

DESBRAVANDO DESAFIOS MATEMÁTICOS: A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

UNLOCKING MATHEMATICAL CHALLENGES: TRIGONOMETRY IN THE RIGHT TRIANGLE THROUGH PROBLEM SOLVING

Sérgio Luiz Castro Siqueira
sergio.siqueira@sou.unifal-mg.edu.br
Escola Estadual Henrique Diniz

Michele Barbosa Universidade Federal de
Alfenas UNIFAL
campus Varginha- MG

RESUMO

Este estudo investigou a noção e resolução de exercícios de Trigonometria no Triângulo Retângulo com 25 alunos do 2º ano do Ensino Médio. Embasou-se em conceitos de resolução de problemas de autores renomados, como Dante (2003), Krulik (1997), Smole e Diniz (2001), destacando o modelo de resolução de Polya (1977) em "A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático". O objetivo principal foi identificar os desafios enfrentados pelos alunos nessa área específica da Matemática.

A pesquisa buscou desenvolver estratégias pedagógicas para promover uma compreensão mais profunda e duradoura dos conceitos de Trigonometria no Triângulo Retângulo. A abordagem mista de pesquisa, combinando métodos quantitativos e qualitativos ao longo de cinco semanas, permitiu uma análise abrangente dos dados, fornecendo insights sobre pontos de dificuldade e estratégias eficazes para a resolução de problemas.

A justificativa para este projeto de intervenção pedagógica residia na necessidade de superar as dificuldades de compreensão da Trigonometria em Triângulos Retângulos por alunos do 2º ano do Ensino Médio. Considerando a defasagem no aprendizado de Geometria Plana e os impactos da pandemia de COVID-19, a abordagem centrada na resolução de problemas, com suporte tecnológico, buscou proporcionar aprendizagem ativa, contextualizada e visual.

Os resultados deste estudo desempenharam um papel significativo no aprimoramento do ensino de Trigonometria, introduzindo abordagens pedagógicas mais eficazes que resultaram em uma compreensão mais duradoura dos conceitos-chave nesta área da Matemática. A ênfase na resolução de problemas emergiu como um elemento crucial no processo educativo, transformando a abordagem do ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo. A inclusão de métodos de resolução de problemas mostrou-se capaz de estimular o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e aplicável.

Este trabalho não se limitou à identificação de desafios específicos enfrentados pelos alunos; além disso, delineou estratégias pedagógicas eficazes, enfatizando a importância da resolução de problemas como um componente essencial no processo educativo. Os resultados apresentam um potencial significativo para aprimorar o ensino de Trigonometria, oferecendo abordagens pedagógicas mais eficazes e promovendo uma compreensão sólida e duradoura dos conceitos fundamentais nesta área da Matemática.

Palavras-Chave: Trigonometria. Triângulo Retângulo. Resolução de problema. Modelagem matemática

ABSTRACT

This study investigated the notion and resolution of Trigonometry exercises in the Right Triangle with 25 students from the 2nd year of High School. It was based on concepts of problem-solving from renowned authors such as Dante (2003), Krulik (1997), Smole and Diniz (2001), highlighting the problem-solving model of Polya (1977) in "The Art of Problem Solving: A New Aspect of the Mathematical Method." The main objective was to identify the challenges faced by students in this specific area of Mathematics.

The research aimed to develop pedagogical strategies to promote a deeper and more lasting understanding of Trigonometry concepts in the Right Triangle. The mixed research approach, combining quantitative and qualitative methods over five weeks, allowed for a comprehensive analysis of the data, providing insights into difficult points and effective strategies for problem-solving.

The justification for this pedagogical intervention project lay in the need to overcome the difficulties of understanding Trigonometry in Right Triangles by 2nd-year High School students. Considering the gap in learning Plane Geometry and the impacts of the COVID-19 pandemic, the problem-solving-centered approach, with technological support, sought to provide active, contextualized, and visual learning.

The results of this study significantly contributed to improving the teaching of Trigonometry, presenting more effective pedagogical approaches and promoting a more lasting understanding of key concepts in this area of Mathematics. The emphasis on problem-solving emerged as a crucial element in the educational process, transforming the approach to teaching Trigonometry in the Right Triangle. The incorporation of problem-solving methods by educators proved capable of stimulating the development of students' mathematical reasoning, providing more meaningful and applicable learning.

This work did not merely identify specific challenges faced by students; it also outlined effective pedagogical strategies, emphasizing the importance of problem-solving as an essential component in the educational process. The results have significant potential to enhance the teaching of Trigonometry, offering more effective pedagogical approaches and promoting a solid and lasting understanding of fundamental concepts in this area of Mathematics.

Keywords: **Trigonometry.** Right Triangle. Problem Solving. Mathematical Modeling.

INTRODUÇÃO

A resolução de problemas no ensino de Matemática se destaca como uma abordagem pedagógica fundamental, proporcionando benefícios significativos aos alunos, tais como o desenvolvimento de habilidades de raciocínio, criatividade e aprimoramento do conhecimento matemático. Essa metodologia instiga os estudantes a pensarem de forma autônoma, construir estratégias de resolução e relacionarem diferentes conhecimentos, resultando em uma compreensão mais profunda dos conceitos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Médio reconhecem a resolução de problemas como peça central no ensino de Matemática, sublinhando que o pensar e o fazer se desenvolvem de maneira mais eficaz quando os alunos estão engajados ativamente na solução de desafios (BRASIL, 2000). A interpretação da resolução de problemas pode variar, sendo vista de três maneiras distintas: como uma meta, um processo e uma habilidade básica. Quando encaramos a resolução de problemas como uma meta, consideramos-na como um resultado desejado no processo de ensino-aprendizagem, visando que os alunos possam aplicar o conhecimento matemático na solução de problemas do mundo real. Ao enxergá-la como um processo, destacamos a importância das etapas envolvidas, desde a compreensão do problema até a avaliação da solução, ressaltando o caminho percorrido pelos alunos ao enfrentar desafios matemáticos. Por fim, quando a resolução de problemas é considerada uma habilidade básica, compreendemos que é fundamental para a aplicação prática do conhecimento matemático, exigindo dos alunos a capacidade de transferir conceitos aprendidos para situações do mundo real e promovendo uma compreensão mais profunda e duradoura da matéria.

Autores renomados, como George Polya, enfatizam a importância da resolução de problemas como um meio de desenvolver a inteligência e habilidades práticas na solução de diversos desafios. O método proposto por Polya, que envolve compreensão, planejamento, execução e verificação, oferece uma estrutura sólida para guiar os alunos na resolução de problemas de maneira sistemática e eficaz.

