar, pois menores de 18 anos não podem comprar esse tipo de bebida. Alguns/Algumas alunos/as, na mesma hora, fizeram comentários de que suas listas estavam cheias de bebida alcóolica. Este acontecimento foi uma situação que não estava esperando que pudesse acontecer, o que é possível notar a *zona de risco* (SKOVSMOSE, 2000) ao lidar com aspectos da realidade.

Depois de um tempo, e percebendo que a compra deles/as estava ficando grande, porque tinha alunos/as que reproduziram o que acontece em sua casa, fazendo uma lista de compra mensal, falei que eles/as só teriam mais três minutos para fazer as compras. Alguns/Algumas deles/delas acharam o tempo muito curto, e um aluno chegou a comentar que levaria um dia inteiro apenas para fazer as compras, enquanto outra aluna falou que ela estava indecisa sobre o que comprar.

Finalizando o tempo, falei que só daria o tempo para eles/as calcularem o valor total da compra. Mesmo assim, alguns/algumas alunos/as ainda estavam selecionando os produtos. Enquanto isso, os/as demais alunos/as que já estavam lendo os itens 2 e 3 da atividade já estavam solicitando explicações sobre o que era para fazer. Alguns/Algumas até preencheram a tabela sem ler os enunciados.

Como os/as alunos/as fizeram a atividade em duplas, notou-se que algumas listas de compra estavam idênticas, mas houve algumas diferenças como falta de especificação em relação à quantidade de produto, como pode ser observado na Figura 9, em que o aluno 1 da dupla 1⁵, no primeiro item da lista, acrescenta a quantidade do produto; já na Figura 10 não contém essa especificação, mas seu valor total da compra continua sendo o mesmo do aluno 2 da dupla 1, conforme apresentado na Figura 9.

⁵ Utilizaremos essa forma de referenciarmos aos/às alunos/as para manter a confidencialidade da pesquisa.

Figura 9 - Aluno 1 da dupla 1.

1) Utilize o Folheto de Supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria, a quantidade que você compraria de cada produto e depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra.

Arroz Camil - 22,99 x 2
 Farofinha - 36,99
 Macarrão Tricolor - 25,99
 Refrigerante - 6,99 x 4
 Frango Passarinho - 12,19 x 3
 Lombo suíno - 18,99 x 2
 Farofa Ki-floc - 5,19
 Creme de Leite - 3,49 x 3
 Azeitona - 3,79 x 2

Total = 234,71

Fonte: material de pesquisa.

Figura 10 - Aluno 2 da dupla 1.

1) Utilize o Folheto de Supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria, a quantidade que você compraria de cada produto e depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra.

Arroz Camil - R\$ 22,99
 Farofinha - 36,99
 Macarrão Tricolor - 25,99
 Refrigerante - 6,99 x 4
 Frango Passarinho - 12,19 x 3
 Lombo suíno - 18,99 x 2
 Farofa Ki-Blon - 5,19
 Creme de Leite - 3,49 x 3
 Azeitona - 3,49 x 2
 Total = 234,11

Fonte: material de pesquisa.

Por meio das respostas da dupla a seguir, é possível observar diferenças como por exemplo em relação ao segundo item, em que na Figura 11 possui a voltagem do produto, enquanto na Figura 12, não possui esse tipo de especificação do produto.

Figura 11 - Aluno 3 da dupla 2.

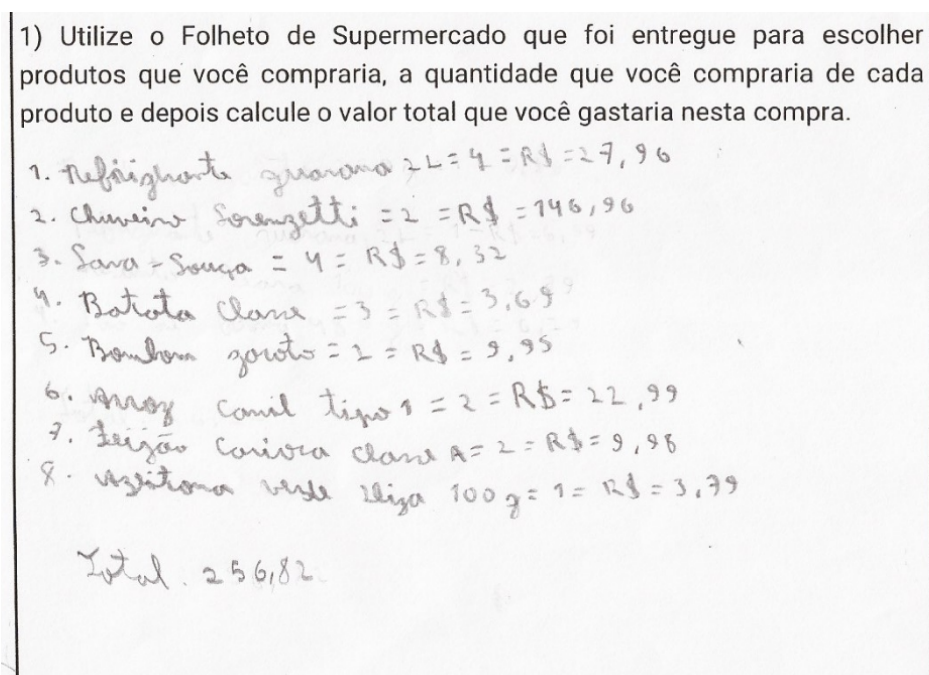
1) Utilize o Folheto de Supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria, a quantidade que você compraria de cada produto e depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra.

