

## **Modelagem Matemática como um instrumento de recuperação de aprendizagem do ensino de geometria**

*Mathematical Modeling as an instrument for learning recovery in geometry teaching*

*Leonardo Duarte da Cruz*<sup>1</sup>  
*Escola Estadual Afrânio de Melo Franco*

*Cláudia Adam Ramos*<sup>2</sup>  
*Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL-MG*

### **RESUMO**

Este artigo se propôs a investigar a modelagem matemática como um instrumento de recuperação de aprendizagem, ou seja, como um instrumento de nivelamento escolar em uma turma de alunos do 2º ano do Ensino Médio. O estudo foi desenvolvido convidando os alunos a elaborar um projeto para a construção de uma rampa de acessibilidade para uma escola de Belo Horizonte, capital de Minas Gerais. A definição do trabalho surgiu de forma natural, durante aulas da componente curricular “Núcleo de Inovação Matemática”, com base em discussões e aprofundamentos sobre os Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável no Brasil constantes nas diretrizes da Secretaria de Estado de Educação. Nesse contexto, foi sugerido que alunos criassem objetivos para o desenvolvimento escolar da instituição em que estudam, sendo a acessibilidade um dos tópicos listados pelos estudantes. Foi adotada análise qualitativa, a partir da observação sistêmica, como principal procedimento metodológico. Foi possível identificar a modelagem matemática como um instrumento que, além de contribuir para a recuperação da aprendizagem dos alunos, também desperta e exercita o olhar deles para a observação e respeito às necessidades alheias, com devido respeito às diferenças. Dentre os resultados observados, destacaram-se: maior interação entre alunos, aprofundamento das reflexões sobre o cotidiano, despertar do senso crítico e aprendizado técnico.

**Palavras-Chave:** Modelagem Matemática. Recuperação da Aprendizagem. Ensino de Geometria.

### **ABSTRACT**

This article set out to investigate mathematical modeling as an instrument for learning recovery, that is, as an instrument for school leveling in a class of 2nd year high school students. The study was developed by inviting students to develop a project for the construction of an accessibility ramp at a school in Belo Horizonte, capital of Minas Gerais. The definition of the work emerged naturally, during classes in the “Mathematical Innovation Center” curricular component, based on discussions and deepening of the Objectives for Sustainable Development in Brazil, according to guidelines from the State Department of Education. In this context, it was suggested that students create objectives for the academic development of the institution in which they study, with accessibility being one of the topics listed by students. Qualitative analysis was adopted, based on systemic observation, as the main methodological procedure. It was possible to identify mathematical modeling as an instrument that, in addition to contributing to the recovery of

---

<sup>1</sup> [leonardo.cruz@sou.unifal-mg.edu.br](mailto:leonardo.cruz@sou.unifal-mg.edu.br)

1. Link do ORCID do aluno.

<sup>2</sup> [Claudia.adam@sou.unifal-mg.edu.br](mailto:Claudia.adam@sou.unifal-mg.edu.br)

2. Link do ORCID do orientador.

students' learning, also awakens and exercises their eyes to observe and respect the needs of others, with due respect for differences. Among the results observed, the following stood out: greater interaction between students, deepening reflections on daily life, awakening critical sense and technical learning.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Learning Recovery. Teaching Geometry.

## 1 INTRODUÇÃO

Os resultados do último SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), cujas avaliações foram aplicadas em dezembro de 2021 e os resultados foram divulgados em setembro de 2022, indicam que o desempenho em matemática, dos alunos do ensino médio, piorou em relação à avaliação anterior. De acordo com o levantamento, 84,4% desses alunos indicaram saber menos de 50% do esperado para a matemática. Como na edição anterior, realizada em dezembro de 2019, haviam sido registrados 79,9% dos estudantes com o mesmo nível de conhecimento, conclui-se que a pandemia de COVID-19 agravou os problemas de baixa aprendizagem dos alunos na área de exatas (BRASIL, 2023).

Uma das razões para os resultados observados no SAEB 2021 devem-se às dificuldades com o acesso das aulas durante o Ensino Remoto, que afetou de forma mais acentuada os alunos da rede pública de ensino (SANTOS et. al., 2022). Assim, a ideia para o desenvolvimento desse estudo inseriu-se nesse contexto.

O presente trabalho se propôs a identificar como a modelagem matemática poderia contribuir para a recuperação da aprendizagem de geometria em uma turma de alunos do 2º ano do Ensino Médio. Para tal, trabalhou-se com a elaboração de um projeto de construção de rampa de acessibilidade a ser construída em uma escola da rede pública de ensino no estado de Minas Gerais. A utilização da modelagem, segundo Biembengut (2009), é tendência em educação matemática e se trata do envolvimento dos estudantes em atividades direcionada à solução de problemas reais. A modelagem, inclusive, é uma das competências específicas de matemática da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018):

“Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação” (p. 531).

A escolha do tema foi feita com base em aulas do componente curricular “Núcleo de Inovação Matemática”, ministrada a alunos de 2º ano do Ensino médio da Escola Estadual Afrânio de Melo Franco, na região de Venda Nova, em Belo Horizonte/MG, e

consiste em um projeto para construção de uma rampa de acesso na escola. A definição do trabalho surgiu de forma natural, com base nas discussões e nos aprofundamentos sobre os Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável no Brasil (ODS), conforme diretrizes da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais registradas em seu “Plano de Curso do Novo Ensino Médio: itinerário formativo 2023 – Aprofundamento integrado nas quatro áreas de conhecimento | 2º ano”. Além de elaborar “Objetivos para o Desenvolvimento Escolar” da referida instituição, ficou acordado, juntamente com os alunos, que seria elaborado um projeto de construção de uma rampa de acesso, inspirado no ODS 4 – “Educação de Qualidade”, que tem como uma das metas “construir e melhorar instalações físicas para educação, apropriadas para crianças e sensíveis às deficiências e ao gênero e que proporcionem ambientes de aprendizagem seguros e não violentos, incluídos e eficazes para todos”.