No contexto específico da trigonometria, uma disciplina crucial do ensino médio em Matemática, é imperativo compreender as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao resolverem problemas dessa natureza. A análise dos erros cometidos proporciona insights valiosos, identificando áreas problemáticas e direcionando o ensino de forma

mais eficaz. A abordagem na resolução de exercícios em trigonometria deve visar não apenas o domínio conceitual, mas também a aplicação desses conhecimentos em situações práticas e desafiadoras.

Diante desse cenário desafiador, propomos um projeto prático destinado a alunos do 2º ano do Ensino Médio. Este projeto tem como objetivo geral capacitar os alunos com uma compreensão profunda e prática da trigonometria aplicada a triângulos retângulos, desenvolvendo habilidades de resolução de problemas e raciocínio matemático.

Os objetivos específicos são:

1. Adquirir um entendimento sólido dos princípios fundamentais da Trigonometria aplicada a triângulos retângulos, abrangendo o Teorema de Pitágoras.
2. Aplicar os conceitos de trigonometria para resolver desafios matemáticos relacionados a triângulos retângulos.
3. Utilizar a trigonometria na resolução de problemas do mundo real, como cálculos de distâncias e alturas inacessíveis.
4. Fomentar o trabalho em equipe, a troca de conhecimentos e a colaboração entre os alunos.
5. Desenvolver habilidades em pesquisa, exploração e apresentação multimídia.

Dessa forma, alinhamos nossos objetivos gerais e específicos ao propósito do projeto, visando não apenas a superação de desafios, mas também o desenvolvimento prático e contextualizado da trigonometria. Em síntese, a resolução de problemas emerge como uma metodologia essencial no ensino de Matemática, oferecendo uma abordagem dinâmica e eficaz para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. A compreensão das diferentes perspectivas, aliada a métodos estruturados e a projetos práticos inovadores, surge como um caminho promissor para aprimorar não apenas o entendimento da trigonometria, mas também sua aplicação prática em contextos do mundo real.

2 REFERENCIAL TEÓRICO: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

De acordo com as orientações educacionais para o ensino de Matemática, a resolução de problemas tem conquistado um papel de destaque. Isso pode ser atribuído aos inúmeros benefícios que essa metodologia pode oferecer ao processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina, independentemente do nível de ensino.

Um problema, ainda que simples, pode despertar o prazer pelo trabalho mental se desafiar a curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. Nesse sentido, os problemas podem estimular a curiosidade do aluno e levá-lo a se interessar pela Matemática, de modo que, ao tentar resolvê-los, o aluno adquira criatividade e aprimora o raciocínio, além de utilizar e ampliar o seu conhecimento matemático.

Segundo os PCN + Ensino Médio (2002, p. 112-3),

[...] a resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticas, pois, neste caso o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória do exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

[No processo de resolução], o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido.

A resolução de problemas constitui-se em um aspecto importante a ser valorizado nas aulas de Matemática.

[...] os alunos, confrontados com situações-problema, novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (PCN, 2000, p. 52).

Ensinar a resolução de problemas é uma tarefa que o professor deve considerar válida. Todavia, essa tarefa é difícil, comparada a ensinar técnicas matemáticas ou

conceitos. Na resolução de problemas é preciso trazer à mente um conjunto de processos assimilados uma a um, todos, porém relacionados com a situação. Ajudar o aluno a adquirir e aplicar esses processos é uma tarefa educacional mais complicada e bem menos definida do que ajudar um aluno a aprender técnicas em cálculos ou a entender um conceito.

De acordo com POLYA (1977, p.2),

Se a educação não contribui para o desenvolvimento da inteligência, ela está obviamente incompleta. Entretanto, a inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: problemas do cotidiano, problemas pessoais, problemas sociais, problemas científicos, quebra cabeças, toda sorte de problemas. O aluno desenvolve sua inteligência usando-a; ele aprende a resolver problemas resolvendo-os. Que tipos de problemas deveria um aluno resolver para desenvolver sua habilidade de resolver problemas?

É necessário que o professor promova situações em sala de aula que possibilitem aos alunos vivenciarem experiências nas quais estejam presentes, dando a eles a oportunidade de resolverem problemas em contexto prático. Além disso, é preciso oferecer experiências com problemas cujas resoluções não sejam únicas, isto é, problemas que permitem várias respostas.

A expressão resolução de problemas ocorre em diversas profissões e áreas possuindo diferentes significados. Embora a resolução de problemas em matemática seja mais específica, ela comporta, contudo, diferentes interpretações. As atividades classificadas como resolução de problemas em matemática incluem resolver problemas simples, resolver problemas não rotineiros e aplicar a matemática a problemas do mundo real.

Resolução de problemas, então, é uma expressão abrangente que pode significar diferentes coisas para diferentes pessoas ao mesmo tempo e diferentes coisas para as mesmas pessoas em diferentes ocasiões. As três interpretações mais comuns de resolução de problemas são: 1) como uma meta, 2) como um processo e 3) como uma habilidade básica. (KRULIK; REYS, 1997, p. 4).

Considerar a resolução de problemas como uma habilidade básica ajuda a organizar as especificações para o dia-a-dia do aluno, no ensino de habilidades, conceitos e resolução de problemas. Como um processo, a resolução de problemas pode ajudar a lidar com as habilidades e conceitos, de como eles se relacionam entre si e que papéis ocupam na resolução de vários problemas. Considerar a resolução de problemas com meta pode influenciar tudo o que é feito no ensino de matemática, podendo mostrar uma nova proposta para o ensino.

Deve-se considerar qual interpretação a resolução de problemas está subentendida para que o aluno e até mesmo o professor consiga compreender a importância da resolução de problemas.

Segundo SMOLE e DINIZ (2001), é interessante que o professor oriente seus alunos nas leituras dos textos para uma melhor compreensão dos problemas matemáticos propostos:

- *apresentar aos alunos problemas com falta ou excesso de dados para que eles analisem a necessidade ou não de informação no texto;*
- *apresentar aos alunos o texto de um problema no qual falte uma frase ou a pergunta, deixar que eles tentem resolver e que tentem completar aquilo que falta para o problema ser resolvido;*
- *apresentar um problema com frases em ordem invertida e pedir que os alunos reorganizem o texto;*
- *pedir que os alunos elaborem problemas com palavras que apresentam sentidos diferentes quando utilizadas em matemática e no cotidiano: tira, produto, domínio, diferença etc. (Smole, K. S. e Diniz, M.I. (orgs.) Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.)*

Essas ações que o professor pode empreender para tornar o aluno leitor de um problema não podem ser esporádicas, nem mesmo isoladas. É necessário que haja um trabalho constante com essas estratégias, em todas as séries escolares, pois será apenas enfrentando a formação do leitor e do escritor como uma tarefa de todos os professores da escola, inclusive de matemática, que se criam oportunidades para que todos eles desenvolvam essas habilidades que são essenciais no aprender de qualquer conceito, em qualquer tempo.

