

**MNPEF**  
MESTRADO NACIONAL  
PROFISSIONAL EM  
ENSINO DE FÍSICA



**SALOMÃO MEGDA MARINHO**

**CRIAÇÃO E APLICAÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM GAMIFICAÇÃO  
PARA O ESTUDO DE LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS NO ENSINO MÉDIO**

Produto apresentado como parte dos requisitos para Defesa de Título de Mestre pelo Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física/MNPEF, polo 28, Universidade Federal de Alfenas/MG. Linha de Pesquisa: Física no Ensino Médio.

Orientadora: Profa. Dra. Cristiana Schmidt de Magalhães.

ALFENAS – MG

2022

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, por me capacitar ao fazer este trabalho.

Agradeço ao corpo docente do Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física, que sempre foram solícitos e disponíveis em ajudar e transmitir o conhecimento necessário para minha formação.

Agradeço, principalmente à minha orientadora professora Dra. Cristiana Schmidt de Magalhães, que sempre se mostrou disponível, paciente, responsável e que conduziu o andamento deste trabalho brilhantemente. A professora se mostrou um grande ser humano e que vou levar para sempre na minha memória. Que Deus possa retribuir ela.

Por fim, agradeço minha família, minha mãe Rogéria Comuniam Megda, meu pai Samuel Azevedo Marinho, meus irmãos Lucas Megda Marinho e Davi Megda Marinho, que sempre me serviram de suporte para realizar este trabalho. Agradeço a todos que de alguma forma torceram e me ajudaram ao concluir este trabalho. Que Deus possa abençoar a todos.

## Sumário

.....	1
1. INTRODUÇÃO .....	5
2. FÍSICA ENVOLVIDA.....	6
2.1 HISTÓRIA DO LANÇAMENTO OBLIQUO.....	6
2.2 GALILEU E O MOVIMENTO .....	7
2.3 GALILEU E O MOVIMENTO DE PROJÉTEIS .....	9
2.4 FÍSICA ENVOLVIDA – A CINEMÁTICA.....	10
2.4.1 O CONCEITO DE PONTO MATERIAL E SISTEMA DE REFERÊNCIA .....	11
2.4.2 O CONCEITO DE TRAJETÓRIA .....	13
2.4.3 OS CONCEITOS DE DESLOCAMENTO E DISTÂNCIA PERCORRIDA .....	13
2.4.4 OS CONCEITOS DE ACELERAÇÃO MÉDIA E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA.....	14
2.4.5 UM DIAGRAMA CONCEITUAL SOBRE CINEMÁTICA .....	15
2.4.6 ALGUMAS SIMPLIFICAÇÕES PARA ESTUDAR O MOVIMENTO .....	16
2.4.7 O MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME .....	16
2.5 O MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO .....	18
2.5.1 A VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO TEMPO.....	19
2.5.2 A POSIÇÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO .....	20
2.5.3 A VELOCIDADE EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO .....	20
2.5.4 O MOVIMENTO DE QUEDA LIVRE .....	20
2.6 ANÁLISE GRÁFICA DOS MOVIMENTOS .....	21
2.6.1 ESTUDO DO GRÁFICO DO MRU .....	22
2.6.2 ESTUDO DO GRÁFICO DO MRUV .....	25
2.7 FÍSICA DO LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS .....	30
2.7.1 DUAS BOLAS DE GOLFE.....	32
2.7.2 SEGUNDO EXPERIMENTO.....	32
2.8 ANÁLISE DO MOVIMENTO DE UM PROJÉTEL .....	33
3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	35
3.1 PRIMEIRA AULA.....	35
3.1.1 DESCRIÇÃO DA PRIMEIRA AULA: .....	36
3.2 SEGUNDA AULA.....	36
3.2.1 DESCRIÇÃO DA SEGUNDA AULA .....	37
3.2.2 IDEIA ORIGINAL DA SEGUNDA AULA.....	37
3.2 TERCEIRA AULA .....	38
3.3.1 DESCRIÇÃO DA TERCEIRA AULA .....	39

3.4 QUARTA AULA .....	39
3.4.1 DESCRIÇÃO DA QUARTA AULA:.....	40
3.5 QUINTA AULA. ....	40
3.5.1 DESCRIÇÃO DA QUINTA AULA .....	40
3.6 SEXTA AULA.....	42
3.6.1 DESCRIÇÃO DA SEXTA AULA.....	42
3.7 SÉTIMA AULA.....	44
3.7.1 DESCRIÇÃO DA SÉTIMA AULA.....	44
ANEXO A - Questionários .....	47
Anexo B .....	54
REFERÊNCIAS.....	58

## 1. INTRODUÇÃO

Este produto, têm como tema central o lançamento de projéteis (lançamento oblíquo) que está na grade curricular dos alunos do primeiro e do terceiro ano do Ensino Médio. O tema se enquadra como sendo um dos tópicos de cinemática. O tema escolhido tem muitas aplicações no cotidiano, por exemplo, em vários esportes. Portanto, pretende-se ensinar lançamento oblíquo de uma forma ligada ao cotidiano dos alunos, despertando o interesse destes.

A aplicação mais antiga do lançamento oblíquo é o poder bélico. Desde a antiguidade, os instrumentos bélicos são estudados, com vista a trajetória parabólica que os projéteis fazem para acertar seus alvos. Também está presente no vôlei, futebol, basquete, golfe, lançamento de dardos, salto em distância, etc.. Contudo, o tema é abordado de maneira muito matematizada para os alunos do Ensino Médio. A abordagem desta sequência didática pretende relacionar a teoria do lançamento de projéteis, com suas aplicações no cotidiano.

A sequência didática foi construída de forma que, primeiramente, as primeiras aulas pretendem ensinar conceitos básicos de cinemática escalar. Esses conceitos são: referencial, repouso, movimento, trajetória, ponto material, deslocamento, velocidade (velocidade média e velocidade instantânea), movimento retilíneo uniforme (MRU), aceleração, movimento retilíneo uniformemente variado, vetores e cinemática vetorial. Após os alunos terem contato com estes conceitos, as últimas aulas da sequência didática abordaram o Lançamento de Projéteis. Esse tema já foi lecionado por mim na rede privada de ensino de Alfenas, no primeiro ano do Ensino Médio. Na ocasião, foi observado pessoalmente, que lançamento de projéteis é um tema em cinemática que os alunos têm dificuldades em aprender, contudo é um tópico atrativo e motivador para os alunos. Portanto, é um tema complexo, porém atrativo e com muitas aplicações no cotidiano.

Lançamento de projéteis é um tópico que é cobrado em vestibulares e no ENEM. Portanto, a sequência didática pretende passar o conhecimento necessário, inclusive o matemático, para que os alunos façam um bom exame.

No Ensino Médio, especificamente no Ensino de Física ocorre a aprendizagem mecânica (MOREIRA, 2010). Este produto, porém, se baseia na Aprendizagem Significativa de David Ausubel (AUSUBEL, 2000) como referencial teórico.

Utilizaremos também a gamificação na tentativa de engajar e motivar os alunos, de forma a aprenderem de maneira significativa o conteúdo.

A sequência didática tem sete aulas ao total, com duração de cinquenta minutos cada. Este produto foi destinado aos professores de Física do Ensino Médio. A sequência pode ser aplicada por estes professores em qualquer ano do Ensino Médio.

Utilizaremos nesta sequência, espaços como quadras de esportes, sala de aula, laboratório de informática. Também será utilizado aplicativos em “smartphones”, simulações “online” e aparato experimental.

## 2. FÍSICA ENVOLVIDA

Nesta seção, temos a física envolvida na sequência didática, que consiste primeiramente, na parte histórica da cinemática e do lançamento de projéteis; posteriormente, a física da cinemática, e por fim, a física do lançamento de projéteis.

### 2.1 HISTÓRIA DO LANÇAMENTO OBLIQUO

Na evolução dos conceitos, podemos citar a física da antiguidade, com o principal personagem sendo o filósofo grego Aristóteles e sua contribuição nas diversas ciências, inclusive na física. A ciência grega tentava explicar os fenômenos da natureza, de maneira racional e científica, considerando o maior número de elementos integrantes deste fenômeno, ou seja, através da observação, eles descreviam os fenômenos naturais, fazendo suas análises e formulando princípios. É importante saber a ideia aristotélica de movimento, pois esta sequência se baseia no movimento balístico. Também é necessário saber algumas ideias aristotélicas sobre mecânica.

O lançamento oblíquo de projéteis foi explicado por Jean Buridan (1300 a 1358), um discípulo de Aristóteles, sob a influência das concepções aristotélicas, através da teoria do ímpeto.

Nesta teoria, o ímpeto descreve a trajetória de um projétil com base nas relações entre um ímpeto comunicado inicialmente e o ímpeto do peso do projeto (PÔNCIO E GOUVEIA, 2020). Com isso, quando lançado, o projétil recebe um ímpeto inicial que é bem maior que o ímpeto de seu peso, contudo este ímpeto inicial vai diminuindo até quando este ímpeto inicial acaba, então resta apenas o ímpeto do peso do projétil, fazendo-o cair.

Com o advento da física clássica ou newtoniana entramos em outra fase da história da Física. Temos uma grande evolução das ideias da Física, passando pela mecânica na Grécia antiga, até chegarmos em grandes nomes da física clássica. A física newtoniana está marcada pela formulação de modelos que reduzem os elementos constituintes do problema a ser analisado, ou seja, as leis clássicas, reduzem o número de peças do quebra-cabeça para obter leis limites, observáveis, cujos limites podem ser obtidos experimentalmente.

Agora com o advento da mecânica newtoniana, com estudos de Galileu, entre outros, vamos descrever o lançamento oblíquo como sendo a composição de dois movimentos. Um movimento retilíneo uniforme na horizontal e um movimento retilíneo uniformemente variado na vertical. O projétil é lançado com uma velocidade inicial  $V_0$  e possui aceleração constante devido a ação da força da gravidade e descreverá uma trajetória parabólica. Este modelo é válido seguindo algumas proposições: o lançamento é feito acima de uma superfície plana, a altura máxima do lançamento é muito menor que o raio da Terra, e despreza-se a resistência do ar. Visto que trabalharemos com o Ensino Médio, desprezamos aqui, a resistência do ar.

Porém se considerarmos a resistência do ar que envolve o projétil no fenômeno estudado e aumentarmos gradualmente a influência deste atrito causado pela resistência do ar, percebemos que a trajetória obtida tende a ser como a descrita por Buridan.

## 2.2 GALILEU E O MOVIMENTO

Galileu começa a estudar as causas do movimento. Na sua publicação “*De motu*” (Do Movimento), Galileu também considera necessário associar uma força a um objeto em movimento para manter em movimento. Porém ele tem divergências com Aristóteles. Por exemplo, para explicar o movimento de um projétil, tema deste trabalho, Galileu admite a ideia de força impressa.

Neste trabalho, tratamos do tópico de lançamento de projéteis no Ensino Médio. Aqui, abordamos o contexto histórico deste tipo de movimento. Para Galileu, quando um corpo pesado é projetado para cima, imprime-se ao corpo uma certa qualidade ou virtude (força, *impetus*). Por causa disso, o corpo adquire certa leveza. Essa leveza é perdida durante a descida. Neste sentido, Galileu faz uma analogia entre a diminuição gradativa

de força (*impetus*) estimulada no projétil, à medida que se processa o movimento e o calor de uma barra, depois que esta é retirada do fogo.

“Agora, de maneira a explicar o nosso ponto de vista, primeiro perguntemos o que é essa força motora a qual é impressa pelo projetor sobre o projétil. A nossa resposta, então, é a de que há uma retirada de peso quando o corpo é atirado para cima e uma retirada de leveza quando o corpo é arremessado para baixo. Mas se uma pessoa não se surpreende que o fogo pode privar o ferro do frio, introduzindo calor, ela não se surpreenderá que o projetor pode, atirando um corpo para cima, despojá-lo de peso e fazê-lo leve. O corpo, então, é movido pelo projetor para cima enquanto está em sua mão e é despojado do seu peso; da mesma maneira o ferro é movido, em um movimento alternativo, em direção ao aquecimento enquanto está no fogo e é despojado do frio. Força motora, isto é, leveza é preservada na pedra quando o movedor não está mais em contato; calor é preservado no ferro depois que o ferro é removido do fogo. A força impressa gradualmente diminui no projétil quando ele não está mais em contato com o projetor; o calor diminui no ferro quando o fogo não está presente.” (FRANKLIN, 1976)

A ideia de Galileu é que quando o objeto está subindo verticalmente a força que lhe foi impressa é maior que seu peso natural. À medida que o objeto vai subindo, essa força diminui gradativamente, até o momento em que o peso natural seja maior. Essa é a explicação de um corpo que sobe e desce, quando lançado verticalmente para cima, naquele momento da história. Na queda, essa força impressa continua diminuindo, com isso a tendência natural do objeto se sobrepuja a força impressa, explicando assim sua aceleração. No momento em que a força impressa se anula, o projétil se movimenta com velocidade constante.