A ideia de analisar a aplicação da modelagem matemática para nivelamento, por meio da elaboração de um projeto de acessibilidade, justifica-se, ainda, pela percepção diária quanto à necessidade de construção de uma rampa de acesso à entrada principal da Escola que é objetivo desta pesquisa – local onde leciono, também, a alunos alvo deste trabalho.

Além de identificar a contribuição da modelagem matemática para o nivelamento de alunos, conforme mencionado, este projeto também mostra como a modelagem desperta e exercita o olhar dos alunos envolvidos para as necessidades alheias, com o devido respeito às diferenças. Isso se dá na medida em que a elaboração do projeto de execução de uma rampa de acessibilidade vai além de conceitos e cálculos matemáticos passando, especialmente, pelo entendimento dos desafios e das necessidades enfrentadas por quem efetivamente precisa desse recurso para locomoção e exercício do direito de ir e vir.

Para atender ao objetivo deste trabalho, foi adotada análise qualitativa a partir da observação sistêmica como principal procedimento metodológico. Tanto Gil (1999) quanto Rúdio (2002) entendem que a observação é a aplicação dos sentidos humanos para obter determinada informação sobre aspectos da realidade. Rúdio (2002) complementa que o termo ‘observação’ possui um sentido mais amplo, pois não trata apenas de ver, mas também de examinar e é um dos meios mais frequentes para conhecer pessoas, coisas, acontecimentos e fenômenos.

O trabalho se desenvolveu ao longo de 11 aulas, de 50 minutos cada uma, entre as quais foram distribuídas as seguintes etapas: apresentação e discussão do tema do

trabalho, levantamento de dados (definição e registro de medidas do local e análise de viabilidade para construção da rampa de acessibilidade), exposição de conteúdo/habilidades necessárias à elaboração do projeto, nivelamento das habilidades, elaboração do projeto e apresentação do resultado – o projeto de construção da rampa.

A análise de progresso dos alunos envolvidos no presente trabalho se deu por meio da aplicação de sequência didática disponibilizada pela própria Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO sobre MODELAGEM MATEMÁTICA**

Para entender como a modelagem matemática pode contribuir para o nivelamento de alunos do 2º ano do Ensino Médio, primeiro é importante compreender o conceito de modelagem no contexto da educação e como ela atende ao desenvolvimento de competências previstas para o Ensino Médio.

O autor Carlos Rodney Bassanezi (2002), em seu livro *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*, compartilha que

“modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsões e tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (p. 24)

Na obra *Modelagem em Educação Matemática*, João Frederico da Costa de Azevedo Meyer, Ademir Donizeti Caldeira e Ana Paula dos Santos Malheiros (2011) complementam o entendimento sobre modelagem reforçando o papel fundamental do aluno no processo de construção do conhecimento. Os autores ainda reforçam a importância de que esse envolvimento esteja aliado ao contexto de vida do estudante:

“[...] ao invés de se dar uma pergunta para o aluno, em que ele vai ter de usar determinada ferramenta matemática para garantir a obtenção da resposta certa, o aluno faz a pergunta para si e para os outros. Junto com o professor e os outros alunos, ele vai aprender (e usar) as ferramentas matemáticas já existentes para entender o fenômeno escolhido e, eventualmente, levar à sala de aula conhecimentos já produzidos pela cultura local para responder a questões relevantes, muitas vezes, até de forma aproximada” (p. 35)

Essa metodologia, em que os próprios alunos elaboram o problema e o respondem, tende a estimular os estudantes que, ao buscarem a solução da questão, conseguirão perceber com mais facilidade a aplicação dos conceitos matemáticos em uma situação que seja real e – mais importante, uma situação que é parte do seu cotidiano. A expectativa, nesse sentido, é que esses estudantes desenvolvam suas habilidades, estimulando a criatividade.

Para este trabalho, a própria Base Nacional Comum Curricular – BNCC faz-se necessária, de forma que este trabalho esteja em sintonia com o desenvolvimento de competências previstas para os alunos. Com isso em mente, a primeira competência geral esperada para a educação básica, registrada pela BNCC, é “valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva” (BRASIL, 2018). No que se refere à competência específica para desenvolvimento no Ensino Médio, o documento orienta “utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação (BRASIL, 2018).

No que diz respeito à sistematização da modelagem matemática na educação básica, Lourdes M. W. Almeida, Jussara L. Araújo e Eleni Bisognin (apud BURAK, 2004) listam cinco passos para encaminhamento didático das atividades – e que basearam a realização deste trabalho: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e análise crítica das soluções.

A escolha do tema ou identificação do problema deve partir, segundo a proposta da modelagem, do interesse e da realidade do grupo envolvido. No caso do trabalho proposto, essa escolha foi feita no contexto das aulas do componente curricular “Núcleo de Inovação Matemática”, na qual uma turma do 2º ano do Ensino Médio de escola pública estadual aprofundava conhecimentos sobre os Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável (ODS). Pensando nos desafios escolares da própria instituição em que estudam, entenderam que pensar na construção de uma rampa de acessibilidade na entrada da escola seria uma boa iniciativa.

A pesquisa exploratória tende a acontecer de forma natural, quando o grupo entende a necessidade de buscar mais informações a respeito de como solucionar determinada questão/problema. Essa busca por informações – especialmente quando orientada pelo professor, aguça habilidades dos estudantes como organização, senso crítico, tomada de decisões baseada em dados, autonomia. Neste trabalho em questão, a turma entendeu ser necessária a leitura da Norma Brasileira 9050, que trata da acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos, além de revisar conhecimentos matemáticos já estudados, como razões trigonométricas no triângulo retângulo.