- 1 - Refrigerante Antarctica 2L \$ 6,99 4x
- 2 - churros Lorenzetti max 129V/220V \$ 59,90 x2
- 3 - Lava louça limpa 500ml fragrancia \$ 2,09 x4
- 4 - Bolo doce 100g \$ 3,64 x3
- 5 - Bombom gancho \$ 9,95 x2
- 6 Amora, amil 1 litro \$ 22,99 x2
- 7 - Feijão carioca 1K \$ 9,98 x2
- 8 - Azuleiro Verde Digo \$ 3,79 11

2561 \$2

Fonte. Material de pesquisa.

Figura 12 - Aluno 4 da dupla 2.



Fonte. Material de pesquisa.

A forma como os/as alunos/as fizeram a compra também foi diferente: alguns/algumas alunos/as fizeram em forma de lista Figuras 5, 7, 8, 9, 10, 11 e 12, duas pessoas fizeram em forma de tabela como na Figura 6, alguns/algumas fizeram uma lista de compra maior como a Figura 7, com mais itens, outros fizeram lista de compras pequenas conforme a Figura 6, com menos itens. Boa parte dos/as alunos/as colocou a quantidade e o preço de cada produto.

Também, foi possível observar o cálculo do valor total da compra, onde pensei que eles iriam utilizar a calculadora, mas muitos fizeram na própria folha, outros já colocaram o valor total da compra sem exibir os cálculos. Queremos chamar atenção para a Figura 5, na qual o cálculo da compra foi feito por agrupamento, sendo explicitado esse modo de operar e qual agrupamento foi tomado. Com isso, queremos ressaltar que as escolhas eram livres e ficou evidente os diferentes modos de operar dos/as alunos/as.

Os itens 2 e 3 da atividade foram elaborados com o objetivo de que os/as alunos/as percebessem as variações entre a quantidade do produto e o valor total da compra, de acordo com cada quantidade de pessoas e, também, envolviam uma tomada de decisão. Vários/as alunos/as não estavam entendendo que era para escolher somente um produto, alguns/algumas alunos/as que escolheram um produto diferente para cada quantidade de pessoas modificaram sua escolha para somente um produto.

Uma aluna me chamou para perguntar se eu achava que 5 pacotes de arroz davam para 10 pessoas que pode ser visto na Figura 13. Eu falei que dava para mais de 10, então ela falou que achava que dava para umas 15 pessoas. Naquele momento, não tinha entendido o porquê dessa pergunta, tendo em vista que na tabela dos itens 2 e 3 da atividade não tinha essa quantidade de pessoas; somente depois de refletir sobre isso, acredito que ela estava perguntando de 5 pacotes para poder ter uma noção de qual seria a quantidade necessária para mais pessoas.

Figura 13 - Situação do arroz.

3.Arroz					
Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120
Quantidade do produto	2	6	10	150	240
Valor total a pagar	45,98	137,94	229,9	3,448,5	5.517,6

Fonte: material de pesquisa.

Neste processo de escolha, podemos notar alguns aspectos interessantes sobre os critérios de quantidade. Teve uma dupla que escolheu comprar carne vermelha. Essa dupla colocou um quilo de carne por pessoa. Eles foram questionados sobre isso, se não seria muito um quilo por pessoa e se eles sabiam que existiam cálculos em alguns aplicativos sobre quantidade ideal de carne para comprar para eventos, como churrasco. Eles disseram que não sabiam que tinha isso, acharam interessante, mas não iam alterar os cálculos por preguiça e responderam que se sobrasse carne, os funcionários poderiam levar para casa, já que a carne estava cara.

Teve dupla que escolheu energético e o critério de escolha foi um por pessoa; enquanto outra dupla escolheu 600 ml de refrigerante por pessoa, que pode ser observado na Figura 14, porque uma pessoa da dupla bebe 600 ml de refrigerante por pessoa e julga suficiente nos eventos que frequenta. O que queremos apontar é que o critério de escolha de quantidade foi baseado em estimativas e levando em consideração o consumo próprio ou a própria vivência, que poderia se reproduzir em um evento.

Figura 14 - Situação do refrigerante.