Entendendo isso mostra-se o vínculo entre aceleração de um corpo em queda e a força a ele impressa quando do seu lançamento para cima. Galileu teria que explicar como um objeto de uma certa altura quando solto varia sua velocidade. Pois segundo Galileu, se soltarmos um objeto de uma torre muito alta, o movimento acelerado, se transformaria em uniforme.

Galileu explica que quando um corpo é lançado para cima e posteriormente o objeto é retido pelas mãos de uma pessoa, “leveza” e peso natural se anulam. Essa leveza



é mantida inalterada pelo corpo enquanto ele permanece detido nessa posição. Esse corpo, no alto da torre, não sofre, por parte de seu suporte, uma pressão para cima exatamente igual a seu peso. Abandonando o corpo, essa leveza diminui, até não existir mais. Daí por diante sua velocidade fica constante. Portanto, quando um corpo é solto de uma certa altura, ele retém de alguma maneira uma certa força (*impetus*) proveniente do projetor, que agindo contrariamente à tendência natural do corpo, até acabar, explica sua aceleração.

### 2.3 GALILEU E O MOVIMENTO DE PROJÉTEIS

Galileu estudou o movimento neutro sobre um plano horizontal e o movimento naturalmente acelerado sobre planos de qualquer inclinação, sendo a queda livre, um caso particular. Agora, Galileu volta sua atenção para um movimento de um projétil, lançado horizontalmente de uma certa altura em relação ao solo.

Primeiramente Galileu considera um corpo com uma certa velocidade sobre um plano horizontal finito e livre de atritos ou outros impedimentos. O corpo percorre esse plano horizontal com velocidade constante, percorrendo distâncias iguais em tempos iguais. Galileu argumenta se o corpo fosse solto de uma altura em relação ao solo, ficando sujeito apenas à ação da gravidade, ele percorreria distâncias proporcionais aos quadrados dos tempos envolvidos (PEDUZZI, 2008).

Sabemos que o lançamento de projéteis é a junção dos dois movimentos citados acima e como pode se ver na figura 1. Então, Galileu considera seu “corpo de prova” sob a ação desses dois movimentos. Com isso, se o plano horizontal estivesse a uma certa altura do solo, e o corpo percorresse este plano, com velocidade constante, quando ele chegar na extremidade, acrescentaria àquele movimento uniforme e indestrutível a tendência de ir para baixo, devido a sua própria gravidade. O deslocamento horizontal e vertical do projétil a partir da borda do plano, representam as suas coordenadas em relação a este ponto, onde  $x \propto t$ ,  $y \propto t^2$ .

Com isso, Galileu comprova o que dizemos acima, a combinação desses dois movimentos perpendiculares resulta um movimento de trajetória parabólica.

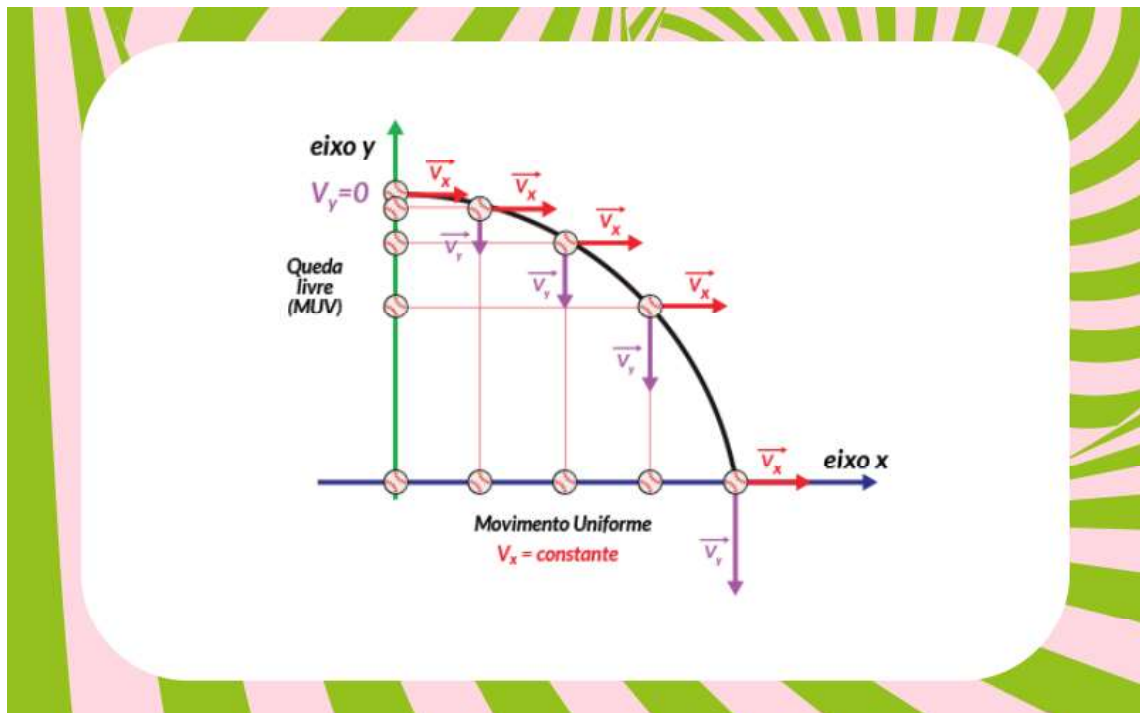


Figura 1: A trajetória de um corpo projetado horizontalmente de uma certa elevação em relação ao solo, em um meio não resistente, é uma parábola. FONTE: acervo do professor.

Neste momento, vamos citar o movimento da pedra solta do alto do mastro de um navio em movimento uniforme em relação as ideias de Galileu sobre o movimento plano de um projétil.

Quando a pedra é solta, ela fica sob a ação de dois movimentos: o horizontal, com velocidade constante; e o vertical, com aceleração constante. Na horizontal, o movimento se explica, porque a pedra adquire a mesma velocidade constante do navio, e, portanto, desloca-se em relação à água com a mesma velocidade do navio. E na vertical, temos a ação apenas da força gravitacional.

## 2.4 FÍSICA ENVOLVIDA – A CINEMÁTICA

Agora vamos descrever os conceitos básicos de cinemática necessários para a sua abordagem matemática e para análise gráfica dos movimentos que se pretende representar.

No dia-a-dia costuma-se associar a ideia de movimento a tudo que esteja em constante mudança, atividade, animação, agitação, evolução, desenvolvimento, enfim, à vida. Entretanto, em Física, a ideia de movimento assume um significado bastante restrito, qual seja: *a variação, em função do tempo, da posição de um corpo em relação a outro corpo*

*que serve de referência.* Na física envolvida neste trabalho é importante explicar os conceitos de posição, corpo, corpo que serve de referência. Estes conceitos-chaves, juntamente com os de distância percorrida, deslocamento, velocidade, trajetória, aceleração, tempo e referencial, constituem a base conceitual necessária para a descrição da cinemática do movimento de corpos através de proposições semânticas (do tipo, quanto menor isso...maior aquilo), representações externas (como gráficos, tabelas e diagramas, etc.) e modelos matemáticos. Um modelo matemático é um tipo de representação simbólica que faz uso de entes matemáticos como funções, vetores, etc. Em Física, de grande interesse são os modelos matemáticos que representam sistemas dinâmicos. Um modelo de sistema dinâmico pode ser entendido como um conjunto de relações matemáticas entre as grandezas que descrevem o sistema e o tempo, considerado como variável independente. Mas voltemos à ideia central de movimento.

#### 2.4.1 O CONCEITO DE PONTO MATERIAL E SISTEMA DE REFERÊNCIA

Quando dizemos que um corpo está em movimento, devemos explicitar em relação a que outro corpo sua posição se altera à medida que o tempo passa. Vejamos um exemplo. Imagine um trem que se aproxima de uma estação onde alguns passageiros aguardam sentados. Em relação à estação, o trem está em movimento e os passageiros estão em repouso. Já em relação ao trem, tanto a estação quanto os passageiros estão em movimento. Nesse sentido, o conceito de movimento é relativo, ou seja, depende do corpo de referência adotado.

Como foi dito, a definição apresentada para movimento se baseia em conceitos pouco precisos. Tratemos de precisá-los. Para resolvermos esta dificuldade em relação ao corpo que se movimenta e ao corpo que serve de referência, introduziremos os conceitos de **ponto material** e de **sistema de referência**. Para tanto, suponha que estamos interessados em determinar o tempo que um ônibus leva para percorrer o trecho da Avenida Ipiranga, localizada na cidade de Porto Alegre, indicado na figura 2 abaixo. Esse exemplo foi tirado de Gaspar (2000).

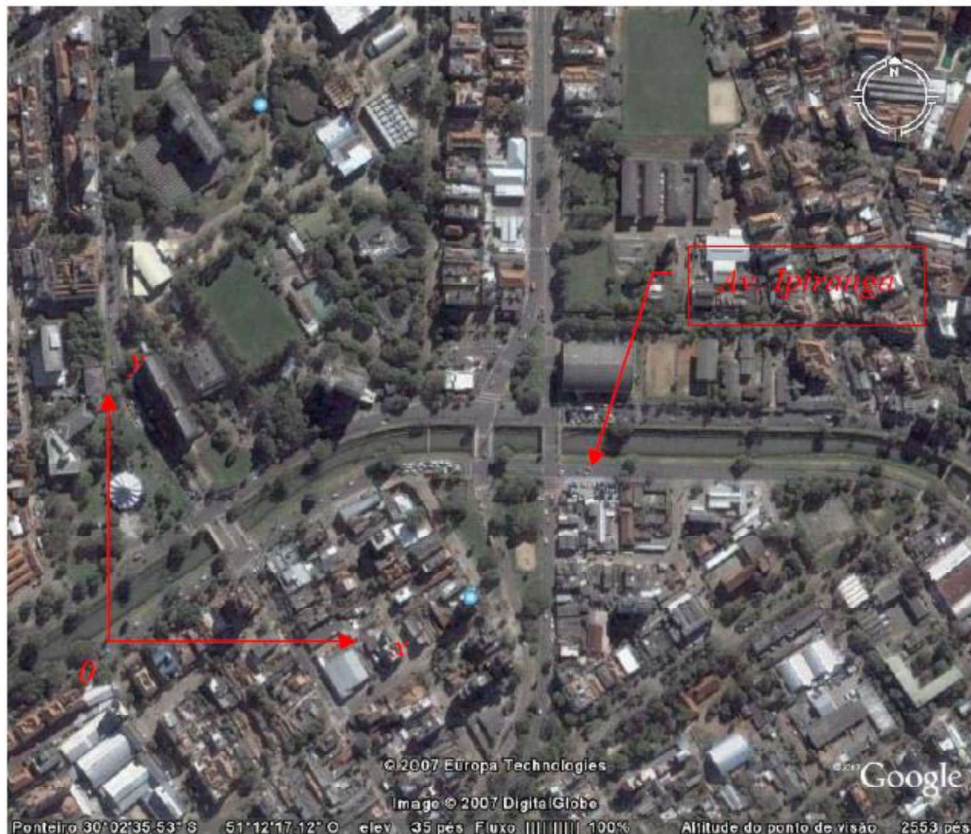


Figura 2: Um trecho da extensa Avenida Ipiranga, localizada na cidade de Porto Alegre, obtido com o software Google Earth. FONTE: GASPAR 2000.

Como o trecho é muito maior do que o tamanho do ônibus, podemos desprezar as dimensões deste último e considerá-lo como um objeto pontual. Sempre que as dimensões do corpo em movimento puderem ser desprezadas, dizemos que o corpo se comporta como um ponto material. Esta idealização limita-nos ao estudo do movimento de translação de corpos rígidos. Neste caso, todas as partículas que constituem o corpo rígido sofrem o mesmo deslocamento e, por isso, podemos nos preocupar com o deslocamento de somente uma delas. Além disso, a figura mostra um sistema com dois eixos coordenados,  $x$  e  $y$ , cuja origem foi fixada num ponto da Terra escolhido arbitrariamente, de forma conveniente para estabelecer as coordenadas da posição do ônibus. Assim, desprezando as ondulações do terreno e a curvatura da Terra, podemos adotar um sistema de referência bidimensional para o estudo de qualquer movimento nessa região. Logo, *sistema de referência (ou referencial) é todo o sistema de coordenadas em relação ao qual se podem especificar as coordenadas da posição de um ponto material*. Antes de prosseguirmos na discussão de novos conceitos, redefinamos o conceito de movimento, agora, de modo mais preciso: *um ponto material está em movimento em relação a um dado referencial, quando sua posição varia no decorrer do tempo*.