Ao ter como prioridade a construção do conhecimento pelo fazer e pensar, o papel da formulação e resolução de problemas é fundamental para auxiliar o aluno na apreensão dos significados.

Para DANTE (2003),

a resolução de problemas, faz o aluno pensar, desenvolvendo seu raciocínio lógico para que ele possa enfrentar situações novas do cotidiano, tornando a sala de aula, principalmente as aulas de matemáticas, mais interessantes e motivadoras. Para que isso ocorra, o aluno deve compreender o problema, elaborar um plano para a solução, executar o plano e verificar todo o processo da resolução. (p.10)

Outros autores que discutem sobre a resolução de problemas são KRULIK e REYS (1997) e POLYA (1977). Para esses autores, a solução de um problema exige

uma compreensão da tarefa, concepção e execução de um plano e uma análise que leva o aluno a determinar se o objetivo foi alcançado.

Para KRULIK e REYS (1997), o aluno deve começar o trabalho com problemas simples e, pouco a pouco, apresentar problemas mais complexos para fortalecer sua autoestima e a autoconfiança. A valorização do processo, a maneira como ele resolve o problema deve ser analisada e não apenas o resultado obtido. Incentivar o aluno a pensar alto ou a contar como se resolve o problema é importante, pois o auxilia na organização do pensamento e da comunicação matemática.

KRULIK e REYS (1997) dizem ainda que é importante estimular o aluno a fazer a verificação da solução, deixando claro para ele que é permitido errar. O erro deve ser encarado como ponto de apoio para uma nova ideia. Para eles, o professor deve orientar, questionar e estimular o aluno durante a formulação e resolução de problemas, propondo-o o desafio de inventar seu próprio problema e não o apressar durante a resolução de problemas.

Talvez, uma ênfase nas estratégias de resolução de problemas ao longo de toda a matemática escolar prepare melhor as futuras gerações para os problemas que encontrarão.

2.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS SEGUNDO GEORGE POLYA

Resolver problemas é uma habilidade prática como nadar, esquiar ou tocar piano; você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...)se você quer aprender a nadar, você tem que entrar na água e se você quer se tornar um bom "resolvedor de problemas", tem que resolver problemas. (POLYA, 1977, p. 65)

No renomado livro "A Arte de Resolver Problemas", traduzido para 15 idiomas, George Polya apresenta seu método em quatro passos, repleto de heurísticas e estratégias úteis para a resolução de problemas. Suas ideias representam uma inovação significativa em relação às abordagens existentes na resolução de problemas até então.

O processo proposto por Polya é dividido em quatro etapas distintas:

1. Compreensão do problema: Inicialmente, o aluno deve compreender o problema, buscando entender a situação e encontrar uma solução que satisfaça suas

condições. Isso envolve a interpretação cuidadosa da linguagem utilizada e a identificação dos conhecimentos prévios aplicáveis.

2. Construção de uma estratégia de resolução: Após compreender o problema, traça-se um plano ou estratégia para alcançar os resultados desejados. Regras, algoritmos ou operações são utilizados para a execução eficiente do plano elaborado.

3. Execução da estratégia: O terceiro passo consiste na implementação do plano, executando-o e transformando o problema por meio do algoritmo mais adequado à situação.

4. Revisão da solução: Finalmente, após a execução do plano e a obtenção de uma solução, o aluno deve verificar a validade da resposta. Isso inclui analisar a resposta obtida e verificar se ela satisfaz as condições iniciais do problema proposto, evitando equívocos comuns na apresentação de respostas incorretas.

Em resumo, ao resolver problemas matemáticos, é fundamental seguir uma abordagem sistemática. Duas metodologias proeminentes nesse contexto são a Modelagem Matemática e os passos propostos por Polya, as quais convergem de maneira significativa. Ambas compartilham uma filosofia comum na abordagem de desafios matemáticos.

Ao entrelaçar os passos de Polya com as fases da Modelagem Matemática, como a compreensão do problema, a formulação do modelo, a resolução e a interpretação dos resultados, obtemos uma estrutura unificada e abrangente para a resolução de problemas. Essa integração proporciona uma abordagem dinâmica e contextualizada, promovendo uma resolução mais eficaz e fornecendo uma base robusta para o desenvolvimento das habilidades matemáticas.

A ênfase na compreensão profunda do problema, na elaboração de estratégias e na execução cuidadosa do plano é comum a ambas as metodologias, destacando a importância de verificar rigorosamente a solução obtida. Essa sinergia entre a Modelagem Matemática e a metodologia de Polya destaca a necessidade de considerar diversas perspectivas no processo de resolução de problemas, enriquecendo a experiência educacional e profissional.

3 METODOLOGIA APLICADA NAS AULAS

A metodologia adotada neste projeto, realizado na Escola Estadual Henrique Diniz, localizado em Belo Horizonte, MG, foi organizada ao longo de cinco semanas, totalizando 12 aulas, cada uma com duração de 50 minutos. O objetivo principal foi proporcionar aos estudantes uma compreensão abrangente e aplicada dos conceitos fundamentais de Trigonometria no Triângulo Retângulo. O grupo participante consistiu em 25 alunos do 2º ano do Ensino Médio, com idades entre 16 e 17 anos.

Esses alunos enfrentaram uma lacuna no conhecimento de Trigonometria devido à ausência de aulas presenciais nos dois últimos anos do Ensino Fundamental, em decorrência da pandemia de COVID-19. Essa situação resultou na falta de aprendizado do conteúdo de Geometria Plana, essencial para a compreensão do Teorema de Pitágoras e da Trigonometria. Diante desse cenário, a metodologia adotada foi especialmente elaborada para preencher essas lacunas e assegurar um aprendizado efetivo.

A detecção da defasagem no conteúdo de Trigonometria tornou-se evidente ao seguir o plano de curso, que previa a abordagem da Circunferência Trigonométrica no terceiro bimestre. Ao constatar que os alunos não possuíam o embasamento esperado para esse conteúdo, ficou claro que a defasagem estava presente. Essa lacuna foi identificada ao confrontar o ponto do currículo planejado com o nível de compreensão dos alunos, ressaltando a necessidade de intervenção e ajustes na abordagem pedagógica para superar essa defasagem específica.