3. Refrigerante					
Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120
Quantidade do produto	1	2	3	30	50
Valor total a pagar	3,99	7,78	11,67	293,64	470,69

Fonte: material de pesquisa.

Duas alunas me perguntaram se poderia escolher vinho como produto, já que tinha falado que não podia na primeira questão, então falei que poderia, já que não seria para elas, mas para os funcionários da empresa.

Também houve estranhamentos de minha parte ao notar que bolacha recheada (ou biscoito recheado) como na Figura 15, que foi escolhida para estar em uma confraternização. Talvez a bolacha recheada esteja na lista porque em eventos envolvendo os/as alunos/as isso seja consumido, assim como salgadinhos e refrigerantes.

Figura 15 - Situação da bolacha recheada.

3. Bolacha recheada

Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120
Quantidade do produto	1	2	4	50	100
Valor total a pagar	2,39	4,78	9,56	119,50	239,00

Fonte: material de pesquisa.

Uma aluna escolheu uma caixa de bombom por pessoa como pode ser observado na Figura 16. A aluna acrescentou uma explicação dessa escolha mesmo não sendo solicitado, conforme Figura 17 que diverge do que está na tabela dos itens 2 e 3. Voltamos a acrescentar que também seria interessante nos itens 2 e 3 da atividade que fosse solicitado o porquê das escolhas do produto e quantidades por pessoa, para fomentar mais o diálogo e saber como os/as alunos/as estão pensando.

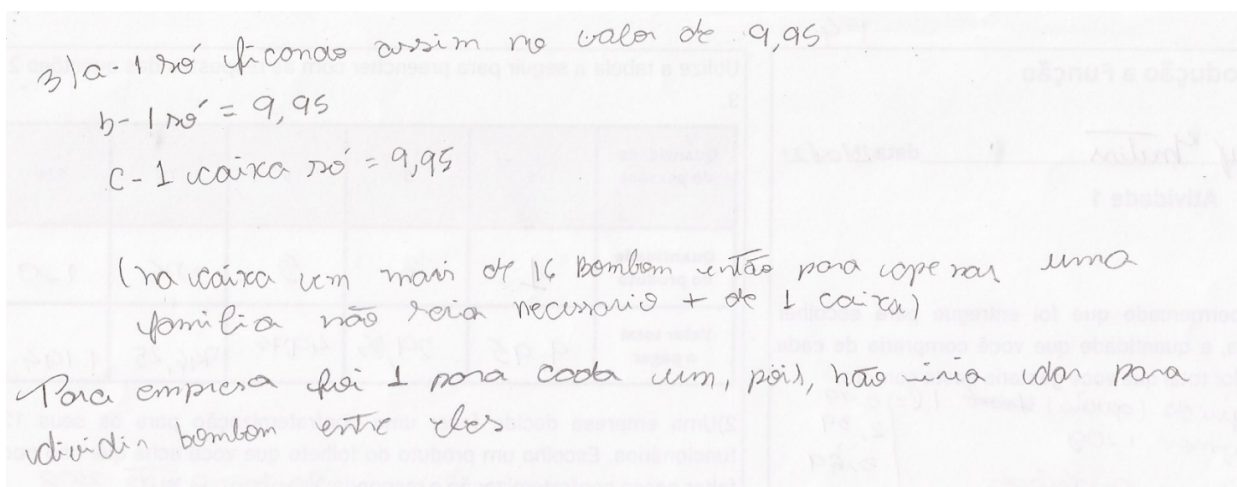
Figura 16 - Situação da caixa de bombom.

Caixa de Bombom

Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120
Quantidade do produto	1	3	5	75	120
Valor total a pagar	9,95	29,85	49,75	746,25	1.194

Fonte: Material de pesquisa.

Figura 17 - Explicação da escolha pela aluna.



Fonte: Material de pesquisa.

Outro aspecto a ser apontado, a partir do uso do panfleto, é o tempo na execução das tarefas. Alguns/Algumas alunos/as ainda estavam bem atrasados/as na atividade e outros/as já estavam no item 4, que também gerou muitas dúvidas, porque eles/as não estavam lendo o enunciado e perguntando diretamente o que era para fazer.

O item 4 foi elaborado para finalizar a atividade com o intuito de que os/as alunos/as percebessem a dependência entre a variável quantidade do produto e a variável valor total a pagar. Ainda na tentativa de estabelecer diálogo, procurei não falar a resposta de início, mas dei algumas dicas, como ler o enunciado com atenção para não perder o aceite dos/as alunos/as em participar da atividade. Uma aluna já chegou em uma conclusão logo em seguida da leitura, a de que é preciso saber a quantidade do produto para poder calcular o valor total, os/as outros/as alunos/as demoraram um pouco para responder, sendo necessário falar para eles/as pensarem em tudo que eles/as tinham feito anteriormente na atividade, como tentativa de direcionar para a investigação.