## 2.4.2 O CONCEITO DE TRAJETÓRIA

Outro conceito que depende fundamentalmente do referencial adotado é o de **trajetória**. A trajetória de um corpo pode ser entendida como o caminho que ele percorreu durante sucessivos instantes de tempo, ao longo de seu movimento. Vejamos um exemplo. Imagine um paraquedista que salta do interior de um avião. Se pudermos desprezar os efeitos de resistência do ar, enquanto o paraquedas não se abre, do ponto de vista do piloto do avião, a trajetória do paraquedista é aproximadamente retilínea e vertical. Já para um observador na Terra, a trajetória descrita pelo paraquedista será parabólica. Assim, os conceitos de movimento, repouso e trajetória dependem do referencial adotado.

## 2.4.3 OS CONCEITOS DE DESLOCAMENTO E DISTÂNCIA PERCORRIDA

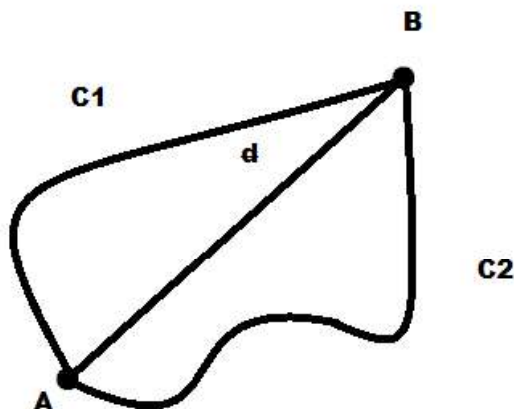


Figura 3: O deslocamento  $d$  de um corpo, ao percorrer as trajetórias  $C1$  e  $C2$ , entre os pontos  $A$  e  $B$ . FONTE: criado pelo professor.

O conceito de **deslocamento** decorre da definição de movimento. Já o conceito de **distância percorrida**, decorre da definição de trajetória. Vejamos cada um deles, com base na figura 3 acima.

Suponha que um corpo partindo do ponto  $A$  alcance o ponto  $B$  ora pelo caminho  $C1$ , ora pelo caminho  $C2$ . O deslocamento do corpo, em ambos os casos, é o vetor  $\vec{d}$  que une os dois pontos e só depende deles. Assim, dado um sistema de referência, a partir do

qual se possa determinar a posição  $\vec{x}_A$  do ponto  $A$  e a posição  $\vec{x}_B$  do ponto  $B$ , definimos o deslocamento  $\vec{d}$  como sendo

$$\vec{d} = \vec{x}_B - \vec{x}_A \quad \text{Equação 1}$$

Entretanto, as distâncias percorridas dependerão do comprimento de cada uma das trajetórias (caminhos 1 e 2). No caso particular em que a trajetória seja retilínea e não haja inversão no sentido de movimento, o módulo do deslocamento deverá coincidir com a distância percorrida pelo corpo.

#### 2.4.4 OS CONCEITOS DE ACELERAÇÃO MÉDIA E ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA

O conceito de **aceleração média** é definido a partir do conceito de velocidade. A aceleração média indica o quanto a velocidade de um corpo variou no intervalo de tempo correspondente. Vejamos o significado físico da aceleração média através de um exemplo. Suponha o movimento de um carro que durante sua arrancada possui uma aceleração média de 10 km/h/s. Essa aceleração indica que a velocidade instantânea, a velocidade indicada pelo velocímetro do carro, está variando, em média, 10 km/h a cada 1 s de movimento. Logo, seguindo este raciocínio, ao partir do repouso, o carro chegaria a uma velocidade de 10 km/h depois de 1 s, atingiria 20 km/h depois de 2 s, 30 km/h depois de 3 s, 40 km/h depois de 4 s, e assim por diante. Logo, define-se a aceleração média como sendo a razão entre a variação da velocidade  $\Delta\vec{v}$  e o intervalo de tempo  $\Delta t$  correspondente:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - v_0}{t - t_0} \quad \text{Equação 2}$$

Onde  $\vec{v}$  é a velocidade associada ao instante de tempo final  $t$  e  $v_0$  é a velocidade inicial associada ao instante de tempo inicial  $t_0$ . O módulo da aceleração média  $|\vec{a}_m|$ , no S.I., se mede em m/s/s ou simplesmente m/s<sup>2</sup>.

O conceito de **aceleração instantânea**, ou simplesmente aceleração, é definido similarmente à aceleração média, com a diferença que  $\Delta t$  é tomado como sendo

infinitamente pequeno, reduzindo-se a um instante de tempo. Logo, a aceleração média torna-se a aceleração naquele instante.

#### 2.4.5 UM DIAGRAMA CONCEITUAL SOBRE CINEMÁTICA

Como dito anteriormente, os conceitos apresentados até o momento constituem o arcabouço conceitual necessário para descrever o movimento dos corpos, do ponto de vista da Cinemática. Antes de avançarmos na discussão, vejamos um diagrama conceitual que procura dar uma visão panorâmica do campo conceitual da Cinemática na figura 4 abaixo.

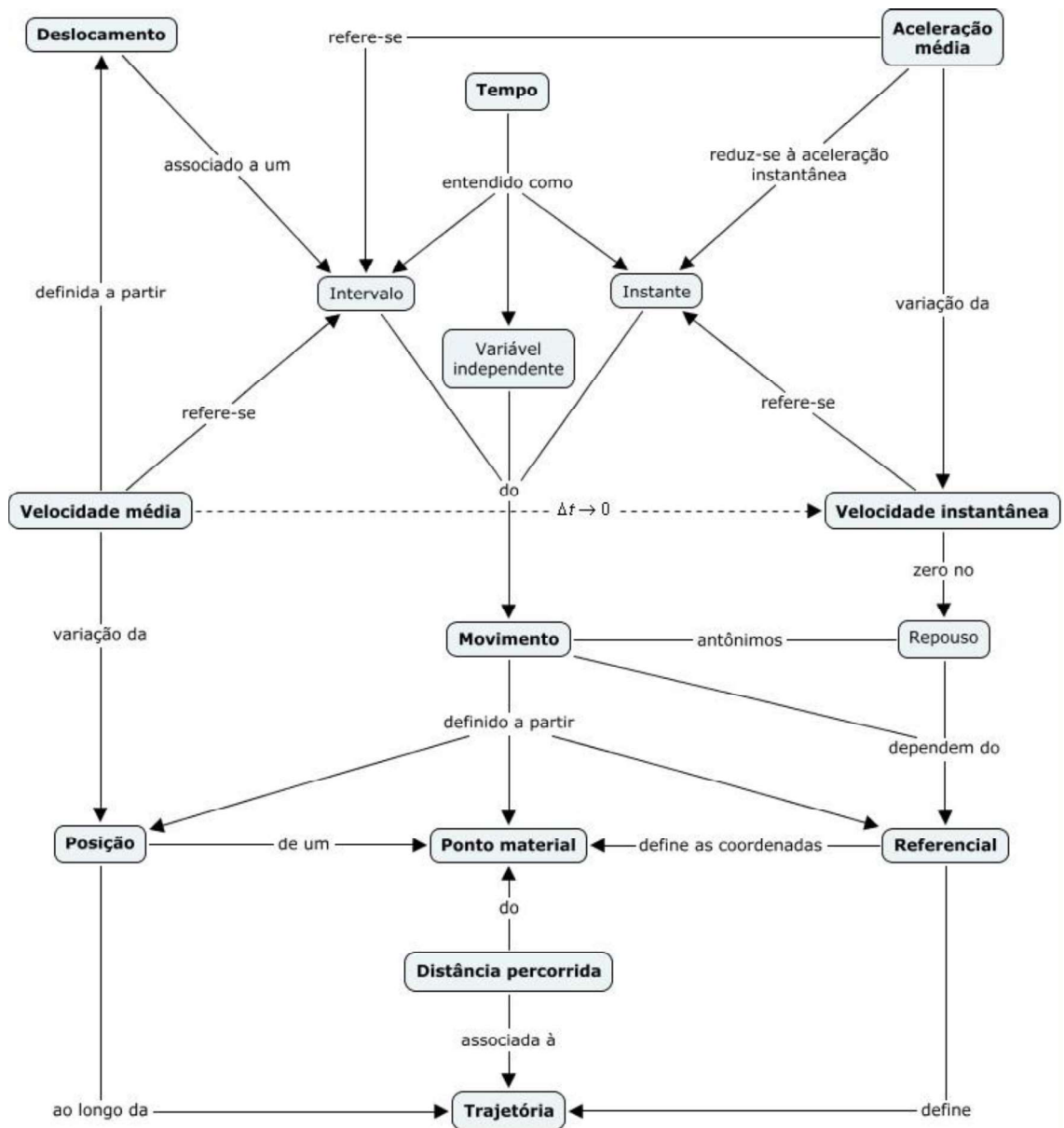


Figura 4: Um diagrama conceitual de Cinemática. Fonte: GASPAR, 2020.

O diagrama conceitual acima tem por objetivo evidenciar algumas relações entre os conceitos necessários para a descrição do movimento dos corpos. Em Física, o conceito de movimento é definido a partir dos conceitos de posição, ponto material e referencial. Dessa forma, só é possível descrever a variação da posição de um ponto material, ao longo de sua trajetória, se tivermos adotado um referencial. A variação da posição é definida como sendo o deslocamento, que só é numericamente igual à distância percorrida quando o movimento é retilíneo e não inverte o seu sentido. O deslocamento, por sua vez, juntamente com o intervalo de tempo correspondente, define a velocidade média do movimento. Contudo, se quisermos obter informações sobre a velocidade num instante qualquer do movimento, devemos tomar o limite em que  $\Delta t \rightarrow 0$ , de modo a calcular a velocidade instantânea do ponto material naquele instante. Quando a velocidade for nula, o ponto material estará em repouso. Por fim, em movimentos uniformemente variados (acelerados), a grandeza física que mede a taxa de variação da velocidade no tempo, considerado em toda a Cinemática como variável independente, é a aceleração média.

#### 2.4.6 ALGUMAS SIMPLIFICAÇÕES PARA ESTUDAR O MOVIMENTO

Dependendo do tipo de movimento, estudá-lo pode ser uma tarefa demasiada complicada. Trajetórias bi e tridimensionais, por exemplo, exigem uma notação vetorial um pouco mais complexa. Para facilitar nossa abordagem à Cinemática, faremos algumas simplificações quanto às trajetórias descritas pelos corpos, o que acabará por reduzir nosso estudo a um número limitado de situações. Iremos considerar somente trajetórias retilíneas, em outros termos, apenas movimentos unidimensionais. Esta restrição torna possível a utilização de apenas um eixo coordenado como sistema de referência, o que simplifica consideravelmente o estudo de um movimento na medida em que dispensaremos a notação vetorial. Ou seja, faremos um estudo da Cinemática escalar, como veremos a seguir.

#### 2.4.7 O MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME

Movimentos que se realizam ao longo de trajetórias retilíneas não são comuns. As grandes retas das estradas dificilmente correspondem a trajetórias retilíneas. Elas quase sempre possuem desníveis que acabamos não considerando. Na verdade, a maioria dos



corpos que se movem próximos à superfície da Terra não descreve trajetória retilínea. Menos frequentes, ainda, são os movimentos que além de descreverem trajetória retilínea, o fazem com velocidade constante. O movimento retilíneo uniforme (MRU) é o movimento mais simples e menos frequente que existe na natureza. Vejamos algumas situações em que se pode observar este tipo de movimento. Uma esfera metálica abandonada dentro de um tubo contendo óleo na vertical, cai com velocidade aproximadamente constante. O movimento de queda das gotas de chuva se realiza com velocidade constante passado certo tempo do seu início. O movimento de uma pessoa numa escada rolante, subindo ou descendo, também ocorre com velocidade constante.

Assim, quando o corpo se move em uma trajetória retilínea e com velocidade constante, o seu movimento é retilíneo uniforme. A única grandeza física que varia com o tempo é a posição. Em consequência, estudar o MRU resume-se ao estudo da variação da posição do corpo em função do tempo. Como exemplo, suponha que você esteja dirigindo um carro, em linha reta, com velocidade de 60 km/h. Nestas condições, o carro irá percorrer 60 km a cada hora. Logo, após 1 hora de movimento o carro percorrerá 60 km, após 2 horas percorrerá 120 km, após 3 horas percorrerá 180 km, e assim por diante. Ou seja, o carro percorrerá *distâncias iguais em intervalos de tempo iguais*. Tratemos de expressar estas ideias em linguagem matemática.

Suponha que um carro esteja percorrendo, com velocidade constante, uma trajetória retilínea. A figura 5 representa a situação de forma esquemática. Nela, está indicado um eixo coordenado com origem em  $O$  que serve de referência para determinar as posições do carro em cada instante de tempo.