O levantamento/compreensão do problema, por sua vez, “é o momento em que se inicia a ação matemática propriamente dita, pois é o início do levantamento dos problemas como resultado da pesquisa exploratória” (ALMEIDA, ARAÚJO e BISOGNIN, 2011, p. 49). Essa é uma das etapas em que o professor tem fundamental relevância no papel de mediador e, de acordo com sua condução, vai impactar diretamente na garantia – ou não, de um diferencial educativo para o estudante envolvido. No presente trabalho, a coleta de dados foi principalmente no processo de medições na portaria principal da escola – local avaliado para a construção da rampa de acessibilidade.

A quarta etapa desta proposta de modelagem matemática – a de resolução do problema, é quando são aplicados os conhecimentos matemáticos já adquiridos pelo estudante. Almeida, Araújo e Bisognin (2011) destacam:

“Na resolução de um problema ou de uma situação-problema, os conteúdos matemáticos ganham importância e significado. As operações, as propriedades e os diversos campos da matemática, que se fazem presentes nessa etapa, sem dúvida, atribuem significados aos conteúdos matemáticos”.

No presente trabalho, a etapa de resolução do problema se apresenta pela realização de cálculos para determinar inclinação, comprimento e número de segmentos da rampa, por exemplo, bem como cálculos de proporção para elaborar esboço do projeto. Outra aplicação matemática para resolução do problema é o esboço do projeto por meio do desenho da rampa.

Por fim, mas não menos importante, a análise crítica das soluções é a etapa que vai concluir essa proposta de modelagem matemática. Como observado por Almeida, Araújo e Bisognin (2011), este é o momento em que estudantes envolvidos na proposta

farão a junção de conhecimentos matemáticos e não-matemáticos para atingir os objetivos propostos:

“É uma ocasião em que se fazem as considerações e análise das hipóteses consideradas na etapa de levantamento dos problemas. Possibilita tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como aspectos não matemáticos, como ambientais, sociais, culturais e antropológicos envolvidos no tema.” (p. 51)

Para o presente trabalho, a análise crítica das soluções foi sistematizada por meio da aplicação de sequência didática sobre Triângulos – Relações Métricas, conforme detalhado a seguir.

### **3 RELATO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM**

#### **3.1 Identificação e investigação do problema**

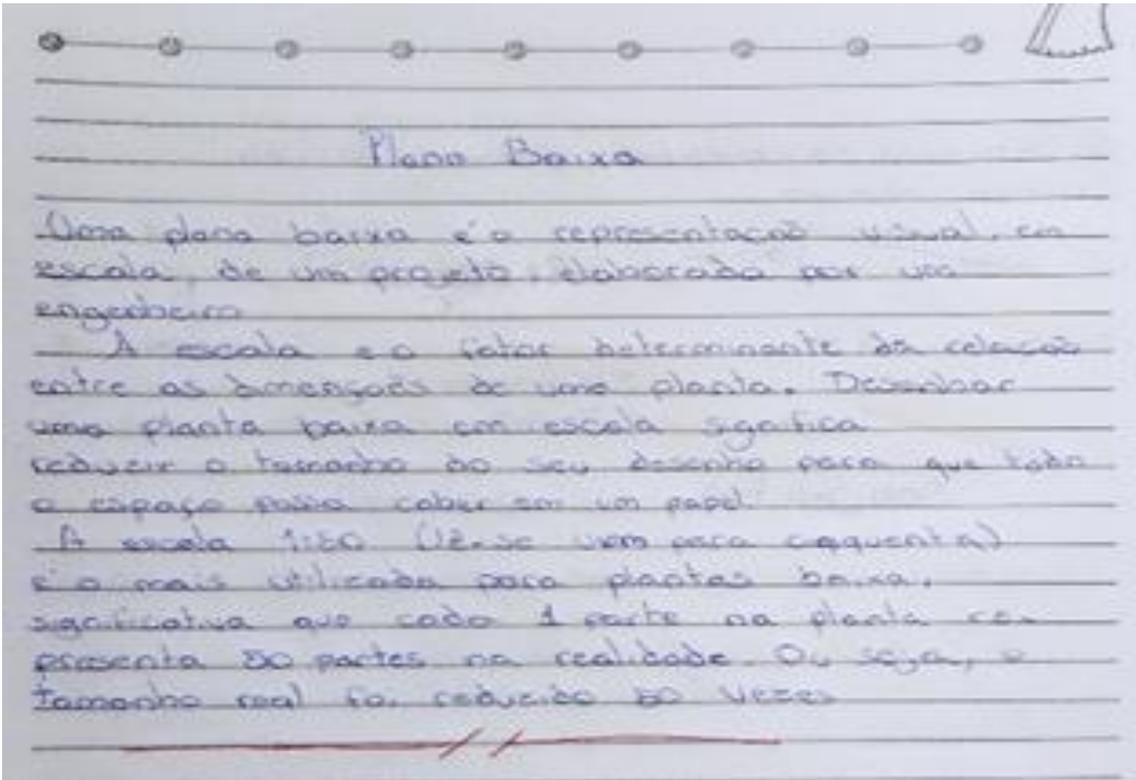
Alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Afrânio de Melo Franco, em Belo Horizonte/MG – público-alvo para realização deste estudo, utilizaram duas aulas, de 50 minutos cada uma, para definição do problema/tema de investigação. Na primeira delas, foi aprofundado estudo sobre os Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável (ODS), no contexto das aulas do componente curricular “Núcleo de Inovação Matemática”. O estudo foi especialmente focado no ODS 4, referente à Educação. Entendido o contexto geral e a importância dos ODS, a turma foi desafiada, na segunda aula, a criar uma lista com, pelo menos, 10 objetivos para o desenvolvimento escolar da Instituição em que estudam. Acessibilidade foi um dos objetivos apontados pelos estudantes.

A etapa de pesquisa para solução do problema envolveu pelo menos quatro aulas, distribuídas em subetapas, como sensibilização, revisão de conteúdo matemático e estudo de normas técnicas para a posterior aplicação prática.

