

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PRÁTICA NORTEADORA DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

MATHEMATICAL MODELING AS A GUIDING PRACTICE OF THE GEOMETRY TEACHING-LEARNING PROCESS IN THE 7TH GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL

Marina Batista Bigogno Fernandes¹
E. E. Doutor Norberto Custódio Ferreira

Cláudia Adam Ramos²
Universidade Federal de Alfenas

RESUMO

A matemática na sala de aula deve ter uma abordagem pedagógica que envolva os estudantes na construção e utilização de modelos matemáticos para entender, descrever e resolver problemas do mundo real. A Modelagem Matemática é uma perspectiva de ensino que permite que os alunos construam o seu conhecimento a partir da descrição de situações reais, por meio da aplicação de conceitos matemáticos conhecidos, a fim de tornar o aprendizado mais significativo e interessante, ao invés de simplesmente decorar fórmulas e teorias prontas. No presente artigo apresentamos os resultados do uso da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de figuras geométricas, desenvolvida com alunos de duas turmas de sétimo ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública estadual do estado de Minas Gerais. Os resultados evidenciaram eficácia na utilização da Modelagem Matemática, uma vez que houve maior engajamento/participação dos alunos na aula, bem como excelentes resultados sobre a compreensão do conteúdo, ao realizarem testes de aprendizagem.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática. Geometria. Ensino Fundamental II (anos finais).

ABSTRACT

Mathematics in the classroom should have a pedagogical approach that involves students in building and using mathematical models to understand, describe, and solve real-world problems. Mathematical Modeling is a teaching perspective that allows students to build their knowledge from the description of real situations, through the application of known mathematical concepts, in order to make learning more meaningful and interesting, rather than simply memorizing ready-made formulas and theories. In the present article we present the results of the use of Mathematical Modeling in the teaching-learning process of geometric figures, developed with students from two seventh grade classes of Elementary School, in a school of the state public network of the state of Minas Gerais. The results showed effectiveness in the use of Mathematical Modeling, since there was greater engagement/participation of students in the class, as well as excellent results on the understanding of the content, when performing a learning test.

Keywords: Mathematical Modeling. Geometry. Elementary School II (final years).

1 INTRODUÇÃO

A Educação Matemática, por meio do estudo e do desenvolvimento de técnicas (ou modos) mais eficientes de ensinar a matéria (D'AMBROSIO, 1993a), tem se

¹ marina.fernandes@sou.unifal-mg.edu.br

1. Link do ORCID do aluno.

² claudia.adam@unifal-mg.edu.br

2. <https://orcid.org/0009-0004-6531-9546>

esforçado para gerar transformações nas práticas adotadas em sala de aula, com o objetivo de obter um melhor aprendizado na disciplina. Apesar disso, as escolas ainda utilizam métodos tradicionais com práticas pedagógicas abstratas. A prática e a teoria ainda não estão em consonância.

Essa dissonância pode ser atribuída a uma série de fatores complexos e interconectados, como abordagens de ensino ultrapassadas, foco excessivo na memorização, falta de contexto e relevância do que está sendo estudado, ênfase em avaliações padronizadas e falta de recursos e tecnologia.

Esse cenário faz com que se crie a ideia de que a matemática é muito difícil, cujo entendimento dela acontecerá para uns poucos privilegiados. Adicionalmente, torna-se cada vez mais comum o questionamento – por parte dos alunos e da sociedade – do porquê de muitos dos seus conteúdos precisarem ser ensinados na escola. Com os questionamentos e o não entendimento, tanto da matemática em si quanto da necessidade de serem trabalhados conceitos abstratos, reforça-se o cenário de falta de motivação por parte dos alunos.

Faz-se necessário, no entanto, pontuar algumas questões importantes: primeira, que as razões mencionadas acima não são as únicas responsáveis pela pouca motivação dos alunos em aprender o conteúdo, e que o pouco entusiasmo na escola não se dá exclusivamente nas aulas de matemática; além disso, que não é a intenção dos autores sobrecarregar ainda mais o professor, responsabilizando-o unilateralmente pela adoção de práticas que vem se mostrando problemáticas.

Em relação a esse último apontamento, entende-se que para que o conhecimento produzido na universidade – sobre novas possibilidades de práticas para o ensino - chegue até as escolas, em especial naquelas da rede pública, depende-se de investimentos na formação continuada dos professores que, historicamente, foram insuficientes. Assim, a falta de atualização na formação, associada à realidade de baixos salários, alta carga-horária em sala de aula, pouca respeitabilidade, e falta de interesse do discente, colocam o professor num estado inerte, o que faz com que o ele opte pelo caminho mais conhecido: o uso do livro didático como o principal – senão único – recurso no processo de ensino (Macêdo; Brandão; Nunes, 2019). Outro agravante é a dificuldade encontrada pelo professor em identificar novas formas, ou formas mais eficazes, de relacionar os conceitos matemáticos à realidade dos alunos, visto que a sua própria formação aconteceu baseada nos modelos tradicionais (Giraldo, 2018).

Já em relação a outras possibilidades para o desinteresse dos alunos na escola,

pode-se destacar, por exemplo: 1. em se tratando de escola da rede pública, cujos alunos costumam ter maior restrição financeira, é possível que a família seja tal que não possa prover a alimentação básica necessária para que a criança/adolescente consiga aprender (Garcia; Halmenschlager; Brick, 2021); 2. é possível ainda que a família tenha recursos financeiros tão escassos que a criança/adolescente não queira ficar na escola, pois sente vontade/necessidade de desenvolver algum tipo de atividade que “leve dinheiro para casa”, e nesse contexto a escola passa a ser entendida como “perda de tempo” (Garcia; Halmenschlager; Brick, 2021); 3. é possível que a criança tenha alguma questão de saúde, seja física ou cognitiva, que dificulta a concentração e/ou aprendizagem (Garcia; Halmenschlager; Brick, 2021); 4. é possível que estejamos trabalhando com criança/adolescente que passa muito tempo na internet e em redes sociais e sinta que os assuntos da aula são muito desinteressantes (Garcia; Halmenschlager; Brick, 2021).