No final da aula uma aluna veio me perguntar o que ela tinha errado na conta do item 1, e como já estava quase acabando a aula e ela ainda estava nessa questão, falei que ela podia fazer a conta na calculadora, mas para tentar fazer novamente a conta em casa e depois me falar se conseguiu ou não. Dos 30 presentes no dia, 07 (sete) alunos/as concluíram as tarefas. Enquanto alguns/algumas alunos/as concluíram as tarefas de modo rápido, as interações entre

algumas duplas, envolvendo discussões sobre as escolhas, fizeram com que o tempo de 50 min (cinquenta minutos) de aula não fosse suficiente.

Como comentário geral desta primeira aula, no aspecto de uma autoavaliação sobre a condução da aula, considero que no início eu acredito que estava bem segura, pela preparação que contou com o apoio das professoras orientadora e preceptora, mas depois disso essa segurança acabou, pois estava perguntando para as professoras orientadora e preceptora que estavam em sala de aula, também, como intervir em cada situação como: dar tempo para terminar o primeiro item, na parte que eles estavam colocando bebida alcoólica e no final da aula para recolher as atividades. Isso evidencia o quanto a zona de risco é perturbadora. Além disso, a inexperiência sobre o que fazer em cada momento e até mesmo o modo de falar em sala, como falar mais alto para que todos os/as alunos/as pudessem ouvir, acabou afetando a condução da aula.

A segunda aula também foi depois do recreio. Assim que entrei na sala de aula, a aluna que não tinha conseguido fazer a conta do valor total da compra veio me procurar falando que não tinha conseguido. Foi possível perceber onde tinha sido o erro, que era porque ela não estava colocando os Algarismos que ocupam a mesma ordem na mesma coluna e nem somando quando ultrapassa 9 o número que ocupa a dezena que precisa ser somado ao próximo número de outra ordem, então pedi para que ela refizesse essa conta, explicando o porque ela tinha errado. Vale ressaltar que houve cálculos errados, como pode ser observado nas Figuras 5, 6 e 7, que possuem erro no cálculo do valor total, onde podemos observar o quanto as quatro operações ainda são problemáticas, mesmo para alunos/as do Ensino Médio.

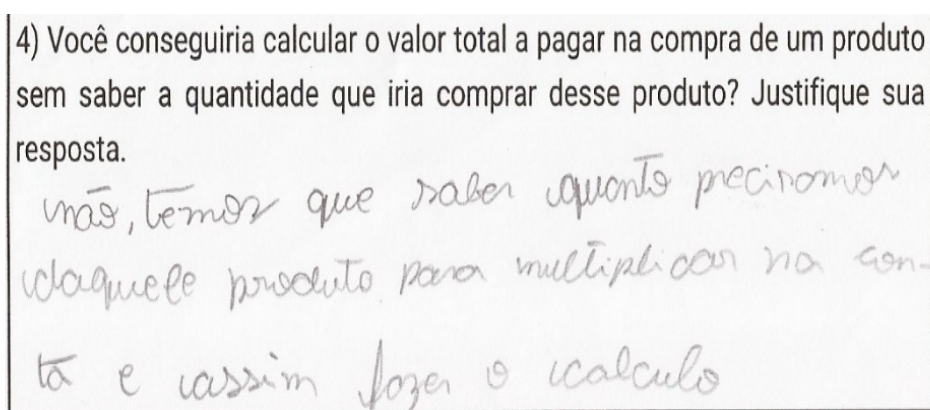
Depois disso, entreguei as folhas da atividade para que os/as alunos/as terminassem e como alguns/algumas não estavam na primeira aula, dei um tempo maior para eles/as fazerem a atividade. Assim como na aula anterior, os/as alunos/as que estavam começando a atividade estavam com as mesmas dúvidas dos que estavam na primeira aula como, por exemplo, em saber se era somente um produto que iria escolher para completar a tabela e os que já estavam terminando ficaram com bastante dúvida no item 4. Depois de explicar o que era para fazer nesse item, os/as alunos/as conseguiram concluir as tarefas.

Após um tempo, a maioria já tinha terminado a atividade e ficaram conversando. Então, achei necessário já escrever no quadro a definição informal de

função. Para isso, utilizei essa mesma atividade dos panfletos pedindo para que eles/as relembassem sobre tudo o que fizeram na atividade, para então chegar no item 4, no qual enfatizei que a minha intenção era de que eles percebessem a dependência entre o preço a pagar e a quantidade do produto.

No momento em que perguntei sobre o item 4, alguns/algumas alunos/as falaram que não seria possível realizar a compra sem a quantidade do produto, como na Figura 18, essas respostas foram mais parecidas com as que estava imaginando que poderia acontecer.