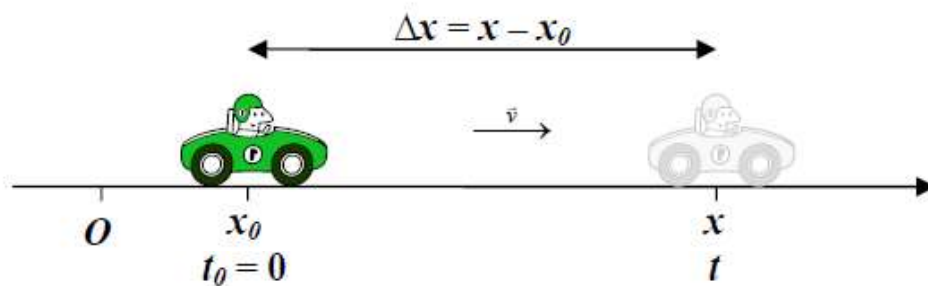


Figura 5: Uma representação esquemática do movimento de um carro, com velocidade constante, numa trajetória retilínea. Fonte: GASPAR (2002).

Ao longo do eixo coordenado, estão indicadas as posições  $x_0$ , que corresponde ao instante de tempo  $t_0$ , e  $x$  que corresponde ao instante de tempo  $t$ . A diferença  $x - x_0$  é o deslocamento  $\Delta x$  durante o intervalo de tempo  $\Delta t = t - t_0$ . Em geral, se admite  $t_0 = 0$ . Na

prática, isso corresponde a zerar o cronômetro no momento que se inicia a contagem do movimento. Logo, com base na figura acima, é possível verificar que:

$$x = x_0 + \Delta x \quad \text{Equação 3}$$

Porém, o movimento retilíneo uniforme é aquele no qual a velocidade em qualquer instante de tempo é constante e diferente de zero. Assim, a velocidade do carro em qualquer instante de tempo é igual a sua velocidade média ao longo de todo o movimento. Logo:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{Equação 4}$$

e isolando  $\Delta x$  na equação acima, temos que:

$$\Delta x = v_m \Delta t = v \Delta t \quad \text{Equação 5}$$

Substituindo  $\Delta x$  na primeira equação, tem-se que, fazendo  $t_0 = 0$ :

$$x = x_0 + vt \quad \text{Equação 6}$$

A expressão acima é conhecida como a função horária do movimento retilíneo uniforme. Nela, os valores constantes são a posição inicial  $x_0$  e a velocidade  $v$ . A posição  $x$  varia linearmente com o tempo  $t$ . Assim, esta função permite determinar para cada instante de tempo  $t_0$  correspondente valor da posição  $x$  do ponto material ao longo da sua trajetória e, vice-versa, conhecendo a posição do ponto material, determinar o correspondente instante de tempo.

## 2.5 O MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Embora alguns movimentos observados na natureza sejam aproximadamente uniformes, é fácil constatar que a maioria dos corpos adquire movimento com uma velocidade que varia com o passar do tempo. Estes movimentos são denominados de acelerados ou variados. Aqui, nos restringiremos às situações em que esta variação se processa de maneira uniforme, ou seja, em que a *velocidade do corpo aumenta (ou diminui) da mesma intensidade em intervalos de tempos iguais*. A arrancada de um carro, o movimento de uma bola que rola ladeira abaixo, a freada de um automóvel, a queda de

uma pedra e muitos outros movimentos podem ser considerados variados. Como foi visto, a grandeza física que descreve a variação da velocidade num certo intervalo de tempo é a aceleração. Ela indica a rapidez com que a velocidade do ponto material varia com o passar do tempo. Vejamos como ficam estas ideias expressas em linguagem matemática.

### 2.5.1 A VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO TEMPO

A figura 6 ilustra de forma esquemática o movimento, numa trajetória retilínea, de um carro que se move com aceleração constante.

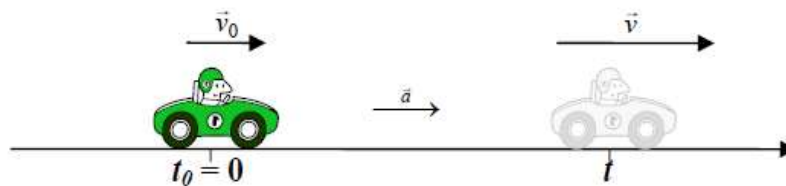


Figura 6: Uma representação esquemática de um carro que se move com aceleração constante. FONTE: GASPARG, 2020.

Ao longo do eixo coordenado são mostrados o instante inicial  $t_0 = 0$ , que corresponde à velocidade inicial  $v_0$ , e o final  $t$ , que corresponde à velocidade final  $v$ . A diferença  $v - v_0$  é a variação da velocidade  $\Delta v$  durante o intervalo de tempo  $\Delta t = t - t_0$ . Porém, o movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) é aquele no qual a aceleração em qualquer instante de tempo é constante e diferente de zero. Assim, a aceleração do carro em qualquer instante de tempo é igual a sua aceleração média ao longo do movimento. Logo:

$$a = a_m = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad \text{Equação 7}$$

Isolando  $v$  na equação acima, e fazendo  $t_0 = 0$ :

$$v = v_0 + at \quad \text{Equação 8}$$

Na expressão acima, os valores constantes são a velocidade inicial  $v_0$  e a aceleração  $a$ . Logo, a velocidade  $v$  varia linearmente com o tempo  $t$ . Esta função permite determinar para cada instante de tempo  $t$ , o correspondente valor da velocidade  $v$  do ponto material ao longo da sua trajetória e, vice-versa, conhecendo a velocidade do ponto material, determinar o correspondente instante de tempo.

### 2.5.2 A POSIÇÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO

A posição de um ponto material em MRUV varia com o quadrado do tempo, segundo a expressão abaixo:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{Equação 9}$$

onde  $x_0$  e  $v_0$  são, respectivamente, a posição inicial e a velocidade inicial no instante  $t_0$  e  $a$  é a aceleração (constante) a que está submetido o ponto material. Justificaremos a forma desta expressão mais tarde, quando interpretaremos a área abaixo da curva no gráfico  $v \times t$  para o movimento acelerado. Fixados os parâmetros  $x_0$ ,  $v_0$  e  $a$  que definem o movimento acelerado, a expressão acima permite determinar para qualquer instante de tempo, a posição do ponto material. Por isso, é denominada a função horária do MRUV.

### 2.5.3 A VELOCIDADE EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO

Combinando as expressões para a velocidade e para a posição em função do tempo, de modo que a expressão resultante não dependa da variável  $t$ , temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad \text{Equação 10}$$

onde  $x_0$ ,  $v_0$  e  $a$  são parâmetros. A partir desta expressão é possível determinar a velocidade  $v$  para qualquer posição  $x$  da trajetória e, vice-versa, determinar a posição do ponto material em função da sua velocidade. A expressão acima é conhecida como a “equação de Torricelli”.

### 2.5.4 O MOVIMENTO DE QUEDA LIVRE

A Cinemática consiste numa abordagem teórica ao estudo do movimento dos corpos. Sua formulação remonta a Galileu (1564 – 1642) quando, interessado em descrever a trajetória de projéteis e a queda dos corpos, estudou o movimento uniforme (velocidade constante) e o movimento uniformemente variado (aceleração constante). Galileu acreditava que todos os corpos, independentemente do seu peso, caíam da mesma forma, isto é, adquiriam a mesma velocidade em cada instante de tempo, se abandonados da mesma altura num meio cuja resistência fosse nula, ou seja, no vácuo. Esta hipótese contradizia a teoria de Aristóteles sobre o movimento, segundo a qual: um corpo massivo

cairia *mais* depressa que outro *menos* massivo. A fim de refutar a teoria aristotélica, Gonçalves e Toscano sugerem que Galileu parece ter adotado o seguinte raciocínio:

*“...deixando cair dois objetos de massas diferentes, segundo Aristóteles, o mais “pesado” adquire maior valor de velocidade. Unindo os dois, o mais rápido será parcialmente retardado pelo mais lento e este, por sua vez, será acelerado pelo mais “pesado”. Como exemplo, tomem-se duas pedras: uma grande, que se move com módulo de velocidade 5,0 m/s, e uma menor, que se move com velocidade em módulo 2,0 m/s. Quando unidas, as duas se moverão com uma velocidade de módulo menor que 5,0 m/s e maior que 2,0 m/s. Portanto, um objeto mais “pesado” (as duas pedras juntas) move-se com módulo de velocidade menor que o de um mais “leve”, quando deveria cair com uma velocidade ainda maior.” (GONÇALVES E TOSCANO, 1997: 265-266)*

A partir das suas experiências de pensamento e dos experimentos realizados com objetos abandonados do alto de planos inclinados, Galileu formulou dois enunciados sobre o movimento de queda livre (sem resistência do ar) dos corpos que podem ser resumidos da seguinte forma:

- a) um corpo que cai a partir do repouso adquire, em tempos iguais, variações iguais de velocidade;
- b) a distância percorrida por um corpo que cai a partir do repouso é proporcional ao quadrado do tempo gasto para percorrê-lo.

Como mostram as ideias de Galileu, o movimento de queda livre (MQL) é um movimento retilíneo uniformemente acelerado na direção vertical. Logo, as equações que descrevem um MQL são as mesmas que descrevem um MRUV na direção horizontal. A única diferença está no fato de que no MQL o sistema de referência passa a ser um eixo coordenado na direção vertical que aponta, normalmente, para cima. Além disso, no MQL o módulo da aceleração a que fica submetido o ponto material é sempre conhecido e na Terra vale aproximadamente  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

## 2.6 ANÁLISE GRÁFICA DOS MOVIMENTOS

Até aqui, estivemos preocupados em analisar os movimentos retilíneos nas direções horizontal e vertical, sejam eles uniformes ou acelerados, por meio de relações matemáticas entre as grandezas que descrevem o movimento do corpo e o tempo, considerado como variável independente. Outro tipo de análise extremamente útil do movimento é o seu estudo gráfico. Gráficos armazenam uma grande quantidade de

informações e permitem uma visão geral do comportamento das grandezas envolvidas na descrição dos movimentos. Iniciemos nossa análise gráfica pelo estudo dos gráficos do MRU.

### 2.6.1 ESTUDO DO GRÁFICO DO MRU

- ESTUDO DO GRÁFICO  $x \times t$

No MRU, a única grandeza cinemática que varia em função do tempo é a posição do ponto material. Como o movimento ocorre com velocidade constante  $v$ , a posição  $x$  depende linearmente do tempo  $t$ . Os gráficos  $x \times t$  da figura 6 mostram duas situações possíveis para o MRU.

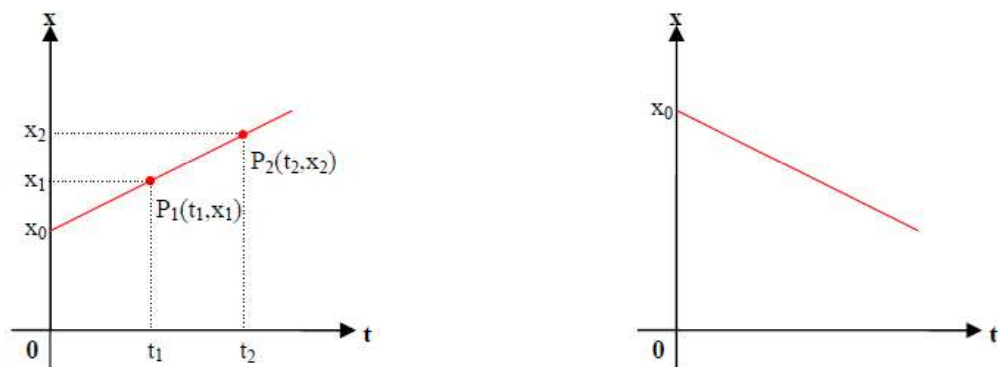


Figura 7: À esquerda, o gráfico  $x \times t$  representando um MRU com velocidade positiva. À direita, o gráfico  $x \times t$  representando um MRU com velocidade negativa. FONTE: GASPAR 2000)

Em ambos os gráficos  $x \times t$  da figura 7, o ponto onde a reta (vermelha) corta o eixo das ordenadas (eixo das posições) representa a posição inicial  $x_0$  do movimento, no instante  $t = 0$ . No gráfico à esquerda, a partir desta posição inicial, o movimento ocorre no sentido crescente do eixo das posições, indicando um deslocamento  $\Delta x$  positivo e, conseqüentemente, uma velocidade positiva. Já no gráfico à direita, o movimento ocorre no sentido contrário. Logo, o ponto material se desloca no sentido decrescente do eixo das posições, o que resulta num movimento com velocidade negativa. Para calcular o valor da velocidade, basta determinar o coeficiente angular  $m$  da reta, a partir de dois pontos quaisquer da mesma, como  $P_1(t_1, x_1)$  e  $P_2(t_2, x_2)$  no gráfico à esquerda da figura

acima. O coeficiente angular é numericamente igual à velocidade do ponto material, visto que:

$$m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \text{Equação 11}$$

Vejamos um exemplo de análise do gráfico  $x \times t$  para o MRU na figura 8. O gráfico da posição versus tempo para dois objetos  $A$  e  $B$ , em movimento ao longo de uma mesma direção, é mostrado abaixo.