Posto isso, esse artigo descreve o trabalho que foi desenvolvido com a intenção de minimizar o problema de desinteresse dos alunos. Esteja essa falta de interesse atrelada ao quanto a matemática é abstrata e distante da realidade do aluno ou – de forma mais tangencial – do quanto ela é trabalhada com recursos entediantes.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), espera-se que a matemática no Ensino Básico seja trabalhada de tal forma que, através dela, seja implementado um ensino interdisciplinar que envolva dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além de econômicas - relacionadas às questões de consumo, trabalho e dinheiro. Ou seja, o ensino da Matemática deve conter não somente elementos do conteúdo, mas também outros elementos que possam influenciar na sua constituição.

Ainda de acordo com o documento mencionado anteriormente, o estudo da matemática deve incentivar os alunos a trazerem problemas da vida real para que possam, junto aos professores, analisar, discutir e estudar soluções. Neste sentido, é esperado que os jovens resolvam problemas de tal forma que consigam justificar as soluções encontradas e os métodos utilizados para chegar até elas. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a aprendizagem é defendida como sendo um processo significativo, com o aluno sendo o autor da construção do seu conhecimento (BRASIL, 1997).

De acordo com BASSANEZI (2002, p.16), a “Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Dessa forma, tem-se que a Modelagem Matemática coloca-se como uma possibilidade para que sejam alcançadas

tanto as metas constantes nos PCNs e BNCC, quanto para diminuir o nível de abstração de muitos conceitos matemáticos, e com isso aumentar o engajamento dos alunos nas aulas.

Em face do exposto, a próxima seção foi dedicada a descrever a concepção e os passos a serem seguidos para que a Modelagem Matemática possa ser utilizada em sala de aula. Na sequência, essa perspectiva de ensino é testada ao se trabalhar com conceitos introdutórios de geometria com alunos do sétimo ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública estadual do estado de Minas Gerais.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA: CONCEITO E ETAPAS DE APLICAÇÃO

Ao discutir situações da realidade, e verificar a aplicabilidade da Matemática em diferentes contextos, os alunos podem entender melhor a realidade que os cerca, procurando meios para agir sobre ela e transformá-la. Para Almeida e Dias (2004) a Modelagem Matemática pode

Proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações-problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos matemáticos. (ALMEIDA e DIAS, 2004, p. 25)

Muitos autores vêm dissertando sobre a relevância de usar a Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem da Matemática em sala de aula, como uma ferramenta útil e alternativa ao ensino “tradicional”, em que o professor é a figura central, detentora de todo o conhecimento, e responsável por transmiti-lo aos seus alunos.

Como a matemática está relacionada a diversas áreas de conhecimento, o seu conhecimento coloca-se como uma ferramenta importante na resolução de problemas reais do dia a dia do sujeito. Bassanezi (2006) defende:

A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. E mais: no setor educacional a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. (BASSANEZI, 2006, p.38)

A Modelagem Matemática relaciona os conceitos teóricos aos processos

práticos, permitindo ao aluno interpretar melhor a realidade, e permitindo que ele consiga transformá-la.

Associar o estudo do conteúdo com a realidade acaba inserindo o aluno no contexto, despertando um maior interesse nas aulas e de um mero telespectador ele passa a ser parte integrante no processo de ensino-aprendizagem. D'Ambrosio (1996), defende a necessidade da participação do aluno na construção do conhecimento, alcançando assim uma evolução contínua, que melhora ainda mais quando trabalhado no convívio com outras pessoas, pois o aluno se comunica e troca experiências e informações, abrangendo ainda mais seu conhecimento.

A ação gera conhecimento, isto é, a capacidade de explicar, de lidar, de manejar, de entender a realidade, gera o mática. Essa capacidade se transmite e se acumula horizontalmente, no convívio com outros, contemporâneos, através de comunicações; e verticalmente, de cada indivíduo para si mesmo (memória) e de cada geração para as próximas gerações (memória histórica) (D'AMBRÓSIO, 2005, p. 110).

Desse modo, a Modelagem Matemática pode ser compreendida como uma metodologia de aprendizagem que tem por característica, a partir da realidade do sujeito, dar as ferramentas para a construção do conhecimento e permitir a resolução de problemas. A Modelagem Matemática bem trabalhada serve como norteadora na estrutura intelectual e social do sujeito, construindo assim um embasamento importante em seu desenvolvimento.

A constante evolução dos estudos de Modelagem Matemática permite que ela seja compreendida melhor, o que torna possível utilizá-la como uma ferramenta importante em sala de aula, tornando-a indispensável ao professor que almeja formar cidadãos críticos e preparados para atuarem em qualquer área de conhecimento que desejem.

Utilizando a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, pode-se concluir, após análise dos projetos dos autores pesquisados, que o interesse e o comprometimento do aluno com o conteúdo aumentam quando o aluno se transforma em parte integrante do estudo. Assim, a sua utilização como intervenção é ideal, pois a intervenção pedagógica é um conjunto de ações, estratégias e práticas implantadas e implementadas pelos educadores com o objetivo de promover a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos.

A intervenção adequada é aquela que é pensada para atender às necessidades específicas de cada aluno, considerando suas habilidades, dificuldades, interesses e

ritmos de aprendizagem. O foco da intervenção pedagógica é identificar e responder às demandas educacionais individuais ou coletivas, buscando aprimorar o processo de ensino e aprendizagem. Ela pode ser aplicada tanto para auxiliar alunos que apresentam dificuldades em determinadas áreas, como também para desafiar e enriquecer o aprendizado dos estudantes com habilidades mais avançadas.

Trabalhar com Modelagem Matemática, na visão de respeitar conceitos na utilização de estratégias inovadoras, só tem a acrescentar e agregar a todos os participantes do processo, pois possibilita um estudo amplo em todas as áreas. Essa lucidez é levada em conta após todos os estudos realizados e a produção de diversas técnicas surgidas a partir das pesquisas no campo da Modelagem Matemática.