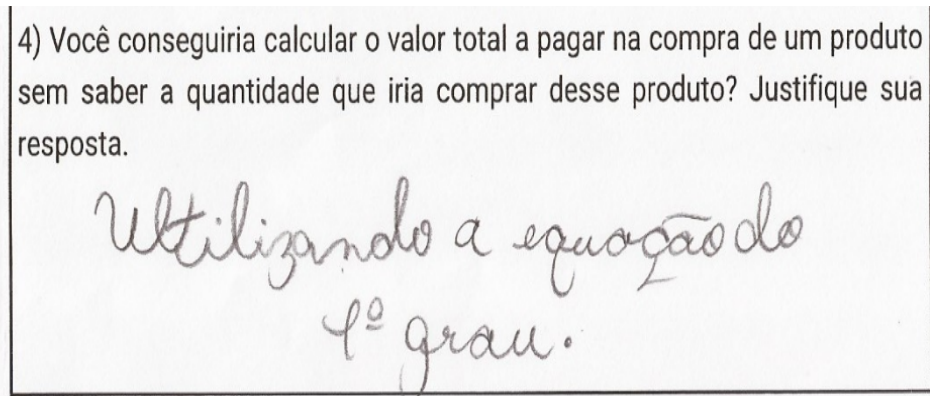
Figura 18 - Resposta do aluno 5 do item 4.



Falei para ela que então a resposta seria não, mas que sua justificativa estava certa, como forma de interpretação da resposta, pode-se concluir que a aluna entendeu que precisaria saber a quantidade, mas respondeu que sim ao invés de não.

Neste último item, teve algumas respostas não esperadas como tentativas de generalização, como pode ser visto na Figura 20.

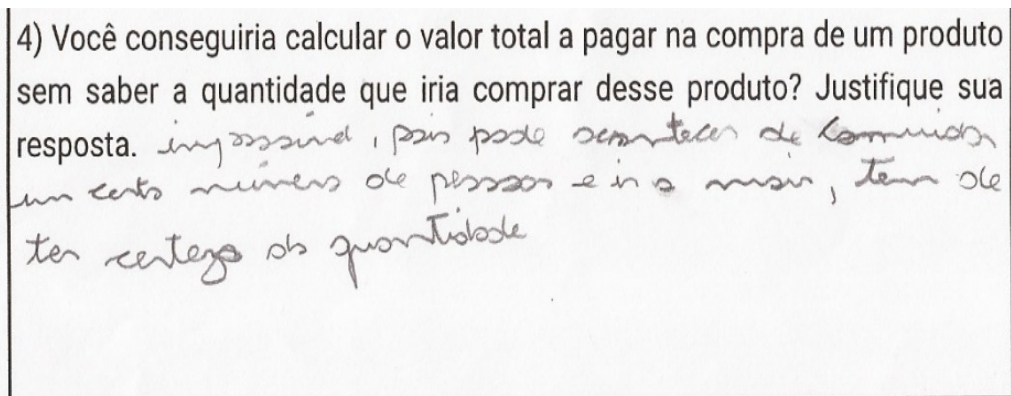
Figura 20 - Resposta do aluno 7 do item 4.



Fonte: Material de pesquisa.

O que podemos perceber, também, é alguns erros na interpretação do item 4, pois na Figura 21 um aluno respondeu achando que a pergunta estava relacionada com os itens 2 e 3, na situação de alguma confraternização.

Figura 21 - Resposta do aluno 8 do item 4.



Fonte: material de pesquisa.

A partir das respostas que exibimos do item 4, vemos o quanto uma pergunta aberta possibilita diferentes modos de produção de significados e nos possibilita

tentar entender como os/as alunos/as estão pensando. Por outro lado, consideramos que houve respostas sim ou não para as perguntas dos/as alunos/as, se caracterizando como padrão sanduíche de comunicação.

Continuando a explicação, falei da variável dependente e independente nessa atividade e utilizei como exemplo a compra de um detergente que custava R\$2,09. Em seguida, mostrei como o valor total da compra (a variável dependente) variava em relação à quantidade de detergentes adquiridos (a variável independente) usando como exemplo qual seria o valor na compra de 1 até 3 detergentes. Depois disso, um aluno que estava sentado na frente falou que então o preço vai aumentando conforme vai aumentando a quantidade do produto. No final da aula, falei que os/as que ainda estavam terminando a atividade poderiam entregar na próxima aula.

Enquanto futura professora, considero que um ponto positivo dessa aula foi ouvir de uma aluna que estava sentada no fundo da sala, que ela gostou da atividade. Nessa segunda aula, eu falei mais alto, então deu para que todos os/as alunos/as me escutassem, porém nesse dia estava bem nervosa por explicar pela primeira vez algum conteúdo novo. Essa foi a minha primeira regência abordando um conteúdo matemático e, também, a primeira regência no subprojeto Matemática. Antes disso, eu somente auxiliava os/as alunos/as na execução das atividades propostas pela professora preceptora e na correção delas no quadro. Por isso, acabei falando um pouco mais rápido do que o normal e deu para perceber que os/as alunos/as não estavam entendendo o que estava falando.