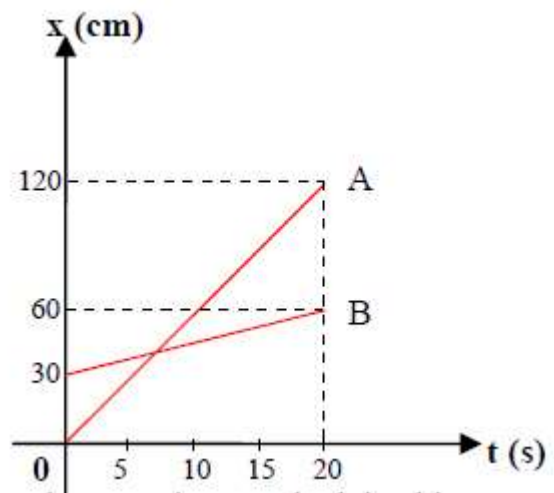


Figura 8: O gráfico  $x \times t$  representando o movimento de dois objetos ao longo da mesma direção. FONTE: Acervo do professor.

Considerando um sistema de referência que aponta para a direita, vê-se que o objeto  $A$  inicia seu movimento da origem, isto é, da posição  $x_0 = 0$ . Já o objeto  $B$  inicia seu movimento da posição  $x_0 = 30$  cm. Durante os primeiros 20 s de movimento, enquanto o objeto  $A$  sofre um deslocamento de 120 cm, o objeto  $B$  desloca-se de 30 cm. Logo, a velocidade de  $A$  é maior do que a de  $B$ . Este fato pode ser observado, também, pela inclinação das retas que representam os dois movimentos. Quanto maior for a inclinação da reta no gráfico  $x \times t$ , maior será a velocidade do corpo. Do gráfico acima, também é possível ver que a velocidade do objeto  $A$  vale 6 cm/s, enquanto a velocidade do objeto  $B$  é de 1,5 cm/s. Além disso, é possível verificar que no instante de tempo próximo a 7,5 s, os dois objetos se encontram na mesma posição.

- ESTUDO DO GRÁFICO  $v \times t$

Os gráficos  $v \times t$  da figura 8 representam as duas situações possíveis para o movimento de um ponto material ao longo de uma trajetória retilínea com velocidade constante.

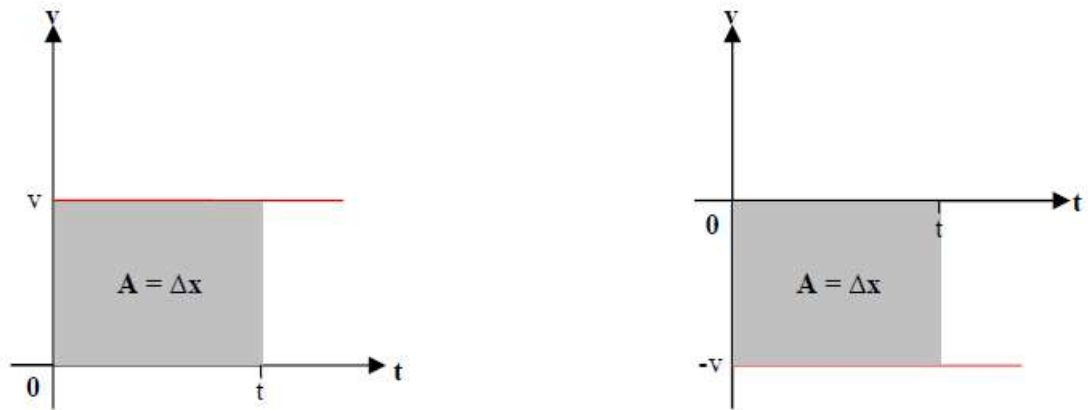


Figura 9: À esquerda, o gráfico  $v \times t$  representando um MRU com velocidade positiva. À direita, o gráfico  $v \times t$  representando um MRU com velocidade negativa. Fonte: GASPAR 2000)

Em ambos os gráficos da figura 9, a reta que representa os valores da velocidade é paralela ao eixo dos tempos, indicando que o movimento ocorre com velocidade constante. No gráfico à esquerda, a reta encontra-se acima do eixo dos tempos, indicando uma velocidade positiva. Já no gráfico à direita, a reta encontra-se abaixo do eixo dos tempos, indicando uma velocidade negativa. Além disso, a partir do gráfico  $v \times t$  é possível extrair informações sobre o deslocamento do ponto material durante o intervalo de tempo considerado. A área compreendida entre a reta (vermelha) e o eixo dos tempos, limitada lateralmente pelos instantes de tempos considerados, é numericamente igual ao deslocamento do ponto material, visto que, para os casos acima:

$$A = bh = (t - t_0)v = \Delta x \quad \text{Equação 12}$$



Vejam os um exemplo de análise do gráfico  $v \times t$  para o MRU. O gráfico da velocidade versus tempo, mostrado na figura 10, representa o movimento de um corpo ao longo de uma trajetória retilínea.

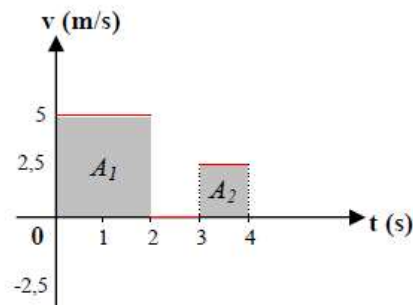


Figura 10: O gráfico  $v \times t$  representando o movimento de um corpo ao longo de uma trajetória retilínea. Fonte: GASPARG, 2000)

Considerando um sistema de referência que aponta para a direita, vê-se do gráfico acima que o corpo se movimenta, durante os primeiros 2 s, no sentido crescente das posições com velocidade de 5 m/s. Seu deslocamento neste intervalo de tempo é numericamente igual a  $A_1$ . Após, o corpo pára por 1 s, como indica o segmento de reta (vermelha) sobre o eixo dos tempos. Em seguida, volta a mover-se no mesmo sentido com velocidade de 2,5 m/s. Neste intervalo de tempo, seu deslocamento é igual a  $A_2$ . Logo, o deslocamento que o corpo sofreu, durante os primeiros 4 s de movimento, corresponde a soma algébrica das áreas indicadas no gráfico.

$$\Delta x = \text{área} = A_1 + A_2 = b_1 h_1 + b_2 h_2 = 12,5\text{m}$$

## 2.6.2 ESTUDO DO GRÁFICO DO MRUV

- ESTUDO DO GRÁFICO  $v \times t$

No MRUV, tanto a posição quanto a velocidade do ponto material variam com o tempo. Como o movimento ocorre com aceleração constante  $a$ , a velocidade  $v$ , depende linearmente do tempo. Os gráficos  $v \times t$  da figura abaixo, mostram duas situações possíveis para o MRUV.

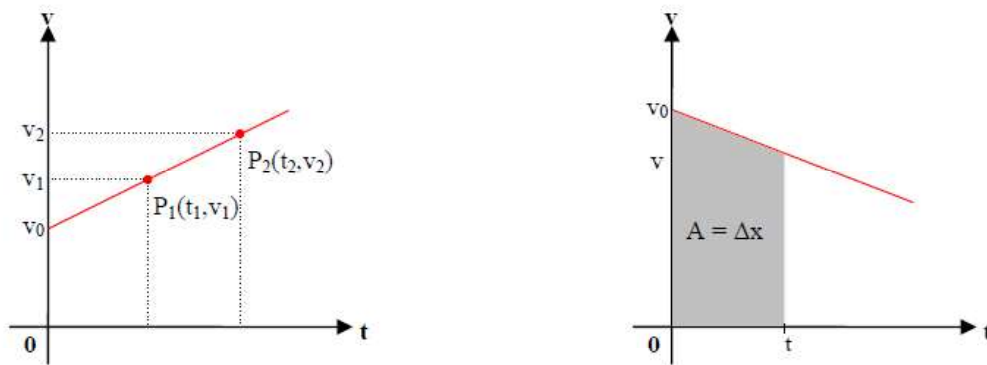


Figura 11: À esquerda, o gráfico  $v \times t$  representando um MRUV com velocidade positiva. À direita, o gráfico  $v \times t$  representando um MRUV com velocidade negativa.  
Fonte: GASPAR, 2000)

Em ambos os gráficos  $v \times t$  da figura 11, o ponto onde a reta corta o eixo das ordenadas (eixo das velocidades) representa a velocidade inicial  $v_0$  do movimento, no instante  $t = 0$ . No gráfico à esquerda, o movimento ocorre no sentido crescente do eixo das velocidades, indicando uma variação da velocidade  $\Delta v$  positiva e, conseqüentemente, uma aceleração positiva. Já no gráfico à direita, o ponto material se movimenta com velocidade cada vez menor, o que resulta numa aceleração negativa.

Para calcular o valor da aceleração, basta determinar o coeficiente angular  $m$  da reta, a partir de dois pontos quaisquer da mesma, como  $P_1(t_1, v_1)$  e  $P_2(t_2, v_2)$  no gráfico à esquerda da figura acima. O coeficiente angular é numericamente igual à aceleração do ponto material, visto que:

$$m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = a \quad (\text{Equação 13})$$

Além disso, se extrapolarmos o traçado da reta no gráfico à direita, é possível determinar o instante de tempo em que o ponto material tem velocidade nula. E, da mesma forma que no MRU, a área compreendida entre a reta e o eixo dos tempos, limitada pelos instantes de tempo considerados, é numericamente igual ao deslocamento do ponto material, tal que:

$$A = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(v+v_0)t}{2} = \Delta x \quad (\text{Equação 14})$$

A última expressão obtida é a função horária do MRUV. Vejamos, então, um exemplo de análise do gráfico  $v \times t$  do MRUV. O gráfico da velocidade versus tempo, mostrado na figura 12, representa o movimento de um corpo ao longo de uma trajetória retilínea.

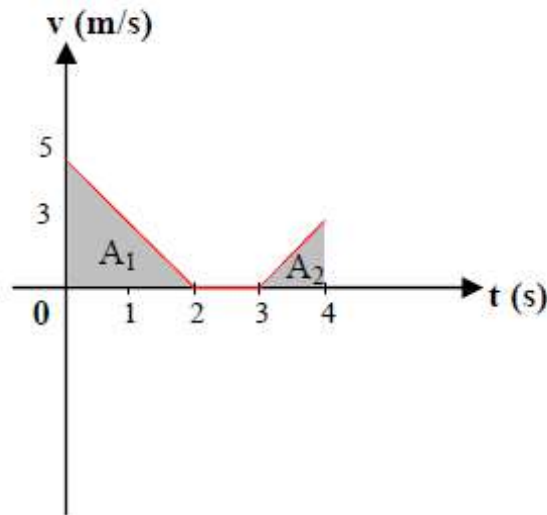


Figura 12: O gráfico  $v \times t$  para o movimento de um corpo ao longo de uma trajetória retilínea. Fonte: GASPAR, 2000)

Considerando um sistema de referência que aponta para direita, o gráfico acima representa o movimento de um corpo que, durante os primeiros 2 s, sofre uma aceleração de  $-2,5 \text{ m/s}^2$ . Seu deslocamento nesse intervalo de tempo é numericamente igual a  $A_1$ . Embora esteja submetido a uma aceleração negativa, a velocidade do corpo se mantém positiva, resultando num deslocamento para a direita de 7,5 m. No terceiro segundo de movimento, o corpo permanece em repouso. Já no quarto segundo o corpo volta a sofrer uma aceleração, agora, de  $3 \text{ m/s}^2$ . Nesse último segundo o seu deslocamento pode ser determinado pelo cálculo de  $A_2$ , e vale 1,5 m. Logo, ao fim dos primeiros 4 segundos de movimento, seu deslocamento foi de 9 m.

- ESTUDO DO GRÁFICO  $a \times t$

Os gráficos  $a \times t$  da figura 13 representam as duas situações possíveis para o movimento de um ponto material ao longo de uma trajetória retilínea com aceleração constante.