[...] a Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações - problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico. (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p.18).

Para essa metodologia ser efetiva e promover aprendizagem, o professor precisa mediar bem este processo, e de acordo com Bassanezi (2011), deve se preparar para o enfrentamento dos obstáculos que poderão surgir ao longo do processo. A Modelagem Matemática é uma aplicação nova e diferente do tradicional, e muitos professores ainda não estão familiarizados. Barbosa (1999) afirma que,

[...] a Modelagem redefine o papel do professor no momento em que ele perde o caráter de detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, na posição de participante. Concebo a palavra “condução” no sentido de “problematizar” e direcionar as atividades escolares. (BARBOSA 1999, p. 71)

O professor, como condutor no processo de ensino-aprendizagem, vem tendo dificuldades em ministrar a disciplina de matemática devido à complexidade imposta, em boa parte, pela disposição do conteúdo que, em muitas situações, dificulta a compreensão dos alunos. Isso acontece pela dissociação entre o conteúdo e a sua realidade cotidiana, e é reforçada pela excessiva abstração dos conceitos.

A Modelagem Matemática, segundo Burak (1992, p. 62), é um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”. Ainda na concepção de Burak (2004, p.03), a

atividade de modelagem deve ser desenvolvida em cinco etapas:

- escolha do tema;
- pesquisa exploratória;
- levantamento dos problemas;
- resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
- análise crítica da (s) solução (es).

As etapas devem ser seguidas considerando dois princípios propostos pelo autor: “1) o interesse do grupo; e 2) a obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o interesse do grupo” (KLÜBER; BURAK, 2007, p.2). O professor assume assim a posição de mediador, ou seja, seu papel será fomentar o diálogo, a interpretação e a análise - tanto do problema quanto dos resultados.

Portanto, a atividade de modelagem descrita foi desenvolvida considerando as cinco etapas propostas por Burak (2004). As próximas seções trazem a descrição da atividade e as considerações acerca do que foi observado a partir dessa experiência.

3 ATIVIDADE DE GEOMETRIA DESENVOLVIDA A PARTIR DO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

A pandemia de COVID-19 obrigou que as aulas nas escolas, tanto públicas quanto privadas, acontecessem de forma remota. Tal medida, apesar de necessária, deixou uma lacuna significativa no conhecimento esperado para os alunos (Barbosa; Anjos; Azoni, 2021). Defasagens dessa natureza costumam gerar diversos reflexos, sendo que eles vão desde os individuais até os coletivos. Os estudantes com hiatos na sua formação básica, acabam por apresentar mais dificuldade para acompanhar e entender os assuntos abordados no ensino médio e no ensino superior. Quando essa defasagem acontece em matemática, esses desdobramentos podem, inclusive, impactar na escolha profissional e na decisão de dar, ou não, continuidade aos estudos.

Nesse contexto, a Modelagem Matemática pode se colocar também como um instrumento potente para o reforço e/ou revisão de conceitos essenciais aos alunos. E foi assim que ela foi considerada neste trabalho. Seu desenvolvimento aconteceu com os estudantes do sétimo ano da Escola Estadual Doutor Norberto Custódio Ferreira, em uma atividade envolvendo geometria, conteúdo previsto para ser trabalhado nesta etapa da formação dos discentes. O trabalho foi realizado com alunos de duas, das cinco

turmas de 7º ano da escola. Os participantes da atividade eram do turno da manhã e somavam 68 alunos.

A escola mencionada é pública e pertencente à Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais. Ela está localizada no bairro Granjaria, no município de Cataguases, Zona da Mata Mineira. Nesta instituição funcionam os ensinos fundamental I e II, tanto nos turnos matutino quanto vespertino. Em 2023 a Escola possuía 22 turmas, das quais 5 eram do fundamental I e 17 do fundamental II.

A escolha do tema “geometria” foi decorrente da análise dos resultados das avaliações externas e diagnósticas, e da revisão de conteúdo. Essas avaliações foram realizadas nos anos anteriores e no início do ano letivo, a fim de identificar quais eram as habilidades não consolidadas e que, portanto, necessitam ser vistas novamente.

Na ocasião da aplicação do teste, foi possível perceber que em alguns exercícios, especialmente naqueles envolvendo noções básicas de cálculo de áreas de figuras planas, as turmas apresentaram muita dificuldade no entendimento - e na resolução - deles. Isso sinalizou que se tratava de um tópico pertinente para ser revisto através de outra abordagem, ou seja, por meio da Modelagem Matemática.

A próxima subseção traz a descrição da atividade de modelagem trabalhada com os alunos, mencionando as etapas características dessa metodologia.

3.1. Construindo uma quadra poliesportiva com os estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental

A primeira etapa do trabalho foi definir um tema. A escolha da temática foi proposta pela professora, motivada pela demanda dos alunos acerca da necessidade da construção de uma nova quadra poliesportiva na escola. O objetivo das turmas era responder qual seria o investimento financeiro necessário para que a obra fosse realizada.

A etapa seguinte foi incentivar que os alunos fizessem uma pesquisa exploratória, ou seja, os alunos das duas turmas foram convidados a realizar uma pesquisa pela escola com o objetivo de identificar um espaço, ou alguma reforma, que viabilizasse a construção da nova quadra de esportes.

Ao verificarem uma grande área vazia entre o refeitório e a quadra poliesportiva atual, que pode ser visualizado na Fotografia 1 abaixo, eles levantaram a possibilidade de que a construção da nova quadra fosse feita ali. A motivação, segundo os alunos, para fazer essa proposta de construção de uma segunda quadra poliesportiva, apoiava-se no

fato de que normalmente coincidem os horários de Educação Física para diferentes turmas, fazendo com que alguns alunos ficassem sem espaço para realizar suas atividades. Adicionalmente, outro motivo apresentado para a proposta foi o argumento de que alguns esportes não costumam ser disputados com time misto, o que gerava um cenário em que parte dos estudantes ficavam impossibilitados de praticar esportes, reforçando ainda mais a necessidade de se ter um espaço adicional.