Cada semana foi planejada com atividades específicas, visando maximizar a compreensão e a aplicação prática dos temas abordados. O foco era proporcionar uma base sólida nesse campo da Matemática, considerando as deficiências identificadas nos conhecimentos prévios dos alunos

Semana 1: Avaliação Inicial e Questionário Online - 2 aulas

Na primeira semana, os alunos participaram de um questionário online com 12 perguntas de múltipla escolha abordando os temas do Teorema de Pitágoras e Trigonometria em triângulos retângulos. O questionário foi respondido de forma individual no laboratório de informática da escola, com identificação dos alunos. Essa

abordagem permitiu que o professor realizasse uma avaliação diagnóstica das respostas, analisando o desempenho de cada estudante de maneira personalizada. Posteriormente, com base nas respostas coletadas, o professor pôde fornecer um feedback direcionado, identificando pontos fortes e áreas que demandam maior atenção. Essa estratégia não apenas contribui para o entendimento individual dos alunos, mas também possibilita ajustes no processo de ensino, visando melhorias específicas de acordo com as necessidades identificadas.

Semana 2: Exploração Autônoma e Pesquisa em Laboratório - 3 aulas

Durante a segunda semana, os alunos foram divididos em cinco grupos de cinco integrantes e encaminhados a um laboratório de informática para realizar uma pesquisa de forma independente. Nesse processo, cada grupo teve a responsabilidade de explorar autonomamente os conceitos fundamentais de trigonometria utilizando recursos digitais. Os estudantes utilizaram o Google como ferramenta de pesquisa, acessando sites educacionais, vídeos e materiais online especializados em trigonometria. Além disso, para criar suas apresentações multimídias, os grupos utilizaram diversas plataformas, incluindo Slides no Canva, Google Apresentações e PowerPoint. Essas ferramentas permitiram que os alunos expressassem criativamente os conceitos aprendidos, incorporando gráficos, imagens e informações relevantes em suas apresentações. Esse enfoque não apenas promoveu a autonomia dos alunos na busca pelo conhecimento, mas também incentivou a colaboração e a expressão criativa no desenvolvimento das apresentações..

Semana 3: Apresentações e Discussões em Grupo - 2 aulas

Na terceira semana, os grupos utilizaram recursos multimídia para compartilhar suas descobertas com a turma. Durante as apresentações, explicaram os conceitos, raciocínios, métodos e abordagens empregadas na resolução de problemas relacionados à Trigonometria no Triângulo Retângulo. Em seguida, realizaram discussões em grupo para facilitar a troca de conhecimentos e fortalecer a compreensão do conteúdo.

Semana 4: Aplicação Prática em Grupo e Desenvolvimento de Modelos Matemáticos com Enfoque na Resolução de Problemas - 3 aulas

Durante a quarta semana, os alunos foram desafiados a criar problemas práticos que exigissem a aplicação dos conceitos de Trigonometria no Triângulo Retângulo, com o objetivo de calcular distâncias e/ou alturas de difícil acesso sem o uso desses conceitos. Eles seguiram a metodologia de resolução de problemas proposta por George Polya, renomado matemático húngaro.

Essa abordagem de resolução de problemas de Polya envolve quatro fases essenciais:

1. **Compreensão do Problema:** Os grupos iniciaram o processo compreendendo detalhadamente as situações que estavam criando, identificando os desafios e as metas a serem abordadas.
2. **Construção de uma Estratégia de Resolução:** Em seguida, traçaram estratégias sólidas para resolver os problemas que elaboraram, levando em consideração a aplicação da Trigonometria no Triângulo Retângulo.
3. **Execução da Estratégia:** Com a estratégia delineada, os grupos aplicaram os conceitos de Trigonometria no Triângulo Retângulo para resolver os problemas que eles mesmos criaram.
4. **Revisão da Solução:** Após a aplicação da estratégia, os grupos revisaram minuciosamente as soluções obtidas, garantindo sua precisão e validade.

Essa abordagem não apenas proporcionou a aplicação efetiva dos conceitos de Trigonometria no Triângulo Retângulo, mas também promoveu o desenvolvimento de habilidades essenciais de resolução de problemas. Os alunos puderam visualizar de forma prática a relevância e a aplicabilidade desses conceitos em situações do mundo real, o que resultou em uma compreensão mais profunda e uma assimilação duradoura do conteúdo. Essa prática alinhada à metodologia de Polya demonstra consonância com as melhores práticas no ensino de matemática.

Semana 5: Apresentação dos Modelos Matemáticos com Resolução de Problemas - 2 aulas

Na última semana do projeto, os grupos se dedicaram à apresentação e resolução dos problemas que haviam desenvolvido. Durante as apresentações, cada equipe demonstrou uma comunicação clara dos conceitos, suas aplicações práticas e os

resultados alcançados. As etapas de resolução de problemas foram aplicadas de forma eficaz na criação dos modelos. Após cada apresentação, houve discussões e reflexões sobre os diferentes modelos, promovendo uma valiosa troca de conhecimento entre os alunos e o professor. Isso incluiu uma análise crítica das estratégias de resolução adotadas, o que contribuiu para uma melhor compreensão dos conceitos.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na primeira semana do projeto, os alunos responderam a um questionário online com 12 questões para avaliar seu conhecimento prévio sobre o Teorema de Pitágoras e a Trigonometria em triângulos retângulos. Em seguida, participaram de uma sessão presencial em grupo para discutir suas respostas, onde o professor forneceu feedback e esclarecimentos. Essa abordagem promoveu a colaboração e a adaptação às necessidades individuais dos alunos. A metodologia demonstrou eficácia em identificar pontos fortes e áreas que necessitavam de mais atenção, estabelecendo uma base sólida para o curso.

Ao analisar os resultados do questionário, a Figura 1 sugere que, em particular, a compreensão da relação entre ângulos em um triângulo, a relação entre catetos e hipotenusa em triângulos retângulos, e o Teorema de Pitágoras são áreas de desafio para os alunos. Esta dificuldade pode ser atribuída, em parte, à falta de uma base sólida em conceitos matemáticos anteriores. Se os alunos não possuem uma compreensão robusta de geometria básica e operações com números, enfrentarão maior dificuldade ao assimilar esses conceitos mais avançados. A ausência de fundamentos prévios pode representar um obstáculo significativo na compreensão desses tópicos geométricos complexos. Portanto, a abordagem de Krulik e Reys (1997) de começar com problemas simples e progredir gradualmente para desafios mais complexos pode ser aplicada de forma eficaz para construir uma base sólida nesses conceitos.