A sensibilização foi trabalhada com foco no entendimento das diferenças de cada pessoa e suas respectivas necessidades físicas/motoras e emocionais. Para isso, foi aplicada a atividade “Somos todos diferentes”, proposta no livro “Moderna em projetos: Matemática e suas tecnologias” (2020, p. 103 e 104), em que os estudantes envolvidos assistiram vídeos relacionados à convivência com as diferenças e participaram de roda de conversa.

A revisão de conteúdo, como visto na Fotografia 1, foi outro passo importante para consolidação da proposta e envolveu recapitulação sobre proporção e semelhança de Triângulos, bem como conceitos e exercícios de Trigonometria, posteriormente aplicada para calcular relações entre lados e ângulos de triângulos retângulos, usando as funções trigonométricas seno, cosseno e tangente – importante para determinar a medida do desnível com uso do teodolito.

**Fotografia 1** – Revisão de conceitos matemáticos: revisão do conceito de planta baixa/proporção.



Fonte: Autores.

Legenda: Imagem do caderno de uma aluna em que é feita a revisão do conceito de planta baixa, que se constitui uma aplicação usual para o conceito de proporcionalidade, revisado pelos alunos.

A primeira atividade prática de revisão foi realizar o cálculo de alturas inacessíveis com uso do teodolito. Para isso, foi utilizado um teodolito caseiro, construído pelo professor e composto por um transferidor de aço inox, uma base para fixar o instrumento em um tripé e uma caneta a laser que, alinhada ao transferidor, facilita a medição do ângulo de visualização. A imagem do instrumento pode ser vista na Fotografia 2A.

A Fotografia 2B mostra, ainda em sala de aula, os alunos sendo orientados sobre a forma com que o teodolito é utilizado para fazer medições, sendo que o primeiro contato com o instrumento foi feito com auxílio do professor. Na prática, a turma efetuou a

medição da altura do pé direito da sala de aula: mediu-se a distância da parede ao ponto em que o teodolito foi posicionado observando-se o ângulo formado ao projetar o laser no ponto mais alto da parede. Após determinar a altura do pé direito da sala, utilizando o teodolito, os estudantes efetuaram a medida da parede com o uso da trena, com o objetivo de comparar as medidas. A conclusão a que chegaram é que, por ser um instrumento de fabricação caseira, a medida não é exata, mas há uma boa aproximação e, portanto, é viável a utilização do teodolito na elaboração do projeto.

**Fotografia 2** – Revisão de conceitos matemáticos: apresentando o teodolito caseiro.

(A)



(B)



Fonte: Autores.

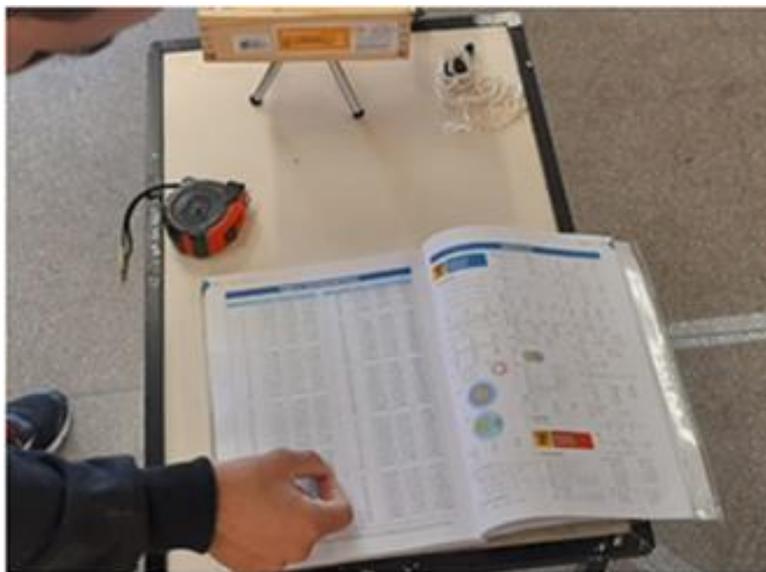
Legenda: Imagem (A), à esquerda, exibe o teodolito caseiro. Imagem (B), à direita, mostra a utilização do instrumento em sala de aula, auxiliado pelo professor.

Também foi aplicada outra proposta para que os alunos fizessem o uso do teodolito – ainda durante a fase de revisão de conteúdo, mas, desta vez, sem a participação direta do professor.

O desafio apresentado foi pedir aos alunos que realizassem as medições da altura de alguns pontos “inacessíveis” em outros espaços da escola, como altura do prédio e da estrutura da cobertura da quadra de esportes (Fotografia 3B). Os cálculos foram efetuados utilizando calculadoras dos smartphones dos próprios estudantes e, em uma das oportunidades, como curiosidade, também foi possível apresentar à turma a tabela trigonométrica (Fotografia 3A). O objetivo foi apresentar mais essa ferramenta matemática como opção, visto que, devido ao acesso facilitado a calculadoras científicas, computadores e aplicativos de celular, a tabela trigonométrica é pouco utilizada.