Acredito que ainda falta mais o se preparar para a aula, para pensar no que pode acontecer, como discutem Julio e Oliveira (2018) quando diferenciam entre preparar aula e se preparar para a aula. Para as autoras, preparar aulas é considerado importante, mas, se preparar para a aula é algo primordial. Esse movimento de se preparar para a aula está relacionado a tentativa de antecipar o que os/as alunos/as podem dizer, ao pensar em decisões que podem ser tomadas; em relação às diferentes produções de significados pelos/as alunos/as e tendo em vista os objetivos de uma aula, como, enquanto professor/a, deve agir e quais decisões pode tomar durante uma aula. É importante observar que mesmo se preparando para a aula, ainda podem ocorrer situações não esperadas, tendo em vista a dinamicidade de uma sala de aula. Caminhando nesse sentido, essas aulas foram importantes para pensar nas decisões que posso tomar como, por exemplo,

em relação aos/às alunos/as que faltaram na primeira aula. Ao tentar dar tempo para eles/as realizarem as tarefas, o restante da turma ficou ociosa e acabou tendo muitas conversas que atrapalharam quem estava tentando realizar ou finalizar as tarefas.

Na terceira aula, o panfleto não foi mais usado para realizar investigações e sim para tentar estabelecer um espaço comunicativo com os/as alunos/as a partir do que foi trabalhado anteriormente. Novamente, esta aula foi depois do recreio, então perdi mais ou menos 10 minutos de aula e os/as alunos/as estavam demorando bastante para entrar para sala; alguns/algumas alunos/as estavam conversando na porta.

Depois de entrar na sala, primeiramente eu entreguei uma folha como Figura 22 e Figura 23 com o material da aula contendo a definição de função e um exemplo, para não ter que escrever a parte teórica da aula no quadro e perder tempo de aula.

Figura 22 - Primeira parte do Material da terceira aula.

Definição de função

Dados dois conjuntos não vazios, A e B, uma **função** de A em B é uma **relação** que associa **cada elemento** x de A a um **único elemento** y de B.

Para indicar uma função de A em B, podemos usar a seguinte notação:

Notação para função: $f: A \rightarrow B$ (lê-se: f de A em B).

$x \rightarrow y$

A função f transforma x de A em y de B, o que pode ser escrito como $y = f(x)$ (lê-se: y é igual a f de x).

Exemplo:

Tabela da atividade 1:
Produto: Refrigerante Antarctica Guaraná 2L

Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120
Quantidade do produto	1	1	3	50	100
Valor total a pagar	6,99	6,99	20,97	349,50	699,00

Podemos também representar essas informações da tabela por meio de um esquema, conhecido como **diagrama de flechas**. Consideramos como **elementos** de um conjunto **A** a **quantidade de refrigerante**, e como **elementos** de um conjunto **B** o **preço do refrigerante**.

lei de formação: $f(x) = y = 6,99x$.

Considerando a lei da função f, determinamos:

$f(1) = 6,99 \times 1 = 6,99$
 $f(3) = 6,99 \times 3 = 20,97$
 $f(50) = 6,99 \times 50 = 349,50$
 $f(100) = 6,99 \times 100 = 699,00$

Fonte: adaptada de Bonjorno, Júnior e Sousa (2020).

Figura 23 - Segunda parte do Material da terceira aula.

O conjunto A chama-se domínio da função. Esse conjunto é constituído de todos os elementos x (variável independente) de A e é indicado por $D(f)$.

O conjunto B é chamado de contradomínio da função. Esse conjunto é constituído de todos os elementos y (variável dependente) de B e é indicado por $CD(f)$.

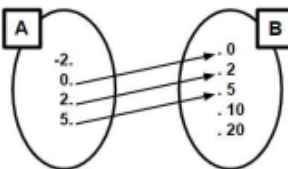
Cada elemento x do domínio tem um correspondente y no contradomínio. A esse valor de y , associado a x pela função f , damos o nome de imagem de x pela função f e indicamos por $y = f(x)$.

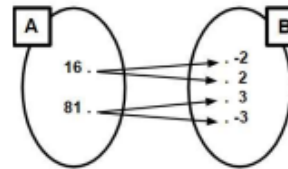
O conjunto de todos os valores de y pertencentes a $CD(f)$, que são imagens de x pela função, é chamado de **conjunto imagem** da função. O conjunto imagem, indicado por $Im(f)$, é um subconjunto do contradomínio.

De acordo com o diagrama, temos:

- $D(f) = A = \{1, 3, 50, 100\}$
- $CD(f) = B = \{6,99, 20,97, 349,50, 699,00\}$
- $Im(f) = \{6,99, 20,97, 349,50, 699,00\}$

Exemplos de Relação que não é Função

1.  Observe que:
Existe um elemento de A (o número -2) que não está associado a nenhum elemento de B. Portanto, **não é uma função de A em B.**

2.  Observe que:

- todos os elementos de A estão associados a elementos de B;
- os elementos de A (tanto o número 16 quanto o 81) estão associados a mais de um elemento de B. Nesse caso, a relação de A em B **não representa uma função** de A em B.