Figura 1 - Questionário Online

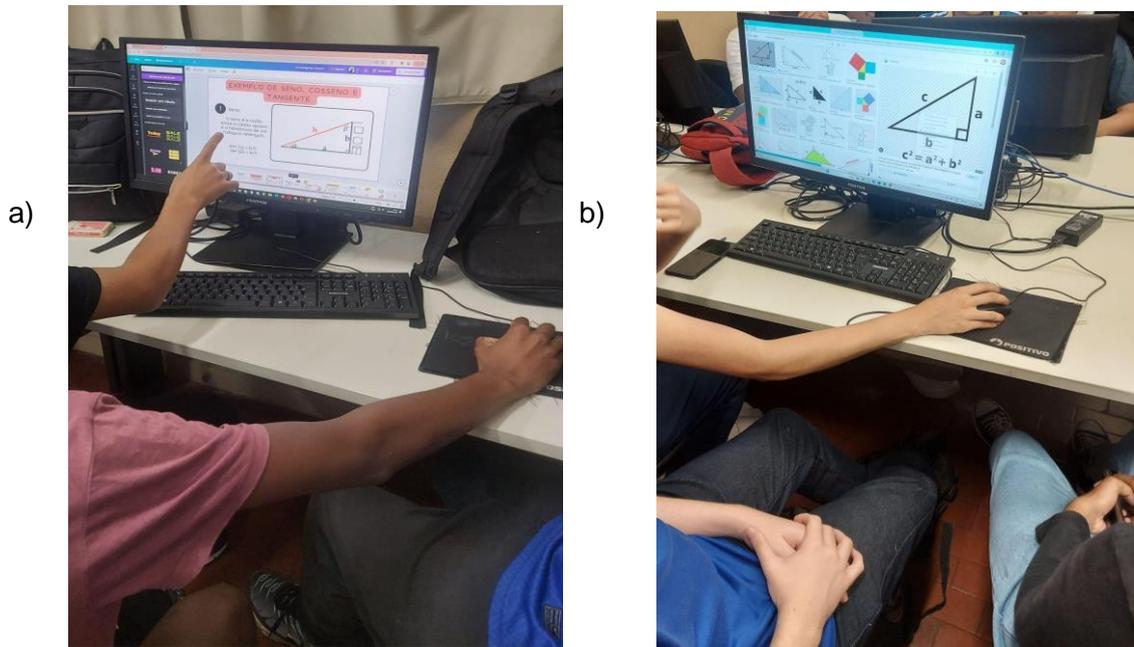
Pergunta	Respostas corretas
Qual é a relação entre os ângulos internos de um triângulo e quantos graus somam esses ângulos?	12 / 25
Qual é a afirmação correta sobre o Teorema de Pitágoras?	10 / 25
Qual é a relação entre os catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo de acordo com o Teorema de Pitágoras?	11 / 25

Fonte: elaborada pelo autor (2023)

Durante a segunda semana do projeto, os alunos foram ao laboratório de informática para realizar uma pesquisa computacional, organizados em grupos, sobre a trigonometria. Posteriormente, apresentaram os resultados para a turma. Houve uma variedade de reações por parte dos estudantes. Um pouco mais da metade da turma demonstrou entusiasmo diante da oportunidade de explorar a trigonometria de maneira prática. No entanto, alguns adotaram uma postura mais cautelosa, possivelmente devido à percepção da complexidade do tema. Essa diversidade faz o professor refletir sobre a necessidade de adaptar sua abordagem pedagógica para atender às diferentes necessidades da turma. Após reconhecer as diferenças, o educador deve criar estratégias diferenciadas, oferecer suporte adicional quando necessário e promover um ambiente inclusivo que valorize diversas formas de aprendizagem. O objetivo é otimizar o processo de aprendizado e promover uma compreensão abrangente da trigonometria, independentemente das reações iniciais dos alunos.

Na Figura 2, os grupos adotaram abordagens distintas para a pesquisa. Alguns optaram por concentrar-se em aspectos específicos, explorando a aplicação das razões trigonométricas em contextos práticos. Isso incluiu situações do mundo real, como problemas de engenharia, navegação, física ou outras disciplinas, onde os conceitos trigonométricos foram empregados para resolver problemas concretos e relevantes. Essa escolha demonstra a variedade de enfoques utilizados pelos grupos na análise dos dados coletados durante o projeto, conforme mostrado na Figura 2a. Por outro lado, outros grupos optaram por uma abordagem mais ampla e introdutória, antes de se aprofundarem em detalhes mais específicos da Trigonometria e do Teorema de Pitágoras, como evidenciado na Figura 2b.

Figura 2 - Pesquisa no Laboratório de Informática



Fonte: autoria própria (2023)

Legenda: a) Grupo 1 - pesquisando em contextos práticos

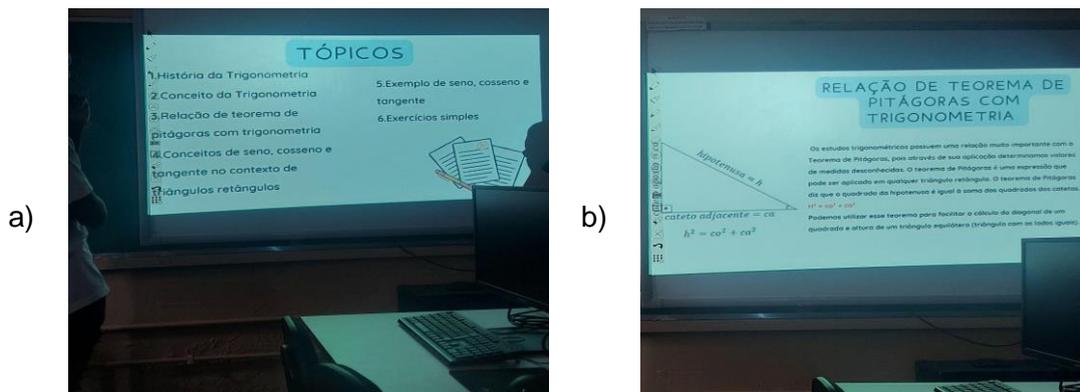
b) Grupo 2 - pesquisando Teorema de Pitágoras

A criação das apresentações multimídias representou um passo importante nesse processo de pesquisa. Cada grupo reuniu seus achados e insights, transformando-os em conteúdo visualmente envolvente e didaticamente eficaz. Isso demandou não apenas compreensão dos conceitos, mas também habilidades de comunicação e síntese.

Este período de pesquisa e criação de apresentações permitiu aos alunos a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos e desenvolver habilidades valiosas de apresentação e comunicação. Além disso, evidenciou a diversidade de abordagens que os alunos adotam ao abordar conceitos matemáticos complexos. Cada grupo, ao reunir seus achados, trouxe perspectivas únicas e métodos diferentes de apresentação, demonstrando que não há uma abordagem única ou linear para lidar com tópicos desafiadores. Isso destaca a importância de reconhecer e valorizar a diversidade de estilos de aprendizagem, permitindo que os alunos desenvolvam suas próprias estratégias para abordar e compreender conceitos matemáticos, enriquecendo assim a experiência de aprendizagem.