Fotografia 1: Espaço físico de onde os alunos desejam que seja a construção de uma nova quadra poliesportiva.



Fonte: Autores.

Após esse trabalho de campo, a discussão continuou em sala de aula. Antes de partir para a etapa de formulação do modelo era necessário que os alunos pudessem responder algumas questões fundamentais, como por exemplo: 1. Será que todas as quadras poliesportivas possuem sempre a mesma medida? 2. Quais seriam as medidas padrão para quadras poliesportivas? 3. No caso específico dessa escola, quais eram os esportes praticados nela? 4. Será que a quadra poliesportiva, já existente na escola, estava atendendo ao padrão de medida exigido? 5. Existe alguma exigência em relação às cores com que são feitas as pinturas na quadra?

Para ter condições de responder aos questionamentos feitos, cada turma foi dividida em grupos e os alunos foram conduzidos ao laboratório de informática para pesquisarem a respeito das indagações apresentadas. Nesta etapa foi possível contar com a participação da professora de Educação Física, que atendeu prontamente ao convite e acompanhou os alunos durante este momento de pesquisa.

Com o objetivo de que a consulta feita pelos alunos fosse produtiva, incentivou-se que o trabalho na internet fosse direcionado. Ou seja, eles saíram da sala de aula com a lista de perguntas que precisavam responder e com uma relação de *sites* em que poderiam encontrar as respostas procuradas. Foi solicitado ainda que as respostas às questões propostas fossem anotadas, para que pudessem ser comparadas e/ou corrigidas, e para que a professora de Matemática fizesse – juntamente com a professora de Educação Física – considerações finais pertinentes.

Com informações mais precisas a respeito das dimensões necessárias para a construção de uma quadra poliesportiva, as turmas - divididas nos mesmos grupos que anteriormente – foram conduzidas novamente até a área externa da escola para fazer medições. Nesta segunda visita, que pode ser vista na Fotografia 2, eles levaram instrumentos: fita métrica, trena, barbante, caderno de anotações e calculadora. Foi solicitado a eles que realizassem as medições, fizessem os cálculos matemáticos pertinentes, e registrassem todos os passos executados durante o desenvolvimento da atividade.

A ocasião permitiu que o conteúdo de medidas de comprimento, proporcionalidade, área, perímetro, comparações e operações fosse revisto e que dúvidas fossem esclarecidas. Nesse momento, além de discutir esses temas, também foram elaboradas diversas questões a serem resolvidas posteriormente em sala de aula.

Fotografia 2: Alunos fazendo medições na quadra poliesportiva já existente na escola



Fonte: Autores.

A terceira etapa do processo de modelagem - a formulação do problema - foi tratada no encontro seguinte, já em sala de aula. Para poderem responder sobre o custo da obra era necessário que as turmas entrassem em acordo sobre como seria a construção, ou seja, quais elementos iriam estar presentes na quadra poliesportiva.

Os alunos foram solicitados a responder, com base nas anotações feitas no encontro anterior, algumas questões: 1. O espaço sugerido/disponível comporta construção de uma nova quadra? 2. Quais modalidades de esportes podem ser praticadas na quadra poliesportiva requerida? 3. Existiriam espaços suficientes em torno da quadra? 4. O espaço disponível no entorno era suficiente para a construção de arquibancada? Se não, qual poderia ser uma nova proposta?

Após breve retorno ao espaço externo, para que fosse realizada a conferência das medidas, os alunos acordaram que o projeto não iria prever a construção de arquibancada, e que seria construído um muro baixo com alambrado nas laterais. Além disso, decidiram que a nova quadra não teria cobertura, com intuito de diminuir gastos e o tempo para execução da obra.

Nessa ocasião os alunos destacaram as figuras geométricas presentes no projeto para que, a partir de alguns cálculos básicos de área, pudessem ser quantificados os gastos com os materiais necessários na obra. Paralelamente, foi solicitado aos grupos que fizessem uma pesquisa, a ser realizada com um pedreiro da comunidade, sobre a quantidade necessária de material para executar a construção, considerando as dimensões desejadas para o piso, muro lateral e alambrado.

Optou-se por construir um modelo (matemático) simplificado para a quantificação do custo. Ou seja, nessa primeira experiência ele não levou em consideração a possibilidade de gastos no nivelamento do terreno, gastos com material elétrico e hidráulico e também o custo com a mão de obra.

Como forma de registro do projeto, os grupos foram solicitados a construir uma maquete e/ou planta baixa da quadra. Foi sugerido a eles que o fizessem utilizando papelão, isopor, folha ofício ou outros materiais que os grupos julgassem conveniente utilizar.

As últimas etapas da modelagem foram feitas na aula seguinte. Os grupos apresentaram os cálculos realizados pelos pedreiros e as estimativas de custo desenvolvidas por eles, quando reunidos em grupos. Eles finalizaram a atividade explicando como os cálculos foram feitos e, pode-se adiantar, que foi notório o entendimento e aprendizado externalizado pelos estudantes.

4 OBSERVAÇÕES SOBRE A ATIVIDADE, NA PERSPECTIVA DA DOCENTE

A execução da atividade de modelagem utilizou ao todo 10 aulas de matemática, de 50 minutos, que foram tomadas de forma sequencial durante o primeiro semestre de 2023.

Desde a primeira visita dos alunos à área externa, foi possível observar uma maior interação entre si, atuando de forma colaborativa uns com os outros. Foi possível observar a participação ativa dos envolvidos, de forma a despertar inclusive um olhar crítico em relação à atividade, pois quando notavam que um colega estava usando a trena de forma errada, ou então estavam desconsiderando alguma medida, eles mesmos apontavam o erro e se ajudavam a consertá-lo.

Enquanto eles anotavam informações sobre as marcações de cada modalidade (as traves, bola, garrafão e até a rede) surgiu a oportunidade de questioná-los sobre o porquê da necessidade de construção de uma nova quadra na escola. O envolvimento dos estudantes com a tarefa foi perceptível e, em grupos, fizeram apontamentos e reflexões, expressando suas opiniões sobre o assunto. A estratégia utilizada pela professora foi solicitar aos grupos que listassem as opiniões apontadas e apresentassem ao restante da turma, promovendo assim a discussão e a participação ativa de todos.