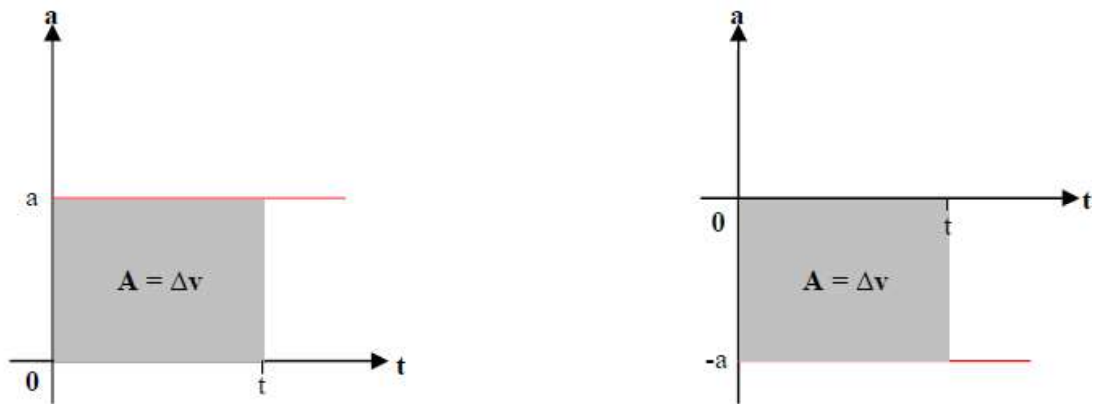


Figura 13: À esquerda, o gráfico  $a \times t$  representando um MRUV com aceleração positiva. À direita, o gráfico  $a \times t$  representando um MRUV com aceleração negativa. Fonte: GASPAR, 2000)

Em ambos os gráficos da figura 12, a reta que representa os valores da aceleração é paralela ao eixo dos tempos, indicando que o movimento ocorre com aceleração constante. No gráfico à esquerda, a reta encontra-se acima do eixo dos tempos, indicando uma aceleração positiva. Já no gráfico à direita, a reta encontra-se abaixo do eixo dos tempos, indicando uma aceleração negativa. Além disso, a partir do gráfico  $a \times t$  é possível extrair informações sobre a variação da velocidade do ponto material durante o intervalo de tempo considerado. A área compreendida entre a reta e o eixo dos tempos, limitada lateralmente pelos instantes de tempos considerados, é numericamente igual à variação da velocidade do ponto material, visto que, para os casos acima:

$$A = bh = (t - t_0)a = \Delta v \quad (\text{Equação 15})$$

Vejamos um exemplo de análise do gráfico  $a \times t$  para o MRUV. O gráfico da aceleração versus tempo, mostrado na figura 14, ilustra o movimento de um corpo ao longo de uma trajetória retilínea.

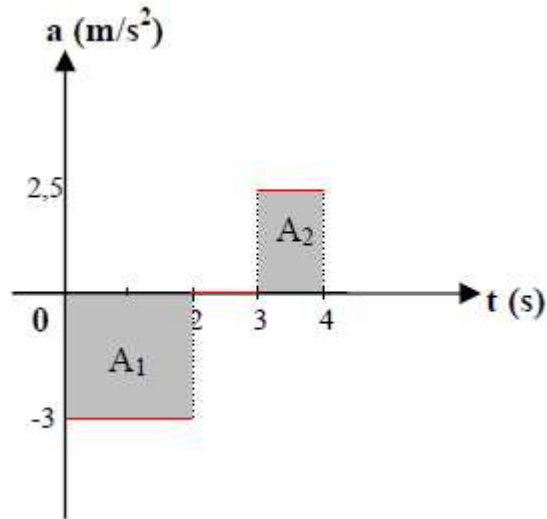


Figura 14: O gráfico  $a \times t$  para o movimento de um corpo ao longo de uma trajetória retilínea.  
Fonte: GASPAR, 2000)

Considerando um sistema de referência que aponta para a direita, o gráfico acima representa o movimento de um corpo que sofre, durante os primeiros 2 s, uma aceleração constante de  $-3 \text{ m/s}^2$ . Neste intervalo de tempo, a variação da velocidade corresponde a área  $A_1$ , e vale  $-6 \text{ m/s}$ . No terceiro segundo de movimento a velocidade do corpo se mantém constante, pois o gráfico indica uma aceleração nula. Em seguida, o corpo adquire uma aceleração constante de  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Neste intervalo de tempo, a variação da velocidade corresponde à área  $A_2$ , e vale  $2,5 \text{ m/s}$ . Logo, ao longo de todo o movimento a variação total da velocidade do corpo pode ser calculada pela soma algébrica das áreas  $A_1$  e  $A_2$ , e vale  $-3,5 \text{ m/s}$ .

- ESTUDO DO GRÁFICO  $x \times t$

No MRUV, a função matemática que relaciona a posição do ponto material com o tempo é a função quadrática (ou de segundo grau). Os gráficos da figura 14 mostram as duas situações possíveis para o MRUV.

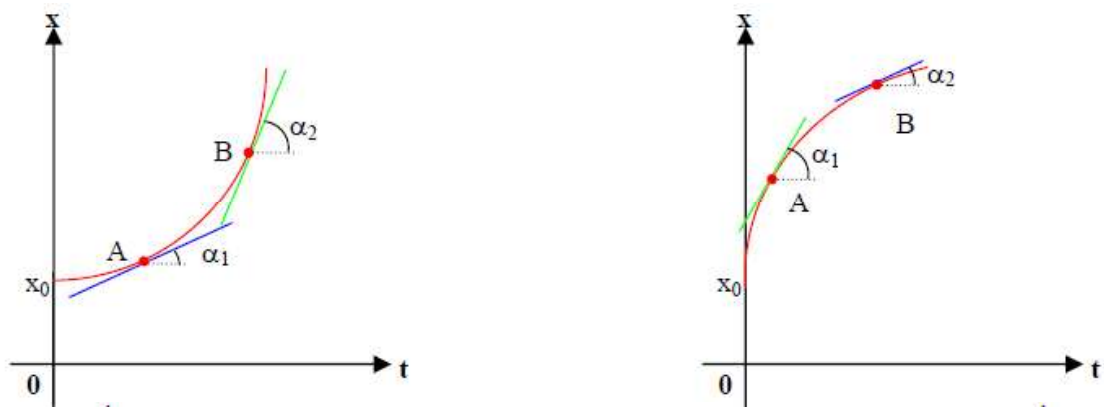


Figura 15: À esquerda, o gráfico  $x \times t$  representando um MRUV com aceleração positiva. À direita, o gráfico  $x \times t$  representando um MRUV com aceleração negativa. Fonte: GASPAR, 2000)

Em ambos os gráficos  $x \times t$  da figura 15, o ponto onde a parábola corta o eixo das ordenadas (eixo das posições) representa a posição inicial  $x_0$  do movimento, no instante  $t = 0$ . No gráfico à esquerda, a parábola tem concavidade para cima. Os coeficientes angulares das retas tangentes à parábola nos pontos  $A$  e  $B$  são numericamente iguais às velocidades nestes pontos. Como  $\alpha_2 > \alpha_1$ , a velocidade no ponto  $B$  é maior do que no ponto  $A$ , indicando uma variação da velocidade  $\Delta v$  positiva e, conseqüentemente, uma aceleração  $a$  positiva. Já no gráfico à direita, a concavidade da parábola é para baixo. E, como  $\alpha_1 > \alpha_2$ , a velocidade no ponto  $A$  é maior do que no ponto  $B$ , indicando uma variação da velocidade  $\Delta v$  negativa e, conseqüentemente, uma aceleração  $a$  negativa.

## 2.7 FÍSICA DO LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS

Vamos considerar a seguir, um caso especial de movimento bidimensional: Uma partícula que se move em um plano vertical com velocidade inicial e com uma aceleração constante, igual a aceleração de queda livre, dirigida para baixo. Uma partícula que se move desta forma é chamada projétil (o que significa que é projetada ou lançada), e seu movimento é chamado de movimento balístico. Um projétil pode ser uma bola de tênis ou de pingue-pongue, mas não um avião ou um pato. Muitos esportes envolvem os movimentos balísticos de uma bola; jogadores e técnicos estão sempre procurando controlar esses movimentos para obter o máximo de vantagem.

Aqui, apresentaremos o movimento de projéteis sem a resistência do ar.

O projétil é lançado com uma velocidade inicial  $\vec{v}_0$  que pode ser descrita como:

$$\mathbf{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} \quad \text{Equação 16}$$

As componentes  $v_{0x}$  e  $v_{0y}$  podem ser calculadas se conhecermos o ângulo  $\theta_0$  entre  $\mathbf{v}_0$  e o semi-eixo x positivo.

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \quad v_{0y} = v_0 \sin\theta \quad \text{Equação 17}$$

Durante o movimento bidimensional, o vetor  $\vec{r}$  e a velocidade  $\vec{v}$  do projétil mudam constantemente, mas o vetor aceleração  $\vec{a}$  é constante e está sempre dirigido verticalmente para baixo. O projétil não possui aceleração horizontal.

O movimento de projéteis, como na figura 16, parece complicado, mas temos seguinte propriedade simplificadora (demonstrada experimentalmente):

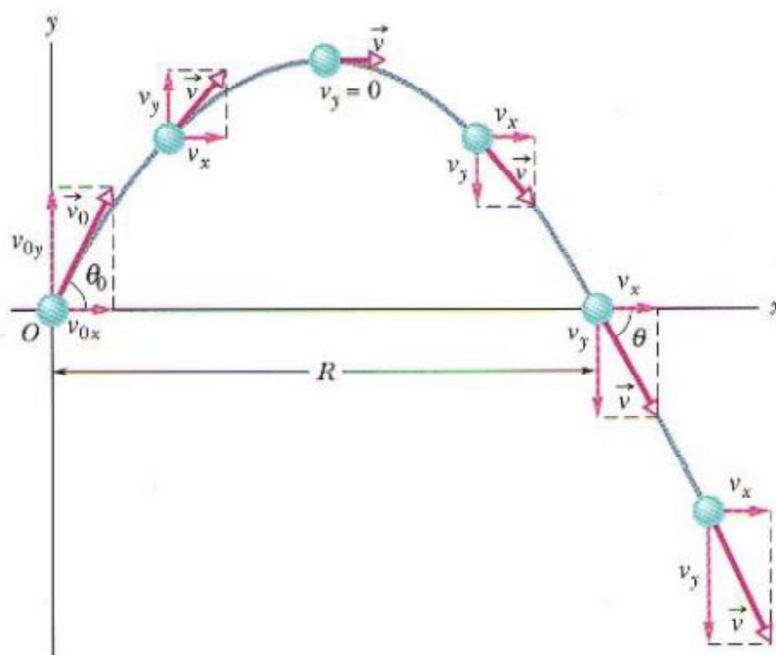


Figura 16: observe que a componente horizontal da velocidade permanece constante, mas a componente vertical muda continuamente. O alcance  $R$  é a distância horizontal percorrida pelo projétil quando retorna à altura do lançamento. FONTE: HALLIDAY. 2019 P. 71)

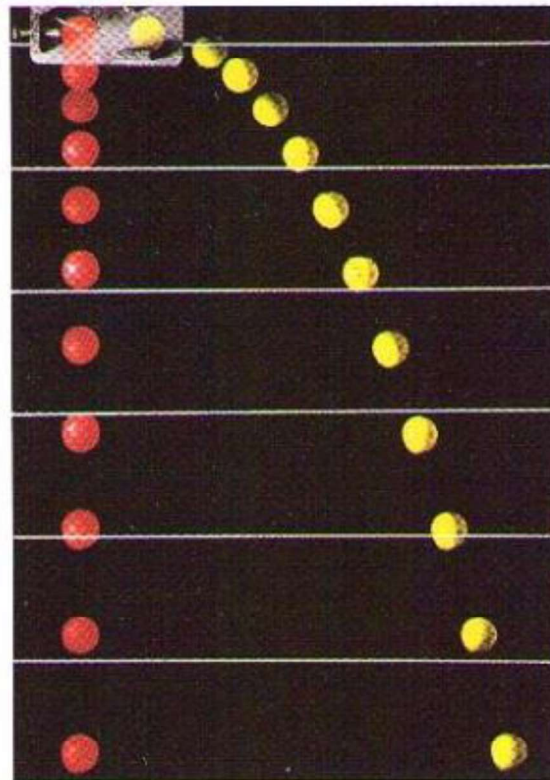
No movimento de projéteis, o movimento horizontal e o movimento vertical são independentes, ou seja, um não afeta o outro.

Esta propriedade permite decompor um problema que envolve um movimento bidimensional em dois problemas unidimensionais independentes e mais fáceis de serem resolvidos, um para o movimento horizontal (com aceleração nula) e outro para o

movimento vertical (com aceleração constante para baixo). Apresentamos a seguir dois experimentos que mostram que os movimentos vertical e horizontal são realmente independentes.

### 2.7.1 DUAS BOLAS DE GOLFE.

A figura 17 é uma fotografia estroboscópica de duas bolas de golfe, uma que simplesmente se deixou cair e outra que é lançada horizontalmente por uma mola. As bolas de golfe têm o mesmo movimento vertical: ambas percorrem a mesma distância vertical no mesmo intervalo de tempo. O fato de uma bola estar se movendo horizontalmente enquanto está caindo não afeta o seu movimento vertical, ou seja, os movimentos horizontal e vertical são independentes.



*Figura 17: Uma bola é deixada a cair do repouso no mesmo instante que a outra bola é lançada horizontalmente para a direita. Os movimentos verticais das duas bolas são iguais. FONTE: HALLIDAY, 2019. P. 73)*

### 2.7.2 SEGUNDO EXPERIMENTO

A figura 19 é uma representação de um canudo C usado para soprar bolas em direção a uma lata suspensa por um eletroímã E. o experimento é montado de forma que o canudo



está apontado para a lata e o ímã solta a lata no mesmo instante em que a bola deixa o tubo.