**Fotografia 3** – Revisão de conceitos matemáticos: medições de alturas difíceis de serem obtidas diretamente.

(A)



(B)



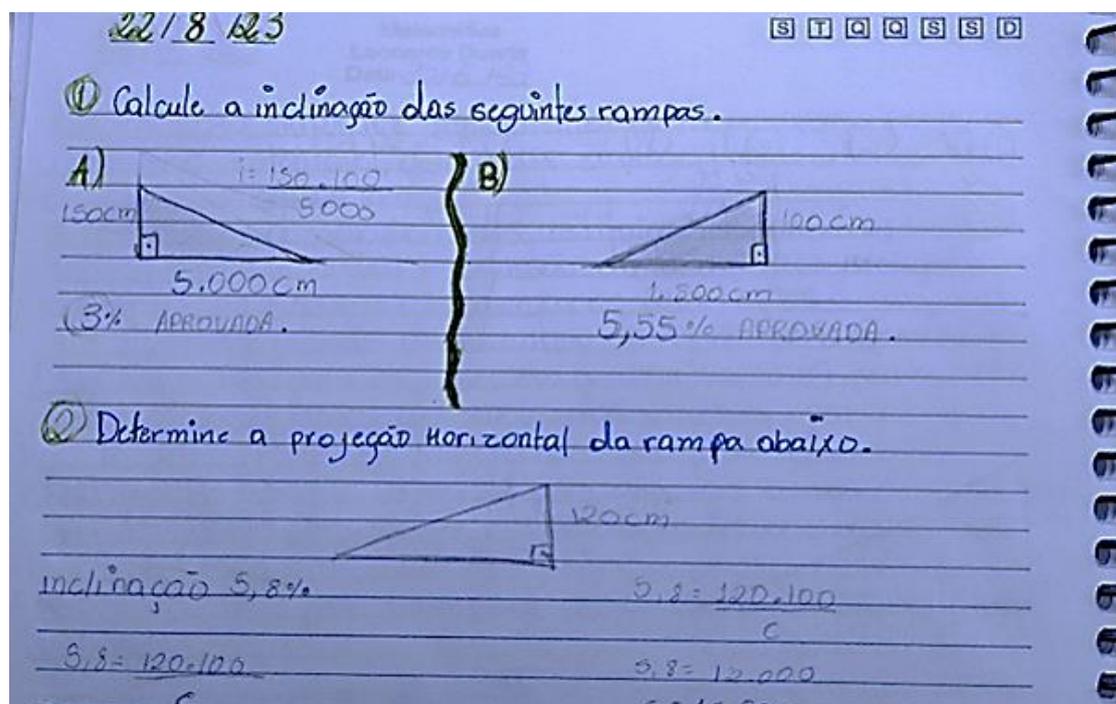
Fonte: Autores

Legenda: Imagem (A), à esquerda, exibe os cálculos de medição com uso da tabela trigonométrica, enquanto a Imagem (B), à direita, exibe a medição de altura do prédio da escola por meio do uso teodolito caseiro. Ambas as situações, sem auxílio direto do professor.

Vale destacar que a fase dedicada à revisão de conteúdo exigiu mais tempo de dedicação, em virtude da presença e da participação de alunos de inclusão. Na turma que foi objeto de estudo para este trabalho, cinco alunos possuem problemas cognitivos, sendo dois com laudo para TEA – Transtorno do Espectro Autista. Desse grupo, quatro foram bastante participativos em todas as atividades propostas.

Dentro da etapa de pesquisa para solução do problema proposto, foi feito estudo da Norma Brasileira 9050 (NBR 9050), que trata da acessibilidade a edificações, mobiliários, espaços e equipamentos urbanos. Na aula dedicada a este tópico, foram feitos exercícios sobre inclinação com parâmetros da NBR 9050, como é possível perceber por meio da imagem do caderno de um aluno (Fotografia 4). Os alunos foram estimulados a associar a inclinação da rampa com as relações trigonométricas – principalmente a tangente. Além disso, o uso da álgebra foi adotado para resolver equações que relacionam as variáveis envolvidas no projeto da rampa, possibilitando determinar o comprimento do segmento de rampa, a projeção horizontal e outros parâmetros necessários à construção da rampa de acordo com a NBR 9050.

**Fotografia 4** – Trigonometria e a Norma Brasileira 9050, que trata da acessibilidade a edificações, mobiliários, espaços e equipamentos urbanos.



Fonte: Autores.

Legenda: Imagem do caderno de um aluno em que exibe a revisão de trigonometria, por meio da resolução de exercícios envolvendo os parâmetros NBR 9050.

Feita a sensibilização em relação ao problema proposto pelos estudantes, a revisão de conteúdo matemático e o estudo de normas técnicas necessárias à possível solução prática, a turma se aprofundou na compreensão do problema por meio da coleta de dados locais. Nesse sentido, foi proposta a medição da rampa já existente na escola, presente em outra portaria, para que os alunos checassem se a construção atende às normas da NBR 9050.

Antes de iniciar as medições da rampa já existente na escola, os alunos observaram a lateral da construção para se certificarem de que todos conseguiram identificar triângulos retângulos na estrutura. Com uma trena, os estudantes mediram a projeção horizontal e a altura do primeiro lance de rampa e, ao aplicarem a equação para cálculo de inclinação de rampa da NBR 9050, chegaram à conclusão de que a rampa não foi construída de acordo com as normas técnicas. Isso porque foi identificada a inclinação de 14,29%, sendo que a inclinação máxima, em situações excepcionais, é de 12,5%.

**Fotografia 5** – Rampa já existente na escola: medição e base para projeto de construção de uma outra rampa de acessibilidade.

(A)



(B)



Fonte: Autores.

Legenda: Imagem (A), superior, exibe a rampa de acessibilidade, já existente na escola, presente em um dos acessos (portaria) da instituição. Imagem (B), inferior, mostra os alunos checando se a referida rampa atende às especificações constantes nas normas técnicas da NBR 9050.

A medição do desnível da portaria principal da escola – local escolhido para execução do projeto, seria realizada com uso de teodolito, mas antes de informar a utilização do instrumento, os estudantes foram desafiados a pensar em outras maneiras de medir o desnível da entrada da escola. Para isso, foram colocados à disposição da turma:

uma trena de 5 metros, um rolo de barbante, uma régua de alvenaria de 2 metros e um ‘nível’ (Fotografia 6A).

**Fotografia 6** – Medição do desnível cujo acesso se dará por meio de uma rampa projetada pelos estudantes.

(A)



(B)



Fonte: Autores.