Na segunda vez que os estudantes foram conduzidos à área externa eles tinham como propósito fazer medições dos elementos do projeto. Nesta etapa foram identificadas muitas dificuldades, uma delas, por exemplo, foi com o uso da trena, já que muitos não a conheciam e, conseqüentemente, não sabiam manuseá-la. Outra dificuldade observada, que também envolveu instrumentos de medidas, foi que as trenas trazidas pela maioria dos grupos tinham medidas variando entre 3 a 5 metros, dimensão inferior às dimensões dos elementos presentes no projeto de construção da quadra poliesportiva.

A professora optou por deixá-los livres para encontrar a melhor estratégia para contornar esse problema. Apenas um grupo fez a medição direta do comprimento e largura da quadra, por ter levado uma trena de 100 metros. Todos os demais grupos, que tinham trenas pequenas, utilizaram a estratégia de fazer as medições do comprimento e largura por partes. A solução encontrada por eles foi dividir o problema original em problemas menores, de tal forma que com a anotação das medidas de cada parte, por meio da soma, eles conseguiam obter a medida total procurada.

Quando os alunos voltaram a se encontrar em sala de aula, para comparar e discutir suas percepções e possibilidades para a construção da obra, foi positivo perceber que

todos os grupos fizeram registros com medidas muito próximas. Isso evidenciou para os estudantes que as diferentes estratégias de estimativa de medida adotadas eram equivalentes e satisfatórias.

A decisão por adotar a menor das medidas-padrão admissível para quadra poliesportiva foi tomada de forma quase unânime. No entanto, a escolha pela construção - ou não - de arquibancadas foi mais difícil e exigiu dos estudantes maior discussão e argumentação. Minimizar o tempo e o custo da obra foi a razão que os levaram a decidir por suprimir esse elemento do projeto.

Durante toda a etapa de exploração do problema, que faria com que tivessem condições de construir um projeto viável, foi possível notar os alunos motivados a responder os questionamentos/demandas apresentadas. Como forma de registro dessa fase do trabalho eles construíram maquetes e plantas baixas da nova quadra.

Para executar essa atividade eles tiveram que aplicar conceitos de geometria plana, perímetro e área, de proporcionalidade, bem como seus cálculos e medidas. Com a produção das maquetes e das plantas-baixa, os alunos tiveram a oportunidade de usar conceitos matemáticos para produzir um vislumbre da realidade, já que estavam representando o novo espaço a ser utilizado para prática esportiva.

No momento da produção da maquete e do esboço da planta baixa, os grupos apresentaram grandes dificuldades em manusear régua e compasso; aplicar os conceitos de proporcionalidade e simetria, como pode ser percebido da Fotografia 3. Nessa etapa foram necessárias intervenções da professora, tanto na forma de explicações quanto de ajuda efetiva. Os grupos, ao apresentarem suas representações, relataram ter tido dificuldades com coordenação motora (para recortar e colar), para desenhar em simetria e na utilização de régua e transferidor. Alguns grupos utilizaram materiais reciclados para a produção da maquete, como caixas de papelão, palitos de picolé, tampinhas, plásticos e folhas de isopor; os demais grupos fizeram a planta baixa utilizando folhas A4 ou A5.

Fotografia 3. À esquerda uma das maquetes produzidas pelos estudantes; e à direita a planta-baixa do projeto de construção da nova quadra poliesportiva da escola.



Fonte: Autores

A análise crítica que os grupos fizeram sobre a execução das tarefas coincidiram com a percepção da professora, o que reforçou a ideia de que a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino-aprendizagem global e que permite que o estudante protagonize a trajetória de construção do seu conhecimento. Para além de desenvolver senso crítico e autonomia, ela também gera um ambiente em que o estudante se sente engajado a resolver o problema proposto, inclusive apontando sugestões para a resolução dos problemas que surgem no processo.

5 AVALIAÇÃO DA EFETIVIDADE DO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA OS ALUNOS DO 7º ANO

Para além da própria intervenção pedagógica baseada no uso da Modelagem Matemática, o presente trabalho se propôs a tentar responder se a prática adotada foi capaz de contribuir para o aumento da motivação dos alunos e na melhora da aprendizagem acerca de geometria. Para isso foram construídos dois instrumentos que avaliaram a atividade desenvolvida.

Cada um deles procurou mensurar um aspecto específico. O primeiro teve como foco responder sobre o engajamento dos estudantes. Ele foi constituído por duas entrevistas direcionadas aos alunos. Uma antes e outra depois do desenvolvimento da prática de Modelagem Matemática.

Já o segundo instrumento teve como meta responder se, pelo menos em parte, as dificuldades que os alunos exibiam na resolução de problemas envolvendo geometria haviam sido superadas. Para obter essa resposta foi aplicado um teste diagnóstico, em que se pedia que fossem resolvidos exercícios sobre o tema trabalhado. Assim, as duas próximas seções descrevem tais instrumentos.

5.1 Avaliação 1: Questionários propostos aos estudantes

Como mencionado anteriormente, a primeira avaliação teve como objetivo identificar se o uso da Modelagem Matemática afetou de maneira positiva o engajamento dos alunos nas aulas de matemática. As duas subseções seguintes trazem os resultados obtidos.

5.1.1 Questionário aplicado ANTES de desenvolver a atividade de Modelagem Matemática

O primeiro questionário contou com cinco questões que os alunos puderam responder livremente. A professora procurou deixá-los à vontade para expressar suas percepções. A docente entregou o questionário impresso e pediu para que eles respondessem. Foi utilizado este método, no lugar de uma entrevista, por exemplo, para que o tempo da aula fosse suficiente para eles concluírem a atividade.