Se  $g$  (o módulo da aceleração de queda livre) fosse zero, a bola seguiria a trajetória em linha reta como mostrada na figura 18 e a lata continuaria no mesmo lugar, após ter sido deixada pelo eletroímã E. Assim, a bola sempre acerta a lata para qualquer valor do sopro. Na realidade,  $g$  não é zero, mas mesmo assim, a bola sempre atinge a lata. A aceleração da gravidade faz com que a bola e a lata sofram o mesmo deslocamento para baixo,  $h$ . Quanto maior a força do sopro, maior a velocidade inicial da bola, menor o tempo que a bola leva para chocar com a lata e menor o valor de  $h$ .

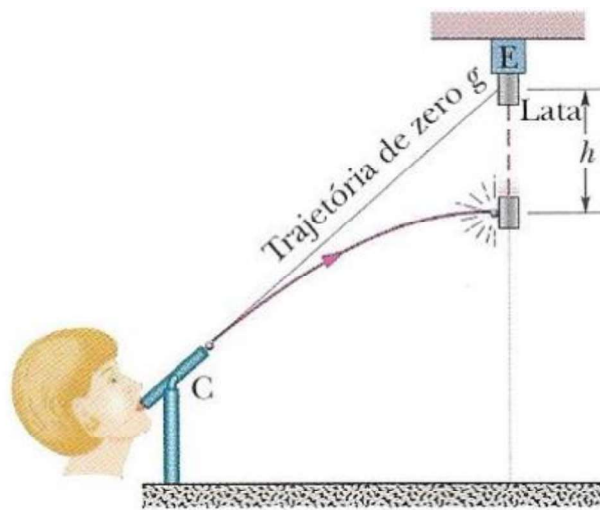


Figura 18: A bola sempre acerta na lata que está caindo, já que as duas percorrem a mesma distância  $h$  em queda livre. Fonte: Halliday, 2019, pág. 71)

## 2.8 ANÁLISE DO MOVIMENTO DE UM PROJÉTIL

### MOVIMENTO HORIZONTAL

Como não existe aceleração na direção horizontal, a componente horizontal  $v_x$  da velocidade de um projétil permanece inalterada e igual ao seu valor inicial  $v_{0x}$  durante toda a trajetória. Em qualquer instante  $t$ , o deslocamento horizontal do projétil em relação à posição inicial,  $x - x_0$ , é dado por:

$$x - x_0 = v_{0x}t \quad \text{Equação 18}$$

Como  $v_{0x} = v_0 \cos\theta$ , temos:

$$x - x_0 = v_0 \cos\theta_0 t \quad \text{Equação 19}$$

## MOVIMENTO VERTICAL

O movimento vertical é o movimento de queda livre. Neste, a aceleração é constante. Assim:

$$\begin{aligned} y - y_0 &= v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \\ &= (v_0 \sin\theta_0)t - \frac{gt^2}{2} \end{aligned} \quad \text{Equação 20}$$

onde a componente vertical da velocidade inicial  $v_{0y}$ , é substituída pela expressão equivalente  $v_0 \sin\theta_0$ .

$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt \quad \text{Equação 21}$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin\theta_0)^2 - 2g(y - y_0) \quad \text{Equação 22}$$

Como mostram a figura 17 e a equação 22, a componente vertical da velocidade se comporta exatamente como a de uma bola lançada verticalmente para cima. Inicialmente ela está dirigida para cima e seu módulo diminui continuamente até se anular, o que determina a altura máxima da trajetória. Em seguida a componente vertical da velocidade muda de sentido e seu módulo passa a aumentar com o tempo.

## EQUAÇÃO DA TRAJETÓRIA

A equação do caminho percorrido pelo projétil, é a equação de sua trajetória. Ela pode ser obtida eliminando o tempo  $t$ , nas equações 20 e 21. Explicitando  $t$  na equação 21 e substituindo o resultado na eq. 20, obtemos, após algumas manipulações algébricas:

$$y = (\tan\theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos\theta_0)^2} \quad \text{Equação 23}$$

Esta é a equação da trajetória mostrada na figura 17. Ao deduzi-la, para simplificar, fizemos  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 0$  nas eq 20 e 21. como  $g$ ,  $\theta_0$  e  $v_0$  são constantes, a eq. 24 é da forma  $y = ax + bx^2$ , onde  $a$  e  $b$  são constantes. Como esta equação é uma parábola, a trajetória é parabólica.

### ALCANCE HORIZONTAL

O alcance horizontal  $R$  de um projétil é a distância horizontal percorrida pelo projétil até voltar a sua altura inicial (altura de lançamento). Figura 17. Para determinar o alcance  $R$ , fazemos  $x = x_0 = R$  na equação 4-21 e  $y - y_0 = 0$  na eq. 21, obtendo:

$$R = (v_0 \cos \theta_0)t$$

$$0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{gt^2}{2}$$

Eliminando  $t$  nessas duas equações, obtemos:

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

E usando a identidade:  $\sin 2\theta_0 = 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$  obtemos:

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0 \quad \text{Equação 24}$$

Obs. Esta equação não fornece a distância horizontal percorrida pelo projétil quando a altura final é diferente da altura de lançamento. Observe que  $R$  na eq. 25 atinge valor máximo para  $\sin 2\theta_0 = 1$ , que corresponde a  $2\theta_0 = 90^\circ$  ou  $\theta_0 = 45^\circ$ . Entretanto, quando a altura final é diferente da altura do lançamento, como acontece no arremesso de peso, lançamento de disco e basquetebol, a distância horizontal máxima não é atingida para um ângulo de lançamento de  $45^\circ$ .

## 3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

### 3.1 PRIMEIRA AULA

- Tema: Conceitos básicos de cinemática escalar, movimento retilíneo uniforme e movimento retilíneo uniformemente variado.
- Objetivos: Levantar os conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, seus subsunçores sobre conceitos básicos de cinemática escalar, principalmente sobre o movimento retilíneo uniforme e movimento retilíneo uniformemente variado.
- Público alvo: alunos do primeiro ano do Ensino Médio.
- Duração: 50 minutos.
- Materiais e recursos necessários: Materiais, equipamentos e recursos necessários: retroprojetor, notebook, utilização do software PowerPoint, apresentação de slides, quadro branco e canetas.
- Quais materiais, equipamentos, recursos são necessários para essa aula?
- Aplicação: 05 de agosto de 2021

### 3.1.1 DESCRIÇÃO DA PRIMEIRA AULA:

A primeira aula será expositiva. Será usado o projetor para a utilização de slides. Os slides apresentados estão no anexo deste trabalho. O conteúdo da aula serão conceitos básicos de cinemática escalar: referencial, repouso, movimento, trajetória, ponto material, posição, deslocamento, velocidade (velocidade escalar média, velocidade média, velocidade instantânea), movimento retilíneo uniforme (MRU), aceleração e movimento retilíneo uniformemente variado. Neste momento, explicamos aos alunos que se trata de uma sequência didática que iremos utilizar a gamificação, de forma a engajar os alunos, tendo em vista que a gamificação é pouco usada em salas de aula. Explicou-se também que os alunos seriam avaliados através de um ranking, que será atualizado depois de cada etapa gamificada.

Avaliação: Cada grupo deverá responder o questionário 1 em casa ou em sala de aula e entregar para o professor. O grupo que responder corretamente será melhor pontuado e aumentará seus pontos no “ranking”.

## 3.2 SEGUNDA AULA

- Tema: Cinemática escalar. Apresentação do conceito de Velocidade média, através de uma atividade gamificada. Esta aula é para ser aplicada numa quadra de esportes. Como a escola que o professor aplicará o produto não tem quadra de esporte, esta atividade será feita na rua. Esta atividade pode ser realizada em algum espaço amplo. Não necessariamente em uma quadra, mas pode ser realizada num pátio, numa sala ampla, ou até mesmo na rua. A atividade pode ser feita de maneira que todos podem fazer na presença do professor, utilizando um relógio digital, por exemplo.
- Objetivos: Fazer os alunos trabalharem em grupo. Resolver problemas sobre velocidade média. Calcular o perímetro de uma quadra de Futsal. Desenvolver habilidades e competências nos alunos de resolverem problemas. Concretizar o conceito de velocidade média e responder o questionário final 2, presente no final da descrição desta aula.
- Materiais, equipamentos e recursos: relógio digital, smartphone, aplicativo STRAVA, espaço amplo para corrida, GPS.
- Público alvo: Alunos do primeiro ano do Ensino Médio.
- Duração: 50 minutos.
- Aplicação: 12 de agosto de 2021

### 3.2.1 DESCRIÇÃO DA SEGUNDA AULA

As turmas a ser aplicada a sequência contêm 48 alunos. Essa turma se dividirá em seis grupos.

Atividade: Os alunos devem baixar o aplicativo STRAVA no seu “smartphone”, ou utilizar um relógio digital que possui GPS. Com isso, a atividade consiste que cada grupo deverá escolher um representante para correr no mínimo 400 metros. O grupo deve cronometrar o tempo de corrida e com isso calcular a velocidade. O grupo que apresentar a maior velocidade ganha a “prova”.

Avaliação: O grupo que atingir a maior velocidade com cálculos corretos ganha a competição.

### 3.2.2 IDEIA ORIGINAL DA SEGUNDA AULA

Segue abaixo a ideia original da segunda aula, que não foi aplicada devido à falta de espaço na escola:

Atividade 1: Os alunos estarão postos na quadra de esportes e primeiramente deverão calcular o perímetro da quadra de diferentes formas. Poderão utilizar uma trena ou medir o perímetro através de passos padrões. Essa medida deverá ser em metros. Depois de calcular aproximadamente o perímetro da quadra em metros, o valor será anotado no questionário 1.

Atividade 2: Os alunos em grupos de meninos e meninas escolherão três alunos do grupo que deverão correr em volta do perímetro da quadra. O primeiro aluno percorre uma volta, o segundo aluno, então percorre a segunda volta e o terceiro aluno percorre a última volta. Estas corridas deverão ser cronometradas (os alunos podem usar o celular ou relógios). O tempo ao completar cada volta deverá ser anotado no questionário 1 em segundos e calcularão o tempo médio.

Atividade 3: Ao anotarem os perímetros da quadra e soma-los, deverão calcular o perímetro médio, os grupos terão a informação do deslocamento percorrido pelos alunos, que também deverá ser anotado em metros. Os alunos também têm a informação do tempo percorrido. Com esses dois dados, será pedido para eles calcularem a velocidade média do aluno que percorreu a quadra por três vezes. Essa velocidade em metros por segundo deverá ser anotada no questionário 1.

- Avaliação: o grupo então será avaliado da forma de como agiram na atividade. O perímetro do grupo que mais se aproximar com o perímetro real será o grupo melhor avaliado. A forma de como calcular esse perímetro também será avaliada. Por fim, o grupo que calcular a velocidade média de maneira correta e que obter o valor mais exato será o melhor avaliado. Ao fim da atividade, os grupos estarão em um “ranking”, com uma pontuação simbólica. O grupo em primeiro lugar será o melhor no ranking, e assim por diante. A atividade será discutida brevemente na próxima aula, e o “ranking” será exposto para os alunos se motivarem a vencerem a “competição”.

### 3.2 TERCEIRA AULA

- Tema: Cálculo da aceleração da gravidade, a partir de um objeto em queda livre.

- **Objetivos:** Calcular a aceleração da gravidade e identificar as características do movimento retilíneo uniforme.
- **Público alvo:** Alunos do primeiro ano do Ensino Médio.
- **Quais materiais, equipamentos, recursos são necessários para essa aula?**
- **Materiais, equipamentos e recursos:** objeto massivo, como uma bola de futebol, cronômetro digital ou cronômetro sonoro, fita métrica.
- **Duração:** 50 minutos.
- **Aplicação:** 19 de agosto de 2021.

### 3.3.1 DESCRIÇÃO DA TERCEIRA AULA

**Atividade:** Os alunos em grupos têm em mãos, uma trena, uma bola de futebol e um cronômetro digital. A atividade pode ser feita com um cronômetro acústico do aplicativo PhyPhox, para melhores resultados. Os alunos devem medir a altura de queda de uma bola e cronometrar o tempo de queda. Tendo esses dados nas mãos, eles devem calcular a aceleração da gravidade.

**Avaliação:** O grupo que encontrar o valor mais próximo de 9,8 m/s<sup>2</sup> ganha a competição.

Preenchendo assim o questionário 3. Os alunos devem calcular a velocidade na queda também. Os alunos devem usar as equações abaixo:

$$g = \frac{2h}{t^2} \quad \text{equação 29}$$

Com essa equação, o grupo deve calcular g.

### 3.4 QUARTA AULA

- **Tema:** Lançamento de projéteis.
- **Objetivos:** Ensinar o lançamento de projéteis e suas respectivas equações para que os alunos aprendam sobre o tema. Mostrar o lançamento de projéteis no cotidiano.
- **Público Alvo:** segundo ano do Ensino Médio.
- **Materiais, equipamentos e recursos necessários:** retroprojetor, notebook, utilização do software PowerPoint, apresentação de slides, quadro branco e canetas.