Legenda: Imagem (A), à esquerda, exibe os alunos fazendo a medição do desnível utilizando uma trena, já a Imagem (B), à direita, mostra a medição do desnível por meio do uso do teodolito caseiro.

A primeira tentativa foi utilizar barbante para “projetar” o último degrau superior da escada no muro onde fica o portão de entrada. A opção, no entanto, não se mostrou viável, já que não era possível alcançar a altura da projeção do patamar superior da escada no muro – para isso, seria preciso uma escada ‘de pintor’. Uma outra proposta foi medir a altura dos degraus da escada – chamado tecnicamente de ‘espelho’. Para isso, os alunos realizaram o seguinte cálculo:

Número de degraus  $\times$  medida do espelho

$$17 \times 0,14\text{m} = 2,38\text{m}$$

Feitas as tentativas de medição utilizando ‘materiais alternativos’, foi proposto

aos alunos utilizarem o teodolito. Com o uso do instrumento, chegam ao resultado de 2,42m da medida do desnível (Fotografia 6B).

### 3.2 Cálculos matemáticos para resolução do problema

A resolução do problema – projeto para construção de nova rampa de acesso, por meio da aplicação de cálculos matemáticos, foi realizada naturalmente após a fase anterior de coleta de dados e compreensão detalhada da questão proposta. Nesse sentido, foram efetuados cálculos para determinar como seria a nova rampa: inclinação, comprimento, número de segmentos. Também foram realizados cálculos de proporção para elaboração de um esboço do projeto.

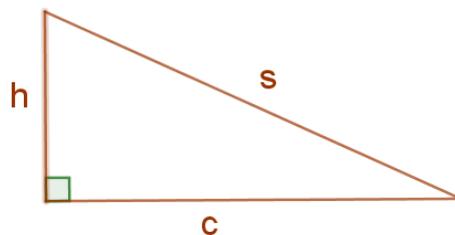
Sistematizando: depois de concluir a medida do desnível da entrada da escola, os alunos fizeram cálculos para determinar:

- A medida da projeção horizontal – uso da fórmula de inclinação.

$$i = \frac{h \times 100}{c}$$

sendo  $i$  a inclinação,  $h$  a altura do desnível e  $c$  a projeção horizontal da rampa.

- A medida do segmento da rampa – Teorema de Pitágoras.



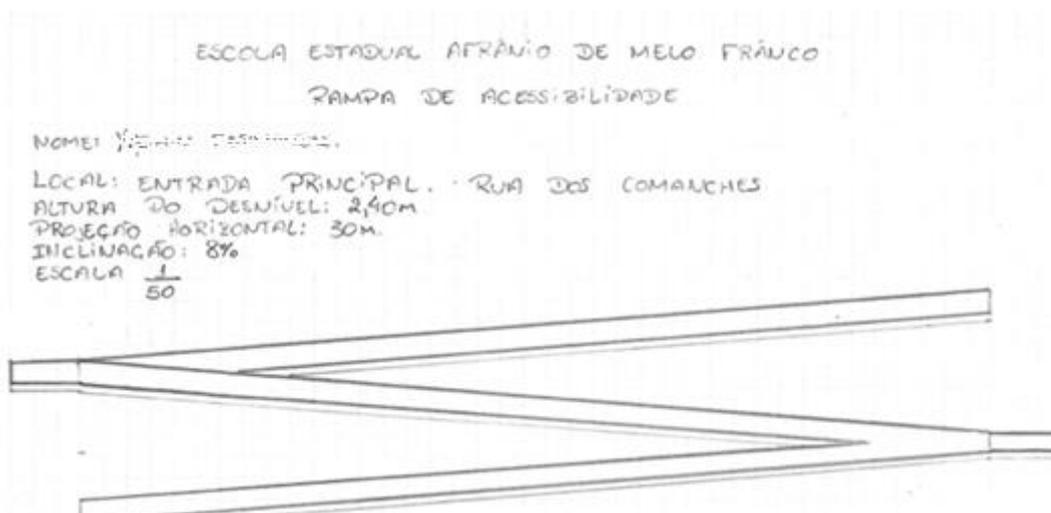
$$s^2 = h^2 + c^2$$

- A inclinação da rampa.
- A quantidade de segmentos para a nova rampa.

Para facilitar o esboço do projeto, foi combinado considerar a altura do desnível como sendo 2,40m.

Nesta etapa, foram feitos esboços do desnível da escada e do projeto da rampa (Fotografia 7), com o cálculo de proporção para desenhar o esboço, sendo a escala utilizada de 1:50.

### Fotografia 7 – Esboço da rampa de acessibilidade



Fonte: Autores.

Legenda: Imagem do registro do projeto da rampa no caderno de uma aluna.

## 4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A experiência de aplicação da modelagem matemática relatada neste estudo, junto à turma do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Afrânio de Melo Franco, em Belo Horizonte/MG, apresentou resultados que podem ser sintetizados em interação, reflexões sobre o cotidiano, despertar do senso crítico e aprendizado técnico por parte dos alunos diretamente envolvidos.

Como de praxe, a proposta envolveu tanto conteúdo teórico quanto prático e, o envolvimento da turma nas aulas práticas foi naturalmente maior que nas demais atividades quando começamos a estudar e a entender melhor os Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável (ODS) – base para este estudo e parte do componente curricular Núcleo de Inovação Matemática.

No que diz respeito à interação, os alunos envolvidos na proposta foram incentivados a criar, com base nos Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável, o que eles chamaram de Objetivos para o Desenvolvimento Escolar, com foco na instituição de ensino em que estudam. Essa proposta, por si, já permitiu diversas discussões e reflexões sobre a realidade da referida escola e compartilhamentos que aproximaram colegas e professor. Já no que diz respeito às aulas práticas – considerando que a turma optou por

avaliar a possibilidade de construir uma rampa para acessibilidade, a interação foi evidenciada na identificação e na distribuição natural de tarefas conforme habilidades de cada colega, como grupo responsável por anotações, outro por efetuar medidas ou para realização de cálculos, por exemplo.