A primeira questão respondida pelos alunos foi sobre o gosto deles pelas aulas de matemática. Eles foram convidados a responder se gostavam, e pedia-se que completassem a resposta dizendo o porquê. A resposta a essa questão foi interessante, pois 91,17% deles relataram que gostam das aulas de Matemática, enquanto 8,83% relataram não gostar muito por terem dificuldades para entender o conteúdo.

A questão seguinte procurou saber qual era a percepção deles em relação ao seu próprio desempenho na disciplina. Ou seja, foi uma questão que pediu que fizessem uma auto avaliação, atribuindo-se uma nota de 0 a 10. Dos 68 estudantes apenas 3 atribuíram a si notas inferiores a 6,0, que é a média para ser aprovado. 85% da turma se deu notas 6 ou 7 (23 e 35 discentes, respectivamente). E os demais entenderam que mereciam notas que variavam de 8,0 a 10,0. É interessante destacar que a falta de treino e estudo em casa foram as principais justificativas para a escolha da nota, mais que o histórico de desempenho nas provas já realizadas.

A terceira questão buscou saber qual era, na visão do aluno, o maior empecilho para aprender a matéria. De forma quase unânime a resposta foi a ausência do hábito de estudar em casa. Teve um aluno inclusive que respondeu “tenho preguiça de estudar em casa”. Cerca de 82% dos alunos mencionaram ter dificuldade em entender Geometria.

A penúltima pergunta quis saber a opinião deles sobre a relevância/presença da matemática em sua vida. Foi perguntado se eles entendiam que a matemática contribuía para suas vidas. De forma unânime responderam que sim, justificando que ela faz parte

de praticamente tudo na vida, inclusive que as pessoas não conseguem nem “contar dinheiro” ou simplesmente “dar troco” se não souber matemática, colocando-se assim como uma matéria fundamental para a vida.

A resposta dada pelos alunos é interessante, pois carrega em si dois aspectos que merecem destaque. Primeiramente, trata-se de uma resposta relevante no sentido de que há uma percepção da necessidade de aprendê-la. Por outro lado, evidencia que a presença da matemática é óbvia nos assuntos que envolvem finanças, mas nas demais situações cotidianas não é tão clara e, portanto, merece atenção. Nesse aspecto, entende-se que a modelagem matemática pode ser um instrumento que atue nessa direção.

Finalmente, a última questão quis saber do aluno sua percepção sobre a forma com que as aulas de matemática eram conduzidas. Foi perguntado qual seria uma sugestão para que eles viessem a gostar mais das aulas. Em torno de 92% dos alunos disseram que as aulas seriam melhores se pudessem ser ministradas fora da sala de aula, com propostas mais “dinâmicas”, “diferentes” e/ou com “brincadeiras divertidas”. A resposta dada por eles indica que, apesar de na questão 1 mais de 90% terem afirmado que gostavam das aulas, o formato tradicional como única forma de conduzir o processo de ensino-aprendizagem, tem se mostrado insuficiente.

5.1.2 Questionário aplicado DEPOIS de desenvolver a atividade de Modelagem Matemática

Depois de desenvolvida a atividade de modelagem para o ensino da matemática, e da aplicação do teste diagnóstico, foi solicitado aos alunos que respondessem novamente a um questionário. Foram propostas aos alunos quatro perguntas sobre a experiência didática a que foram recém submetidos.

A primeira pergunta foi: “o que você achou da aula de Matemática baseada (na resolução de problemas) do seu cotidiano?” De forma unânime os alunos disseram que a atividade, em que trabalhou um tema que partiu de uma demanda deles, foi “muito legal” porque eles puderam, não somente escolher o que gostariam de estudar, mas também opinar em todo o processo de construção.

Na sequência eles foram questionados acerca do entendimento dos conteúdos (matemáticos) trabalhados durante as 10 últimas aulas. Outra vez todos eles responderam ter tido maior facilidade na aprendizagem, ainda que tenham se deparado com muitas dúvidas ao longo do processo, classificando a experiência como interessante”. Um aspecto positivo da resposta dada por eles, e que reflete como eles

internalizaram a atividade, é o fato de perceber que o caminho para a solução de um problema em matemática não costuma ser linear. Ou seja, os erros fazem parte do processo e errar não faz de ninguém “ruim em matemática”.

As terceira e quarta perguntas quiseram saber se eles gostariam, e se viam ganhos, de trabalhar outros temas via Modelagem Matemática. As respostas dadas pelos alunos foram de empolgação, respondendo, por exemplo, “(que) as aulas poderiam ser sempre dessa forma, pois fica divertido aprender.”, e que esse tipo de atividade seria muito facilitador para resolver as questões do dia-a-dia.

Ainda que os questionários se constituam em uma forma de avaliação subjetiva, por meio deles é possível extrair algumas informações que podem nortear as tomadas de decisão futuras. No caso específico da atividade desenvolvida com os alunos do 7º ano, pode-se perceber que uma atividade de natureza exploratória, mais livre e que permitiu à discente certa autonomia, veio de encontro com o perfil dos estudantes dessas turmas.

5.2 Avaliação 2: Teste diagnóstico

Após a conclusão da atividade de modelagem matemática, que objetivou determinar uma estimativa para o custo da construção de uma nova quadra poliesportiva na escola, os alunos foram chamados a resolver um teste com duplo propósito. Por um lado, se tratou de uma forma de aferir se a revisão dos conceitos de geometria, exigidos durante a atividade, se converteu em aprendizado, ou seja, se tratou de um teste diagnóstico. Por outro lado, inclusive como forma de incentivar que o mesmo fosse resolvido com atenção e empenho, o teste valeu nota.

O teste, presente como anexo neste artigo, teve valor 10,0 e foi composto por três questões, sendo que as duas primeiras tinham valor 3,0 e a última tinha valor 4,0. Ao ser aplicado, a professora leu os enunciados previamente e reforçou o que esperava que fosse calculado em cada item.

A primeira questão pedia que fosse calculada a área e o perímetro da delimitação de cada modalidade presente na nova quadra poliesportiva fazendo uma associação com a situação-problema trabalhada previamente. Ela foi resolvida de forma completamente correta por 75% dos alunos, enquanto 13,2% acertaram parcialmente e 11,8% não souberam responder à questão.