Durante a terceira semana, os grupos desempenharam um papel crucial ao compartilhar suas descobertas sobre a Trigonometria no Triângulo Retângulo. Essa abordagem alinha-se com a perspectiva de Dante (2003), que enfatiza a resolução de problemas como uma ferramenta essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos. Nas apresentações, os grupos exibiram diversas abordagens notáveis, realçando a aplicação prática dos conceitos em situações reais. Todos os cinco grupos forneceram exemplos concretos que ilustraram a relevância da trigonometria. Um grupo em particular optou por uma abordagem mais abstrata, concentrando-se em demonstrações matemáticas fundamentais, como ângulos, razões trigonométricas e o Teorema de Pitágoras. Nesse contexto, a abordagem abstrata envolveu a generalização de conceitos, priorizando a compreensão teórica desses fundamentos matemáticos em detrimento de aplicações práticas imediatas. A Figura 3, ilustra essas situações, reforçando a importância da Trigonometria no contexto do Triângulo Retângulo.

Figura 3 - Apresentação da pesquisa realizada



Fonte: autoria própria (2023)

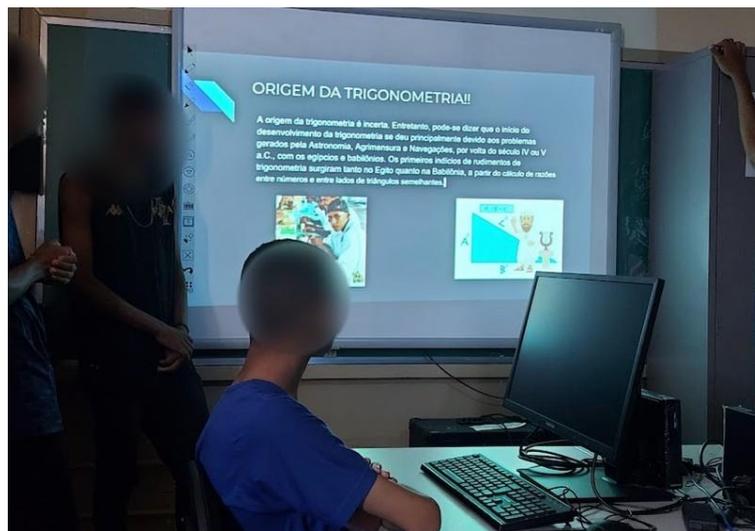
Legenda: a) Tópicos apresentados pelo grupo 1

b) Apresentação da Relação do Teorema de Pitágoras na Trigonometria pelo grupo 1

Essas apresentações ressaltaram a diversidade de estratégias de ensino empregadas pelos grupos, contribuindo para um entendimento mais abrangente e aprofundado dos conceitos estudados.

É interessante mencionar que alguns grupos enriqueceram ainda mais suas apresentações ao incluírem informações sobre a história e origem da Trigonometria em suas pesquisas, conforme mostrado na Figura 4.

Figura 4 - Apresentação no Laboratório de Informática



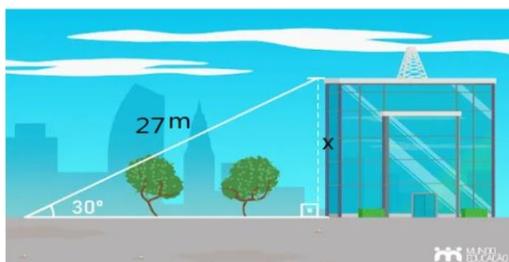
Fonte: autoria própria (2023)

Essa abordagem adicionou uma dimensão extra ao entendimento do tema, permitindo aos colegas terem uma visão mais abrangente e contextualizada da importância e evolução dessa área da matemática.

Nas discussões em grupo que se seguiram às apresentações, os alunos compartilharam insights valiosos sobre a Trigonometria no Triângulo Retângulo, destacando pontos como: exemplos de situações do mundo real onde a trigonometria desempenha um papel fundamental, isso incluiu casos como medição de alturas inacessíveis, determinação de distâncias em terrenos acidentados, entre outros cenários cotidianos. A figura 5 ilustra uma dessas situações.

Figura 5 - Situação do Mundo Real

Observando pela manhã a sombra de um prédio no chão, uma pessoa verificou que essa media 27 metros faziam um ângulo de 30° com a superfície. Baseado nessas informações, calcule a altura do prédio.



O prédio, determinam um triângulo retângulo. Utilizando o ângulo de 30° e a tangente, podemos determinar a altura do prédio.

Sen = Cat.oposto / Hipotenusa

Sendo x a altura do prédio, temos:

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{27}$$

Faça a multiplicação cruzada

$$2x = 27$$

$$x = 27/2$$

$$x = 13,5$$

Fonte: autoria própria (2023)

É possível notar, na Figura 5, que ao enfrentar a situação proposta, o grupo cometeu um equívoco na interpretação e resolução do problema ao empregar o Seno, sendo a Tangente a razão trigonométrica adequada para a validação do problema proposto.

Durante a quarta semana do projeto, os alunos foram desafiados a aplicar a Trigonometria no Triângulo Retângulo na criação de problemas práticos, trabalhando em grupos. Esta abordagem alinha-se com a perspectiva de Krulik e Reys (1997) sobre o processo de aprendizado matemático. Segundo os autores, é crucial que o aluno comece com problemas simples e, gradualmente, enfrente desafios mais complexos para fortalecer sua autoestima e confiança. Além disso, valorizar o processo de resolução, não apenas o resultado final, contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e aprimora a habilidade de comunicação matemática.

Ficou evidente que os estudantes enfrentaram dificuldades na elaboração das situações, destacando os desafios da aplicação prática desses conceitos. Tornou-se crucial não apenas manipular os conceitos teóricos, mas também aplicá-los em contextos do mundo real, compreendendo minuciosamente as situações propostas. Isso corrobora com a sugestão de Krulik e Reys (1997) de que é importante incentivar o aluno a pensar alto e a contar como resolve o problema, o que auxilia na organização do pensamento e na comunicação matemática.