As reflexões sobre o cotidiano dos alunos e da própria escola foram outros ganhos da aplicação da modelagem matemática nesse contexto. Com base em conversas, pesquisas e observações, os estudantes discorreram sobre a presença – ou não, de rampas em shoppings, calçadas, avenidas e em outras escolas, por exemplo. Eles também observaram a utilização desses mecanismos por pessoas com mobilidade reduzida, bem como a real efetividade dessas construções para cumprimento do direito de ir e vir, bem-estar e qualidade de vida de quem faz uso contínuo. Entre outros benefícios, essas reflexões permitiram novo olhar e empatia sobre “a realidade do outro”.

A interação entre colegas e as reflexões durante as aulas culminaram no despertar de um senso crítico dos alunos a respeito da acessibilidade na própria escola. Essa, claramente, revela-se outra conquista da aplicação da modelagem matemática na forma como foi apresentada neste trabalho. Os estudantes chegaram a conclusões como: (1) a escola não está preparada para receber aluno cadeirante, pois não possui nenhum tipo de acessibilidade; (2) a rampa da escola, construída recentemente, estava fora dos padrões técnicos da construção civil para acessibilidade; (3) a única rampa da escola dá acesso somente ao estacionamento e à quadra de esportes, o que inviabiliza o trânsito de pessoas com mobilidade reduzida a outros espaços da instituição de ensino.

Resultados como esses listados acima reforçam o pensamento de Ole Skovsmose, em seu artigo “Cenários para investigação” (2000):

O meu interesse numa abordagem de investigação tem relação com a educação matemática crítica, a qual pode ser caracterizada em termos de diferentes preocupações. Uma delas é o desenvolvimento da *Materácia*, vista como uma competência similar à literacia caracterizada por Freire. *Materácia* não se refere apenas às habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática. (Skovsmose, 2000, p. 2)

Por fim, mas não menos importante, a aplicação da modelagem matemática no contexto do componente curricular Núcleo de Inovação Matemática, para alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Afrânio de Melo Franco – BH/MG,

proporcionou conhecimento a respeito da Norma Brasileira Regulamentadora 9050 (NBR 9050), que trata sobre acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos. Esse conhecimento permitiu aos jovens saber que existem normas que padronizam obras de engenharia, que essas normas estão disponíveis e que o conhecimento matemático os ajuda a entender as especificações.

Certamente, a aplicação da modelagem matemática no contexto deste trabalho gerou outros resultados que extrapolam o conteúdo matemático e que podem ser investigados em propostas futuras.

## **5 AVALIAÇÃO DO USO DA MODELAGEM**

A aplicação da modelagem matemática se mostrou positiva tanto para despertar o interesse quanto o rendimento escolar de alunos do 2º ano do Ensino Médio, que foram objeto deste estudo. O resultado foi evidenciado por meio de aplicação da sequência didática Geometria e medidas: Triângulos – Relações Métricas, por meio da qual pode-se observar melhor desempenho na realização da atividade e, conseqüentemente, o progresso no nivelamento dos estudantes (Figuras 1 e 2).

O uso da modelagem matemática aumentou o interesse da turma pelo assunto. A metodologia se mostrou mais significativa para os estudantes, já que alguns conceitos matemáticos, que antes não faziam sentido para eles, foram aplicados pelos próprios alunos em situações reais.

A resolução de problemas foi outra habilidade desenvolvida durante o tempo de realização deste estudo. Ao longo das atividades práticas, os alunos resolveram problemas reais, como mediar a altura do prédio da escola e a inclinação da rampa existente na instituição. Para isso, a turma precisou utilizar diferentes estratégias e conhecimentos matemáticos para encontrar aqueles que fossem mais apropriados para chegar à solução. Esse processo conferiu aos alunos maior confiança e iniciativa na busca por resultados.

Outro benefício observado como fruto da aplicação da modelagem matemática em sala de aula foi a redução do tempo de entrega das atividades. A sequência didática que tinha previsão de seis aulas para ser concluída – e normalmente demoravam mais tempo que o previsto, foi realizada, pela maioria da turma, em cinco aulas.

O trabalho em equipe foi outro ganho da utilização da modelagem matemática no processo de ensino-aprendizagem. Já autoconfiantes, os alunos passaram a interagir uns com os outros para troca de conhecimentos e comparar resultados.

Sobre a avaliação da aplicação da modelagem matemática no trabalho proposto, registra-se também, de forma positiva, a autonomia dos estudantes na realização das atividades. Foi observado que os alunos desenvolveram, sem ajuda, atividades que, em outras situações, dependeriam do direcionamento do professor.

Figura 1 – Exemplo de exercício resolvido por aluno do 2º ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Afrânio de Melo Franco. Aplicação de proporcionalidade para resolução do problema.

**Atividade 1**

Rafael trabalha no setor de Engenharia de Tráfego da Prefeitura de Vila Verde. Entre outras atividades, ele desenvolve mapas de diversas regiões do município. Observe a vista superior de parte do centro da cidade:

**Situação do Centro antes das obras**

**Situação do Centro após as obras**

Será realizada uma obra para melhorar o tráfego nessa parte do centro da cidade. A obra consiste na abertura da "Rua Nova" paralela à Avenida dos Pássaros. Rafael fez um esboço da imagem após a realização das obras indicando algumas das medidas reais.