Fonte: adaptada de Bonjorno, Júnior e Sousa (2020).

O panfleto do supermercado foi retomado, nesta aula, para falar de função, sendo utilizada a tabela de um dos/as alunos/as, que escolheu um refrigerante de 2 litros como produto para preencher a tabela, dos itens 2 e 3 da atividade. Desta forma, mostrei como as informações dessa tabela poderiam ser representadas em forma de conjunto, assunto que eles já tinham estudado anteriormente, por meio do diagrama de flechas, onde o conjunto A representa a quantidade de refrigerante e o conjunto B o preço do refrigerante.

Em todo o momento da aula, somente alguns/algumas alunos/as estavam interessados e fazendo perguntas, o restante estava conversando e nem estava prestando atenção. Em alguns momentos, tentava chamar a atenção dos/as

alunos/as com algumas perguntas, mas logo em seguida eles/as voltavam a conversar.

Na quarta aula, o panfleto não foi mais utilizado. Foi entregue aos/às alunos/as uma folha contendo exercícios de revisão do conteúdo, se enquadrando no paradigma do exercício, ambiente 1, como uma tentativa de transitar pelos ambientes de aprendizagem. Assim como na terceira aula, o comportamento da sala mudou, muitos já não estavam interessados na resolução dos exercícios. Acreditamos que, como eles estavam com bastante dúvidas na resolução dos exercícios, seria necessário trazer mais exemplos de relação, do que é ou não função, pois mesmo alguns/as alunos/as falando que entenderam, eles/elas ainda ficaram com dúvidas e, também poderiam ser discutidas outras questões, mas como já foi mencionado, o tempo de 50 minutos de aula acabou não dando tempo de haver mais discussões.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo geral analisar o uso de panfletos de supermercado em aulas de Matemática no Ensino Médio para a abordagem investigativa da noção de função, a partir do referencial teórico adotado na pesquisa.

Primeiramente, foi apresentado o referencial teórico da pesquisa, em que foi discutido sobre materiais didáticos em sala de aula, sobre o Modelo dos Campos Semânticos no aspecto de produção de significados e compartilhamento de direção de interlocução, sobre Investigação Matemática e diálogo, que são os pressupostos do subprojeto Matemática, do Programa Residência Pedagógica da UNIFAL-MG, na qual as aulas foram baseadas.

Em seguida, trouxemos uma descrição do plano de quatro aulas sobre introdução à função, abordando as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018), por este documento também ser discutido nas ações do subprojeto e, em seguida, uma descrição e análise das aulas, com foco nas três primeiras, em que houve a utilização dos panfletos de supermercado.

A atividade despertou a curiosidade dos/as alunos/as por estar relacionada à realidade, facilitando assim, o aceite do convite à investigação matemática. Durante o desenvolvimento desta atividade os/as alunos/as usaram diversas estratégias de compra, como para o café da manhã ou tarde, para o mês e para o próprio dia, teve discussões entre os/as alunos/as sobre a atividade, a relação entre o gosto pessoal e escolha do produto. Também houve dificuldades nos enunciados, de realizar somas envolvendo decimais, o que foi resolvido por meio do auxílio na investigação realizada e no apontamento dos erros e possibilidade de correção dos cálculos. Houve também formas diferentes de calcular, por agrupamento ou pela soma de todos os itens ou pelo uso de calculadora.

Vale destacar nessa atividade, que panfletos de supermercado tanto podem ser utilizados para uma abordagem investigativa de introdução a função, mas também podem ser utilizados para explorar outros assuntos, como aspectos da Educação Matemática Crítica ou Educação Financeira.

Quanto à abordagem do panfleto em uma tentativa de criação de cenários para investigação, ressaltamos o desconforto em habitar a zona de risco, a dúvida se estava sendo investigativa e na condução do diálogo, pelo próprio nervosismo, caindo, em alguns momentos, no padrão sanduíche, como na terceira aula. No

entanto, é na vivência da tentativa de exercitar uma metodologia que o aprendizado de uso vai se aprimorando, ou seja, é no uso que se adquire experiência. Sendo assim, é necessário ressaltar a importância de se trabalhar as metodologias na formação inicial de professores/as que ensinam Matemática.

A divulgação dos resultados da atividade investigativa com utilização de panfletos de supermercado, também aconteceu no IX Simpósio Integrado UNIFAL-MG, em 2023, na apresentação do resumo intitulado “Cenários para investigação: um relato de aula”.

Em síntese, trabalhar com a metodologia investigação matemática, na perspectiva de cenários para investigação, trouxe diversas contribuições. Para os/as alunos/as, nos parece que foi uma maior participação e a produção de diferentes modos significados, a maioria do/as alunos/as demonstraram interesse na atividade, sendo importante ressaltar que uma aula pode chegar a aceitação de alguns alunos/as mas de outros/as não, sendo necessário ressaltar a importância de se transitar entre os diferentes tipos de ambientes de aprendizagem, como abordado no referencial teórico. Foi possível observar, através da análise das respostas da atividade e durante conversas com eles/as, que houve a produção de conhecimentos matemáticos e relacionados a situações de compra, como *sites* ou aplicativos para cálculo de quantidades de produtos para um evento.