A segunda questão proposta versou sobre o cálculo de custo da obra. Os alunos receberam uma tabela com a lista de materiais necessários para a construção, quantidade e valor unitário de cada um deles. A tarefa que eles tinham era determinar o custo total

estimado. Essa questão foi resolvida de forma completamente correta por 78% dos alunos, enquanto 14,7% acertaram parcialmente e 7,3% não souberam responder à questão.

A última questão foi a que mais chamou atenção dos alunos, pois ela foi adaptada de uma presente na prova do ENEM, aplicada em 2015. A questão se comunicava com as pesquisas que eles haviam feito na fase exploratória da modelagem matemática, quando ficaram sabendo que o formato do garrafão deixou de ser um trapézio e passou a ser um retângulo. O exercício pedia para os alunos responderem se com essa mudança a área do garrafão aumentou ou diminuiu.

Ela foi resolvida de forma completamente correta por 73,5% dos alunos. Já 14,7% acertaram parcialmente e 11,8% não souberam responder à questão. Dos três exercícios do teste, o último foi o que eles mais tiveram dúvidas e fizeram perguntas à professora durante a atividade.

Foi possível perceber a empolgação, e a concentração, dos estudantes durante a realização da atividade, sendo que isso pode ser observado, inclusive, pelos resultados do teste que indicaram que 87% dos alunos obtiveram média na atividade (nota igual ou superior a 6,0).

6. CONCLUSÃO

A definição/propósito/passos da Modelagem Matemática (no ensino, principalmente) muda um pouco de autor para autor (Malheiros, 2012). Apesar disso, é possível identificar um conceito básico presente no discurso de todos eles: trata-se de uma estratégia que consiste em resolver um problema (real e/ou cotidiano) por meio do arcabouço matemático.

Os “ganhos” esperados pelo emprego dessa abordagem pedagógica, mencionados pelos principais autores da área, costumam incluir maior interesse e engajamento do aluno nas aulas, maior aprendizado do conteúdo, e maior capacidade de aplicar a matemática e resolver problemas.

Assim, esse trabalho se propôs a utilizar tal metodologia para revisar alguns tópicos do conteúdo de geometria de figuras planas com alunos de duas, das cinco turmas de 7º ano de uma escola pública estadual da cidade mineira de Cataguases. O tema explorado na atividade foi a construção de uma nova quadra poliesportiva na escola, sendo que o objetivo dos alunos era estimar o custo esperado para a construção da obra.

Para o desenvolvimento da atividade foram destinadas 10 aulas de 50 minutos, sendo que 7 delas foram utilizadas com a modelagem em si, e as demais foram utilizadas na execução de tarefas cujo foco foi avaliar se a prática de modelagem proposta produziu resultados positivos mensuráveis.

Os questionários aplicados antes e depois da atividade sinalizaram que a experiência foi válida. Tanto a revisão, quanto o aprendizado dos conteúdos, além de eficaz, foram divertidas e interessantes, o que motivou e facilitou para os alunos. A implementação da atividade de Modelagem Matemática como intervenção pedagógica, não só despertou a atenção dos alunos, como enriqueceu o processo de ensino-aprendizagem. O teste avaliativo proposto teve cerca de 87% dos alunos obtendo notas maiores ou iguais a 6,0 (mínimo exigido para aprovação).

Um aspecto que se destacou foi o fato de se ter contado com a participação/colaboração da professora de Educação Física na fase exploratória da modelagem. Essa participação reforçou o quanto a modelagem pode ser uma ferramenta potente para trabalhar a matemática de forma interdisciplinar, tal qual é preconizado pela BNCC.

Outro ponto que foi possível observar, a partir da experiência realizada, foi de que ao trabalhar com um problema real, os alunos acabam revisando conceitos que talvez nem o professor, nem o próprio aluno, soubessem que não haviam sido bem compreendidos, como foi o caso do uso dos instrumentos de medida (trena) e os conceitos de proporcionalidade (ao confeccionarem as maquetes/planta baixa).

Ou seja, ao incorporar situações do mundo real no processo de ensino, os alunos foram incentivados a se envolver ativamente na resolução de problemas mais complexos do que estão habituados, o que os possibilitou desenvolverem habilidades essenciais para a vida e para o seu futuro acadêmico e profissional.

Notou-se que a Modelagem Matemática promoveu uma mudança na forma como a matemática era percebida pelos estudantes, tornando-a mais relevante, prática e aplicável. Através dessa abordagem, os alunos perceberam que essa matéria era muito mais do que uma disciplina teórica e abstrata, mas sim uma ferramenta poderosa para entender e solucionar questões reais.

Além disso, ao terem trabalhado em grupos, foram levados a ter que colaborar com os colegas, o que os permitiu desenvolver habilidades de comunicação, trabalho em equipe e pensamento crítico. Eles aprenderam a explorar diferentes perspectivas e

abordagens para resolver um mesmo problema, o que estimulou a criatividade e a autonomia intelectual.

Entretanto, é válido destacar que a implementação bem-sucedida da Modelagem Matemática requer um planejamento cuidadoso e uma abordagem flexível por parte dos professores. É fundamental que os docentes tenham conhecimento sólido dos conceitos matemáticos envolvidos e sejam capazes de criar cenários relevantes e desafiadores para os alunos.

Além disso, é importante que a Modelagem Matemática seja integrada de forma coesa ao currículo escolar, garantindo que os objetivos de aprendizagem sejam atingidos e que os alunos desenvolvam uma compreensão abrangente dos conceitos matemáticos.

A ideia ao registrar a atividade realizada em um artigo apoia-se no entendimento que esse tipo de relato pode auxiliar, e inspirar, outros professores que pretendem testar essa metodologia em sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Lourdes M. W.; DIAS, Michele R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. *Bolema*, ano 17, n. 22, p. 19 – 35, 2004.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **O que pensam os professores sobre a modelagem matemática?**. *Zetetiké*, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, jan./jun.1999. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646835> . Acesso em: 16 out. 2022.