A) Rafael não sabe a medida do lado  $EC$  da Praça 8, como ele pode encontrar essa medida sem enviar uma equipe para medir diretamente? Ele chamou essa medida de  $x$ . Ajude Rafael e calcule o valor de  $x$ .

$$\frac{AB}{ED} = \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC}$$

$$\frac{100}{x} = \frac{150}{60}$$

$$\frac{100}{x} = \frac{2,5}{0,4}$$

$$5x = 200$$

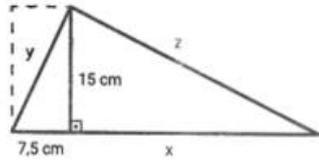
$$x = \frac{200}{5}$$

$$x = 40$$

Figura 2 – Exemplo de atividade desenvolvida por aluno do 2º ano do Ensino Médio, sem necessidade de orientação do professor responsável.

**Atividade 13**

A prefeitura de Vila Verde irá construir rampas de acesso para cadeirantes em todas as calçadas da cidade. As rampas terão o modelo da figura ao lado:



A) Calcule as medidas, em centímetros, de x, y e z.

$y = \sqrt{15^2 + (7,5)^2}$   
 $y = \sqrt{225 + 56,25}$   
 $y = \sqrt{281,25}$   
 $y = 16,8$

$\frac{16,8}{z} = \frac{15}{7,5}$   
 $z = \frac{16,8 \cdot 7,5}{15}$   
 $z = 16,8 \cdot 0,5$   
 $z = 8,4$

$\frac{15}{7,5} = \frac{z}{7,5}$   
 $2,5x = 15 \cdot 15$   
 $2,5x = 225$   
 $x = \frac{225}{2,5}$   
 $x = 90$

B) A inclinação da rampa pode ser expressa como a razão entre a altura do desnível e o comprimento da projeção horizontal (sombra da rampa), neste caso, a medida x, vezes 100. Essa fórmula expressa a inclinação em percentual:  $i = \frac{h}{m} \times 100$

Calcule a inclinação da rampa

$i = \frac{h}{m} \cdot 100$

$i = \frac{15}{7,5} \cdot 100$   
 $i = 2 \cdot 100$   
 $i = 200\%$

C) Se uma inclinação considerada adequada é igual a 8%, ou seja, a altura do desnível tem 8% da projeção horizontal, a rampa de acesso construída pela prefeitura de Vila Verde está dentro das normas? *no*

Sequência Didática | Matemática | Geometria e medidas | Triângulos - Relações Métricas

## 6 CONCLUSÕES

Analisando os resultados desta pesquisa, baseada no desenvolvimento de estudantes que utilizaram a modelagem matemática para criar um projeto de rampa de acessibilidade na escola pública onde estudam, é possível concluir que o uso dessa proposta pedagógica propicia ambiente de aprendizagem estimulante – uma turma que tinha pouca participação nas atividades propostas, interagiu quase que em sua totalidade durante o tempo de desenvolvimento deste estudo, principalmente as atividades práticas.

Foi possível notar uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, por parte dos alunos envolvidos diretamente nas atividades. A aplicação desse conhecimento na resolução de problemas da sequência didática foi evidenciada, principalmente, na naturalidade como propunham soluções para os problemas – anteriormente, notava-se uma busca frequente por uma fórmula matemática que resolvesse a questão, aplicava-se a fórmula, obtinham a resposta, mas não compreendiam o processo.

Com resultados como esses em mente, a modelagem matemática mostra-se uma importante ferramenta para desenvolvimento, fixação e aplicação prática de conteúdos didáticos. Sua aplicação superou expectativas, facilitando e potencializando não só os resultados alcançados, como também o preparo e a condução das aulas.

Diante do que foi observado no desenvolvimento deste trabalho, pode-se concluir que a metodologia será, certamente, uma importante aliada no processo de ensino-aprendizagem, não apenas para turmas do 2º ano do Ensino Médio, mas, certamente, nas diferentes fases da vida acadêmica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, L.W. **Modelagem Matemática na Educação Básica**/ Lourdes Werle de Almeida, Karina Pessoa da Silva, Rodolfo Eduardo Vertuan. – São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, Lourdes M. W.; ARAÚJO, Jussara L.; BISOGNIN, Eleni (Orgs.). **Práticas de modelagem matemática na educação matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Editora da Universidade Estadual de Londrina, 2011.

ALMEIDA, Lourdes M. W.; DIAS, Michele R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. *Bolema*, ano 17, n. 22, p. 19

– 35, 2004.

ANDRADE ARAGÃO, Maria de Fátima. **A História da Modelagem Matemática: Uma Perspectiva de Didática no Ensino Básico. IX Encontro Paraibano de Educação Matemática.** Editora Realize, 2016. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/26383>. Acessado: 08 de Outubro de 2023.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002, 389p.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino.** 4 ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Relatório da amostragem do Saeb 2021** [recurso eletrônico]. – Brasília, DF : Inep, 2023. Disponível em <https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/relatorio-da-amostragem-do-saeb-2021>.

BRITO, Dirceu dos Santos e Almeida, Lourdes Maria Werle de. (2021). **Práticas de modelagem matemática e dimensões da aprendizagem da geometria.** Revista Actualidades Investigativas en Educación, 21(1), 1-29. Doi. 10.15517/aie.v21i1.42595

BURAK, D. **A modelagem matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática,** 1., 2004, Londrina, PR. p. 1-10.

LEONARDO, Fábio Martins de. (Editor responsável). “Moderna em projetos: Matemática e suas tecnologias”. São Paulo – 1ª Ed. Editora Moderna, 2020.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo. **Modelagem em Educação Matemática / João Frederico da Costa de Azevedo Meyer, Ademir Donizeti Caldeira, Ana Paula dos Santos Malheiros – 4. ed.;** – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

SANTOS, C. M., BORTOLUZZI, V. I e GHISLENI, T. S. Os desafios do ensino remoto nas redes públicas de ensino. **Research, Society and Development,** v. 11, n. 6, e41411628998, 2022.

SCHELCK, Paula Aparecida Aquiles do Valle. **O uso da trigonometria na construção de rampas de acesso / Paula Aparecida Aquiles do Valle Schelck.** – Campos dos Goytacazes, 2015.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação.** Bolema, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.