Para a residente, futura professora de Matemática, a utilização dessa metodologia, embora seja desafiadora, por trabalhar na zona de risco como discutido por Skovsmose (2000), ofereceu a oportunidade de aprendizado, principalmente na tentativa de diálogo na direção do que aborda o artigo de Milani (2020a) e Milani et al. (2020).

REFERÊNCIAS

AMARAL, R. B.; MAZZI, L. C.; ANDRADE, L. V.; PEROVANO, A. P. **Livro didático de matemática: compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 245 f. 2022.

BEZERRA, J. M. **Didática especial de matemática**. Rio de Janeiro, RJ: MEC/CADES 1956.

BONJORNO, J, R; JÚNIOR, J, R, G; SOUSA, P, R, C. **Prisma Matemática e suas Tecnologias: Conjuntos e Funções**. 1 ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/programa-saude-da-escola/195-secretarias-112877938/seb-e-ducacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211>. Acesso em: 1 de out. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília : MEC / SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2023.

BRITO, L. L.; ANDRADE, S. Uso do material didático de manipulação na sala de aula de matemática: uma experiência com o ensino fundamental II. In: II Congresso Nacional de Educação, 2015, Campina Grande. **Anais II CONEDU...** Campina Grande: Realize, 2015. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/17090>. Acesso em: 15 nov. 2023.

CAMACHO, M. S. F. P. **Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática: aprender explorando e construindo**. Relatório de Estágio de Mestrado. Universidade da Madeira. Funchal: Portugal. 2012. Disponível em: <https://digituma.uma.pt/bitstream/10400.13/373/1/MestradoMarianaCamacho.pdf>. Acesso em 16 nov. 2023.

FACCHI, M. G. **A importância do uso de materiais manipuláveis no ensino de matemática**. 2022. 50 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática Licenciatura, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2022. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/29222/1/importanciamateriaismanipulaveis.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2023.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M,A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM**. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990. Disponível

em: https://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf. Acesso em: 18 nov. 2023.

JULIO, R.; OLIVEIRA, V. C. A. Estranhamento e descentramento na prática da formação de professores de Matemática. **Boletim Gepem**, Seropédica, n. 72, 2018. Disponível em: <http://costalima.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/94/452>. Acesso em 12 jun. 2023.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. (org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

LINS, R. C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: Claudia Laus Angelo; Edson Pereira Barbosa; João Ricardo Viola dos Santos; Sérgio Carrazedo Dantas; Viviane Cristina Almada de Oliveira. (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. 1 ed. São Paulo: Midiograf, 2012, v. 1, p. 10-20.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: **Editora da UNESP**, 1999.

LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: _____ (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas. SP: Autores Associados, 2006.

MILANI, R.; CIVIERO, P. A. G.; SOARES, D. A.; LIMA, A. S. O diálogo nos ambientes de aprendizagem nas aulas de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 12, p. 221-245, 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/369722758_O_DIALOGO_NOS_AMBIENTES_DE_APRENDIZAGEM_NAS_AULAS_DE_MATEMATICA. Acesso em: 18 nov. 2023.

MILANI, R. Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 31, p. 1-18, 2020b. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/9863/7365>. Acesso em: 15 nov. 2023.

MILANI, R. Diálogo em Educação Matemática e suas Múltiplas Interpretações. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 34, p. 1036-1055, 2020a. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/5QM8FFN3wsTjWssPydLWbRK/>. Acesso em: 18 nov. 2023.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/329>. Acesso em: 18 nov. 2023.

OLIVEIRA, V. C. A. **Sobre a produção de significados para a noção de transformação linear em álgebra linear**. 2002. 187 f. Dissertação (Mestrado em

Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2002. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/d44dbf45-1d83-40a3-b847-701942d58416/content>. Acesso em: 18 nov. 2023.

OLIVEIRA, V. C. A. Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de matemática. In: ANGELO, C. L. et al. (org.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 199-216.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática**. 2003. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2003. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/089ce3eb-0a72-43c1-bace-400d147dc430/content>. Acesso em: 18 nov. 2023.

SILVA, R. A. **O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de matemática**. 2012. 125f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2012. Disponível em: <https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/1979>. Acesso em: 18 nov. 2023.

SILVA, W. L. M. **O Modelo dos Campos Semânticos em dissertações orientadas por Romulo Campos Lins**. 51 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática Licenciatura, Universidade Federal de São João del-Rei, São João del-Rei-MG, 2018. Disponível em: <https://ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/comat/TCC%20Walter.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2023.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/693>. Acesso em: 18 nov. 2023.