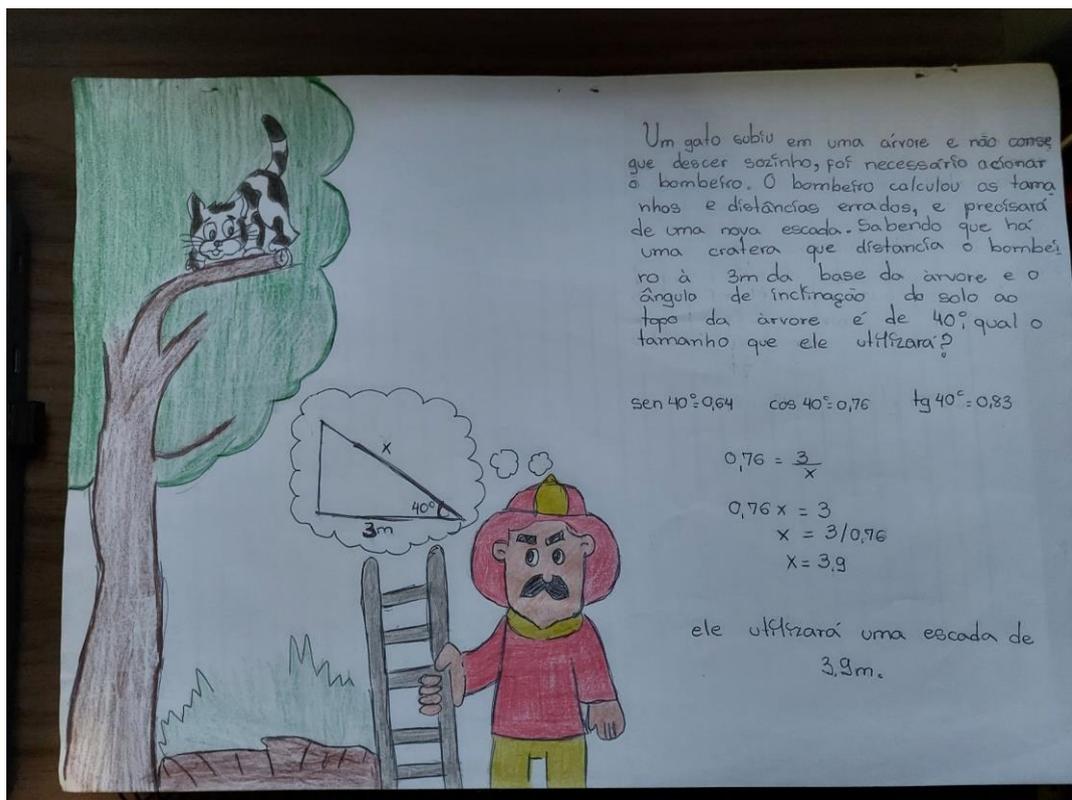
Adicionalmente, a etapa de construção de estratégias de resolução revelou-se crucial, exigindo que os alunos traçassem planos sólidos para solucionar os problemas criados. Isso demandou uma compreensão profunda da Trigonometria no Triângulo Retângulo e sua aplicabilidade nas situações propostas. Nesse estágio, alguns alunos apresentaram dificuldades em conectar os conceitos teóricos ao raciocínio prático, evidenciando a necessidade de uma abordagem mais focada nesse processo. Segundo Krulik e Reys (1997), é importante que o professor oriente, questione e estimule o aluno durante a formulação e resolução de problemas, proporcionando o desafio de inventar seu próprio problema e não apressar o processo.

A execução das estratégias também se mostrou desafiadora para os grupos, exigindo não apenas conhecimento, mas também coordenação e organização, aspectos que os alunos estavam em processo de desenvolvimento. Além disso, a revisão minuciosa das soluções obtidas evidenciou a importância da atenção aos detalhes e da

validação das respostas, habilidades que foram enfatizadas e fortalecidas ao longo do projeto.

Nas apresentações dos modelos matemáticos na semana seguinte, os alunos demonstraram evolução notável na comunicação de conceitos, aplicações práticas e resultados. A clareza na exposição dos processos matemáticos revelou domínio dos conteúdos e habilidade para ensinar. As figuras 6 e 7 ilustram duas dessas situações.

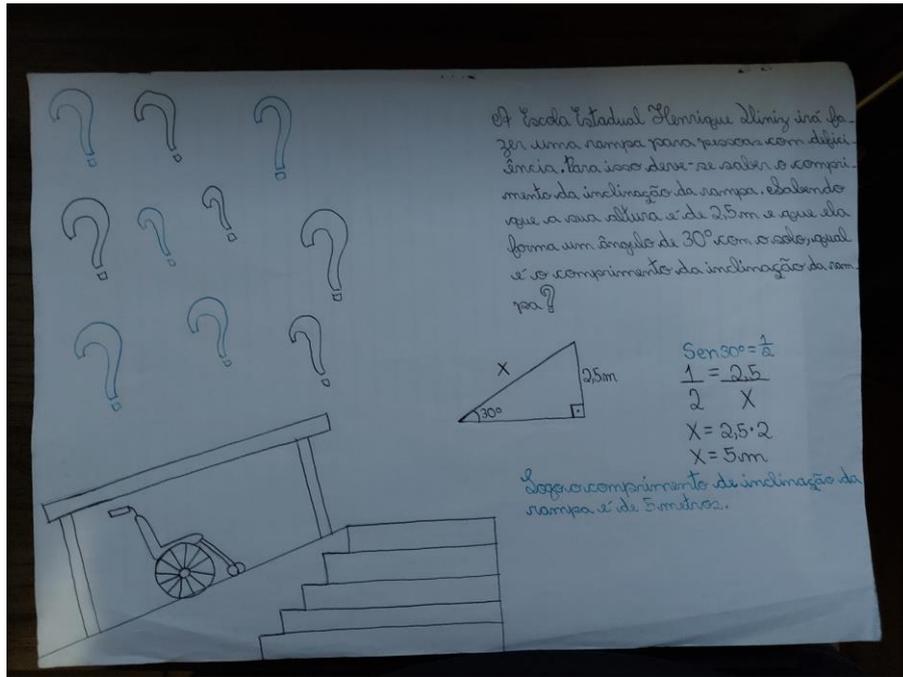
Figura 6 - Apresentação dos Modelos Matemáticos



Fonte: Grupo 4 (2023)