BARBOSA, Alexandre L. A.; ANJOS, Ana B. L.; AZONI, Cintia A. S. **Impacto na aprendizagem de estudantes da educação básica durante o isolamento físico social pela pandemia do COVID-19**. In: ANAIS DO VI CONGRESSO INTERNACIONAL E XXVI CONGRESSO NACIONAL DA ABENEPI, 2021, Online. Anais eletrônicos... Campinas, Galoá, 2021. Disponível em: <<https://proceedings.science/abenepi/abenepi-2021/trabalhos/impacto-na-aprendizagem-de-estudantes-da-educacao-basica-durante-o-isolamento-fi?lang=pt-br>>. Acesso em: 02 set. 2023.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo, SP: Contexto, 2002. 389 p.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3º ed. São Paulo, Contexto, 2006.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo, SP: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 4° ed. 1° reimpressão São Paul: Contexto, 2007.

BRASIL. **Ministério da Educação. Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEE, 1997. p.127.

BURAK, D. (1992). **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese de Doutorado. Campinas, Unicamp.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. In: I EPMEM -Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática - Anais do I EPMEM, Londrina: 2004.

KLÜBER, T. E.; BURAK, T. E. **Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no ensino**. Anais IX ENEM-Encontro Nacional de Educação Matemática. 2007.

D'AMBROSIO, B. **Educação Matemática: uma visão do Estado da Arte**. Pro-posições, Campinas, v.4, n.1, p.7-17, mar.1993a.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: Da teoria à prática**.Campinas, SP: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, U. (2005). **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. *Educação e Pesquisa*, 31(1), 99-120. <https://doi.org/10.1590/S1517-97022005000100008>

GARCIA, Ana & Halmenschlager, Karine & Brick, Elizandro. (2021). **DESINTERESSE ESCOLAR: UM ESTUDO SOBRE O TEMA A PARTIR DE TESES E DISSERTAÇÕES**. Revista Contexto & Educação. 36. 280-300. 10.21527/2179-1309.2021.114.280-300. https://www.researchgate.net/publication/353065281_DESINTERESSE_ESCOLAR_U_M_ESTUDO SOBRE O TEMA A PARTIR DE TESES E DISSERTACOES

GIRALDO, Vitor. **Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada**. *Ciência. Culto.*, São Paulo, v. 1, pág. 37-42, janeiro de 2018. Disponível em <http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0009-67252018000100012&lng=en&nrm=iso>. acesso em 03 set. 2023. <http://dx.doi.org/10.21800/2317-66602018000100012>.

MACÊDO, J. .; BRANDÃO, D. .; NUNES, D. . Limites e possibilidades do uso do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 68–86, 2019. DOI: 10.24116/emd.v3n7a04. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/79>. Acesso em: 8 set. 2023.

MALHEIROS, A. P. dos S.. (2012). **Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. Bolema: Boletim De Educação Matemática**, 26(43), 861–882. Disponível em <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300006>.

ROSA, M.; OREY, D.C. **Modelagem Matemática: como tudo começou...?**, Universidade Federal do Ouro Preto – UFOP, dez, 2005. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3801> Acessado em 16/10/2022

ANEXO

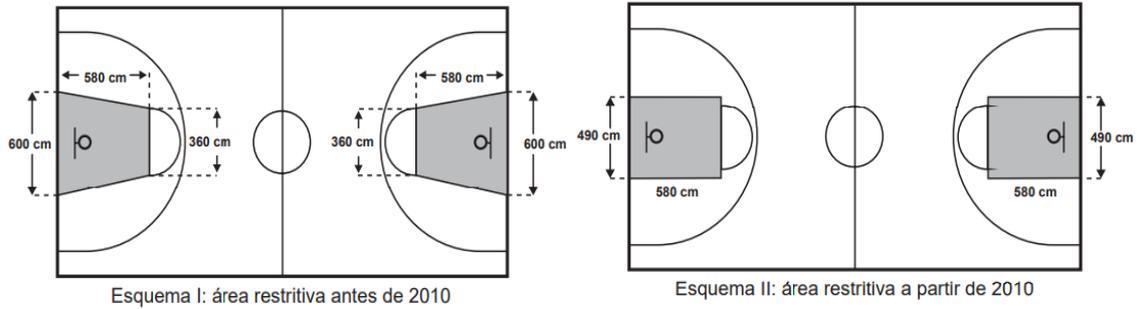
Seguem os enunciados das três questões que compunham o teste diagnóstico, utilizado para tentar identificar se houve algum aprendizado do conteúdo de geometria, depois de ter sido trabalhado esse tema pelos alunos via Modelagem Matemática.

Questão 01 – Calcule perímetro e área da delimitação de cada modalidade escolhida para a construção da quadra poliesportiva, consultando os valores pesquisados e anotados previamente.

Questão 02 – Com base nas medidas efetuadas e uma previsão básica de quais materiais para construção do piso (sem considerar condições atuais do local, sem calcular pintura, parte elétrica, muro, alambrado, etc.), vamos agora preencher a tabela abaixo efetuando cálculos para uma estimativa do custo médio para a construção do piso, considerando a área calculada na questão 03 e cálculo da área do muro feito anteriormente.

MATERIAIS	QUANTIDADE	PREÇO UNIDADE ou m ³ (R\$)	TOTAL(R\$)
AREIA	15 m ³	R\$ 140,00	
BRITA	15 m ³	R\$ 200,00	
CIMENTO	60 UN	R\$ 30,00	
FERRAGEM	400 varas ½ “	R\$ 80,00	
TOTAL			

Questão 03 - Durante as pesquisas podemos notar uma diferença entre as delimitações dos garrafões na quadra de basquete, visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba), em 2010, como mostra os esquemas abaixo: (Adaptada da questão 144 da prova azul do segundo dia do Enem 2015).



As modificações estabelecidas são facilmente notadas entre os dois esquemas (em cor cinza). Efetuando o cálculo da área de cada delimitação (trapézio do garrafão do esquema I e retângulo do esquema II), houve um aumento ou diminuição na área a partir de 2010?