Legenda: Resolução do Modelo Matemático do grupo 4

Figura 7 - Apresentação e Resolução dos Modelos Matemáticos

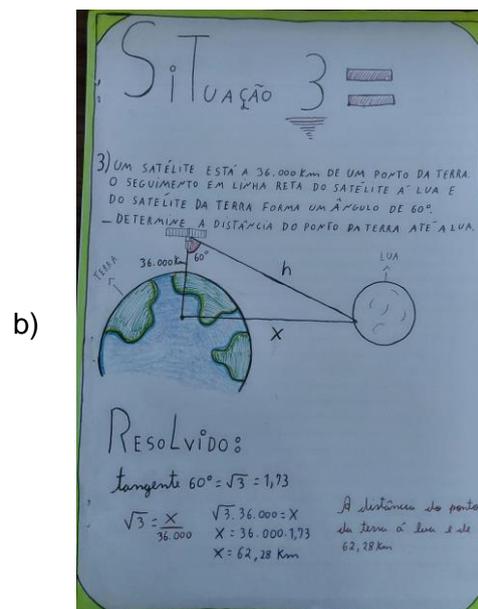
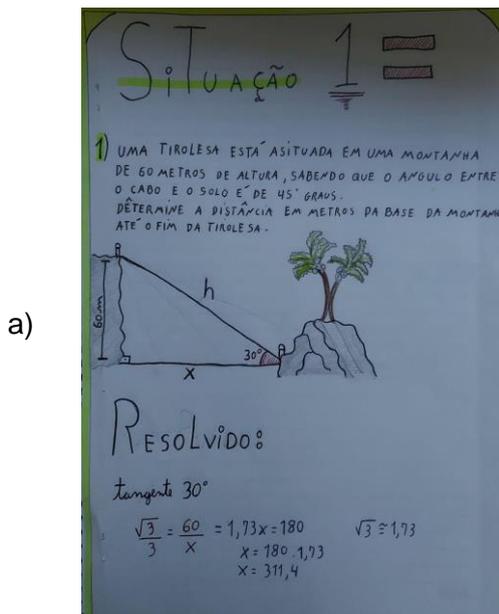


Fonte: Grupo 5 (2023)

Legenda: Resolução do Modelo Matemático do grupo 5

No entanto, conforme ilustrado na Figura 8, um grupo enfrentou desafios na Revisão da Solução, última etapa proposta por Polya na Resolução de Problemas.

Figura 8 - Elaboração e Resolução do Modelo Matemático



Fonte: Grupo 2 (2023)

Legenda: Resolução do Modelo Matemático do grupo 2

Percebe-se que, na figura 8 (a), o grupo cometeu um erro ortográfico na escrita do termo “situada”, assim como confundiu-se quanto à operação a ser utilizada em uma das etapas do processo de resolução da equação algébrica, resultando em um resultado incorreto.

Já na Figura 8(b), foi identificado um equívoco no cálculo final do grupo, no qual foi inserido um ponto decimal no número 36000, resultando em 36 e, conseqüentemente, levando a uma resposta incorreta para o problema proposto.

Após as apresentações, as discussões promoveram uma valiosa troca de conhecimento entre alunos e o professor, conforme preconizado por Krulik e Reys (1997). Comentários e perguntas levaram a uma análise crítica das estratégias de resolução, identificando áreas para aprimoramento. Essa dinâmica enriquecedora fortaleceu a compreensão dos conceitos e reforçou a importância da prática contínua.

A abordagem de George Polya sobre a resolução de problemas foi fundamental para o progresso dos alunos. Eles foram incentivados a seguir os passos de Polya, envolvendo a compreensão do problema, a criação de um plano de resolução, a execução do plano e, por fim, a revisão e reflexão sobre a solução encontrada. Essa metodologia estimulou a reflexão crítica e a organização do pensamento, contribuindo para a eficácia na abordagem e solução dos exercícios propostos.

A metodologia aplicada durante as semanas 4 e 5 resultou em uma experiência de aprendizado desafiadora e enriquecedora para os alunos. A análise do desempenho contínuo, observações em sala de aula e o feedback direto dos alunos indicaram que as dificuldades enfrentadas não apenas refletiram as complexidades intrínsecas da Trigonometria no Triângulo Retângulo, mas também evidenciaram o processo ativo de construção do conhecimento por parte dos estudantes. Notavelmente, as atividades práticas e as discussões em grupo atuaram como catalisadores significativos para o desenvolvimento de habilidades essenciais de resolução de problemas e comunicação matemática. Essa abordagem pedagógica se mostrou eficaz, contribuindo para uma assimilação duradoura dos conteúdos e promovendo um aprendizado mais significativo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente projeto de intervenção pedagógica adotou a abordagem centrada na resolução de problemas para o ensino da Trigonometria no Triângulo Retângulo, representando um avanço significativo no processo educacional. Ao envolver ativamente os estudantes na construção do conhecimento matemático, observamos progressos notáveis e uma assimilação aprimorada dos conceitos. O desenvolvimento do projeto evidenciou claramente essa maior assimilação, refletida na participação mais engajada dos alunos em atividades práticas e discussões em grupo. Além disso, destacou-se na melhoria da qualidade dos trabalhos realizados, no feedback positivo fornecido pelos próprios estudantes e na aplicação prática dos conhecimentos adquiridos para resolver problemas do mundo real. Esses indicadores combinados evidenciam que a abordagem adotada desempenhou um papel fundamental para uma compreensão mais profunda e eficaz dos conceitos de Trigonometria no Triângulo Retângulo.

A participação ativa dos grupos desempenhou um papel crucial ao propiciar o compartilhamento de descobertas, alinhando-se à perspectiva de Dante (2003) sobre a importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos. As apresentações dos grupos enriqueceram a compreensão dos conceitos, oferecendo uma visão ampla e contextualizada. A abordagem de George Polya na resolução de problemas mostrou-se valiosa, estimulando o pensamento crítico e organizado. Os resultados evidenciaram o cumprimento satisfatório dos objetivos, com uma compreensão mais profunda da Trigonometria no Triângulo Retângulo e o desenvolvimento de habilidades essenciais de raciocínio crítico.

A hipótese inicial sobre a eficácia da resolução de problemas em grupo, aliada à abordagem de Polya, foi confirmada pelos resultados positivos. A interação presencial em grupo, as apresentações e as atividades práticas proporcionaram uma avaliação formativa constante, permitindo ajustes ao longo do projeto. Recomenda-se a continuidade e ampliação das práticas adotadas, explorando o potencial das tecnologias educacionais. Sugere-se, ainda, a realização de estudos complementares para investigar a aplicabilidade desta abordagem em outros conteúdos matemáticos e em diferentes contextos educacionais.

Em síntese, este projeto destaca a eficácia da resolução de problemas como pilar fundamental no ensino da Trigonometria no Triângulo Retângulo, contribuindo significativamente para o aprimoramento do ensino matemático e proporcionando uma maior compreensão dos conceitos, bem como o desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais. Este estudo não apenas enriquece o ensino da trigonometria, mas também contribui para o campo mais amplo da educação matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília, 2000.

_____. Orientações curriculares para o ensino médio. Brasília, 2006.

_____. PCN + Ensino Médio. Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2002.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de Matemática. São Paulo: Ática, 2003.

KRULIK, Stephen. A resolução de problemas na matemática escolar/ Stephen Krulik, Robert E. Reys: tradução Hygino H. Domingues, Olga Corbo .- São Paulo: Atual, 1997.

POLYA, George. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

SMOLE, K. S. e Diniz, M.I. (orgs.) Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001