- Quais materiais, equipamentos, recursos são necessários para essa aula?
- Duração: 50 minutos.
- Aplicação: 26 de agosto de 2021.

#### 3.4.1 DESCRIÇÃO DA QUARTA AULA:

A quarta aula será expositiva, utilizaremos quadro e giz. O assunto sobre lançamento oblíquo – lançamento de projéteis será explicado nos seus detalhes. Nesta aula será exposta a Física sobre lançamento de projéteis.

Avaliação: Trazer para próxima aula exercícios ou notícias sobre lançamento de projéteis no contexto de esportes, como exemplo, questões de vestibulares sobre vôlei, basquete, futebol, lançamento de dardos, que descrevem um lançamento oblíquo. Portanto, os grupos trarão problemas ou notícias a respeito de esportes que encontrem a Física do lançamento de projéteis. O grupo que fizer a tarefa corretamente ganhará pontos no “ranking”. O material trazido por eles será discutido na próxima aula. No início da Quinta aula.

#### 3.5 QUINTA AULA.

- Tema: Simulação de lançamento de projéteis na plataforma PhetColorado.
- Objetivos: Propor o trabalho em grupo. Desenvolver competências e habilidades para os alunos resolverem problemas de lançamento de projéteis através de uma simulação.
- Público alvo: Segundo ano do Ensino Médio.
- Materiais, equipamentos e recursos necessários: retroprojetor, computador, internet, utilização da plataforma PhetColorado.
- Quais materiais, equipamentos, recursos são necessários para essa aula?
- Duração: 50 minutos
- Aplicação: 02 de setembro de 2021 (mesma data da aula anterior?).

#### 3.5.1 DESCRIÇÃO DA QUINTA AULA



Utilizando um projetor será aberto a plataforma de lançamento de projéteis do PhetColorado (Figura 19) ([https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/projectile-motion](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/projectile-motion)).



Figura 19: Plataforma do PhetColorado. Disponível em [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/projectile-motion](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/projectile-motion).

Então, os alunos divididos em seus grupos terão a atividade de fazer uma simulação do lançamento de um projétil. Cada grupo escolherá uma velocidade inicial ( $V_0$ ), um ângulo  $\theta$  de lançamento, o valor da gravidade será  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Com esses dados, os alunos utilizarão as equações abaixo:

$$H_{\text{máx}} = \frac{(V_0 \text{sen } \theta)^2}{2g} \quad (\text{Equação 30})$$

$$D = \frac{V_0^2 \text{sen } 2\theta}{g} \quad (\text{Equação 28})$$

Achando assim, o alcance horizontal  $D$  corretamente e fazendo a simulação corretamente.

Avaliação: Ganha o grupo de alunos que acertarem o deslocamento horizontal  $D$ , como mostra a figura 20. Com isso soma-se pontos simbólicos para o grupo progredir no ranking.

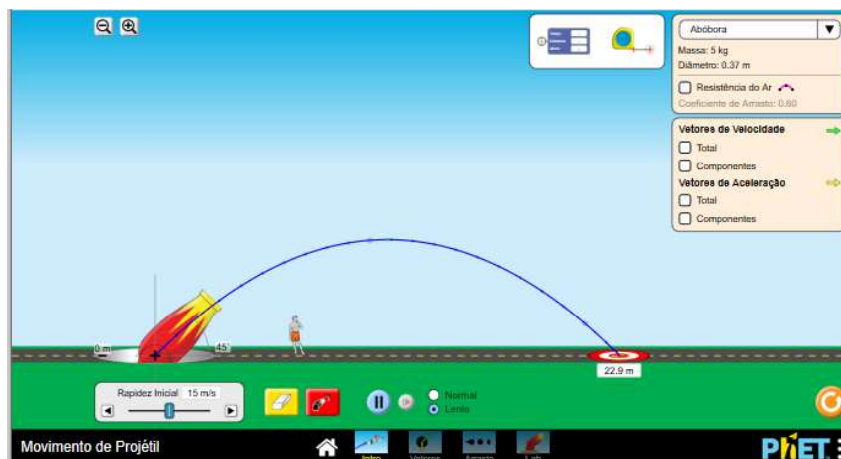


Figura 20: interface da simulação do PhetColorado  
 Fonte: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/projectile-motion](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/projectile-motion).

### 3.6 SEXTA AULA

- Tema: “quiz” sobre Lançamento de projéteis.
- Objetivos: Propor o trabalho em grupo. Avaliar a capacidade de raciocínio para responder questões sobre o lançamento de projéteis. Responder um quis sobre lançamento de projéteis. Motivar os alunos através da gamificação. Avaliar se as questões foram respondidas corretamente e em menor tempo.
- Público alvo: Primeiroano do Ensino Médio.
- Materiais, equipamentos e recursos necessários: computador, retroprojektor, internet, plataforma Kahoot e smartphone.
- Quais materiais, equipamentos, recursos são necessários para essa aula?
- Duração: 50 minutos.
- Aplicação: 09 de setembro de 2021

#### 3.6.1 DESCRIÇÃO DA SEXTA AULA

Os alunos serão levados ao laboratório de informática. Eles deverão baixar o aplicativo Kahoot nos celulares ou em computadores. Os alunos só devem digitar um código no celular para participar do quiz elaborado pelo professor, com isso eles adentram de forma “online” no quiz. A aula consiste em um “Quiz” com doze questões sobre

lançamento de projéteis. O grupo que acertar o maior número de questões e em menor tempo, automaticamente aparecerá sua pontuação nesta plataforma Kahoot, e com isso, o grupo vencedor ganhará pontos simbólicos para progredirem no “ranking” geral.

As doze questões estão abaixo:

1. Desprezando a resistência do ar, qual a única força que age no projétil durante seu lançamento?
2. Que tipo de movimento ocorre na horizontal durante o lançamento?
3. Que tipo de movimento ocorre na vertical durante o lançamento?
4. Em qual ângulo ocorre o maior alcance horizontal durante o lançamento?
5. Em qual ângulo de lançamento o projétil alcança a maior altura?
6. Num lançamento de projéteis, desprezando a resistência do ar, notamos que ele descreve uma trajetória parabólica! Verdadeiro ou Falso.
7. A equação abaixo possibilita o cálculo da altura máxima! Verdadeiro ou Falso.

$$H_{\text{máx}} = \frac{(V \text{osen } \theta)^2}{2g} \quad (\text{Equação 30})$$

8. A equação abaixo possibilita o cálculo do alcance máximo! Verdadeiro ou Falso.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \text{Equação 31}$$

9. Desprezando a resistência do ar, o tempo de subida no lançamento é diferente do tempo de descida. Verdadeiro ou falso.
10. No ponto mais alto da trajetória a velocidade vertical se anula. Verdadeiro ou falso.
11. Na direção vertical a velocidade do projétil é constante. Verdadeiro ou falso.
12. Na direção horizontal a velocidade do projétil é constante. Verdadeiro ou falso.

Avaliação: A plataforma Kahoot, ao final do Quiz, já mostra o resultado do time vencedor automaticamente. Com isso somaremos pontos no “ranking” geral do grupo vencedor. O Kahoot é uma plataforma gamificada, que tem o intuito de motivar os alunos, através de uma competição entre grupos, portanto se encaixa perfeitamente neste trabalho. Este ranking é atualizado e mostrado para os alunos no final de cada etapa.

### 3.7 SÉTIMA AULA

- Tema: estudo de lançamento de projéteis com um aparato experimental.
- Objetivos: Propor trabalho em grupo. Promover habilidades e competências para os alunos interpretarem e resolverem problemas de lançamento oblíquo através de um lançador de projéteis.
- Público alvo: Alunos do primeiro ano do Ensino Médio.
- Materiais, equipamentos e recursos necessários: lançador de projéteis, fita métrica, objeto massivo, como uma pequena esfera de aço e cronômetro.
- Quais materiais, equipamentos, recursos são necessários para essa aula?
- Duração: 50 minutos
- Aplicação: 9 de setembro de 2021.

#### 3.7.1 DESCRIÇÃO DA SÉTIMA AULA

Os alunos terão em mãos o lançador de projéteis. Este lançador foi adquirido pelo professor numa compra a internet no mercado livre, custando 250 reais. Foi utilizado um lançador apenas para toda turma. O lançador de projéteis usado também pode ser construído pelos alunos. Através de tutoriais na internet, os alunos podem construir seu próprio lançador de projéteis. Porém, nesta aula, só foi utilizado o lançador do professor. Os alunos também terão em mãos uma trena e um objeto para lançamento. O professor deve instruir os alunos a tomarem os devidos cuidados com o lançador. Os alunos devem primeiramente escolher o ângulo  $\theta$  de lançamento. Após isso, devem fazer lançamentos. Com a trena, os alunos calculam a distância horizontal  $D$ . Os alunos podem usar diferentes métodos nesta aula. Devem e podem usar trena métrica, trena virtual, folhas de carbono para marcar a distância, cronômetro, etc.

Avaliação: Os alunos devem responder o questionário 7 corretamente. Primeiro respondendo em qual ângulo ocorre o maior alcance horizontal. Segundo, devem calcular a distância  $D$  medida pela trena virtual ou trena física. Com isso, devem calcular a velocidade inicial de lançamento através de:

$$V_0 = \sqrt{\frac{D \cdot g}{\sin 2\theta}} \quad \text{Equação 31}$$

Os alunos ainda devem calcular a altura máxima atingida pelo projétil, através de:

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \theta}{2g} \quad \text{Equação 32}$$

E por fim, calcular o tempo de voo, através de:

$$T = \frac{2v_0 \text{sen} \theta}{g} \quad \text{Equação 33}$$

Após, fazerem os cálculos corretamente, devem responder essa questão:

Questão 8) Descreva um relatório de como seu grupo fez para medir o alcance horizontal e de como acharam a velocidade.

**Avaliação final:** Será avaliado a entrega de todos os questionários, com a correção destes.

Contudo, o enfoque da avaliação final não será a competição e também não somente a classificação final, não expondo, assim o aluno ao fracasso. A gamificação tem o intuito de engajar e motivar os alunos. Portanto, na avaliação final será levado em conta a colaboração durante as tarefas, a cooperação, o trabalho em grupo, a habilidade de resolver problemas; sendo assim, todos os grupos saem “ganhando”.

Apesar de a avaliação levar em conta diversas variáveis, será feito um “ranking” mostrando o desempenho dos alunos.

A pontuação final será feita pela correção e entrega de todos os questionários presente no Anexo A. Cada questionário colocado no Anexo vale de zero a cem pontos. Como são sete questionários, a pontuação máxima será setecentos pontos. Após a soma da pontuação, ela será colocada numa tabela e entregue para os alunos. O ideal era que os alunos recebessem o ranking logo no início da aplicação da sequência, para acompanharem seus desempenhos.

Ao corrigir o questionário, pretendo dar a mesma pontuação para todos os grupos, com isso tiramos o enfoque da competição. E o professor dará um “feedback”

comentando o desempenho de cada grupo, avaliando o engajamento, a participação, a colaboração.

A premiação a princípio será pontos extras na nota bimestral.

Após essa etapa concluída, será entregue o questionário 9. Este questionário servirá para termos “feedback” dos alunos. Com o registro deste questionário, analisaremos qualitativamente se houve a aprendizagem significativa por parte dos alunos. Também analisaremos se o aluno foi motivado pela gamificação e ficou engajado em cada etapa da sequência didática.

## ANEXO A - Questionários

### Questionário 2

Grupo: \_\_\_\_\_

Primeiramente escolha um representante do grupo que fará a caminhada

Atividade: Acesse a playstore no seu celular e baixe o aplicativo Strava. Depois acesse <https://www.youtube.com/watch?v=6k9F0gOk19k>, e assista o vídeo como tutorial.

Inicie uma atividade. Faça uma caminhada no mínimo de 400m ou 0,4 km! Anote o tempo em segundos e calcule a velocidade média em metros por segundo.

**A atividade pode ser realizada utilizando um relógio com GPS também.**

**Após terminar a atividade tire um “print” da tela do celular.**

Distância percorrida em metros: \_\_\_\_\_

Tempo em segundos: \_\_\_\_\_

Velocidade média em metros por segundo: \_\_\_\_\_

Ganha o grupo que tiver a maior velocidade média!

Mande o print para XXXXXXXXXX (whatsapp).

### Questionário 3

Grupo:

---

---

#### ATIVIDADE – QUEDA LIVRE

Um corpo em queda livre realiza um movimento retilíneo uniformemente variado, com aceleração da gravidade  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Nesta atividade você deve calcular a aceleração da gravidade através do seguinte procedimento.

1. Pegue a bola do professor e largue ela a uma altura  $h$  definida

- Altura  $h =$

---

Meça o tempo de queda através do cronômetro no celular, ou no cronômetro acústico do aplicativo Phyphox.

- Tempo em segundos: \_\_\_\_\_

Calcule a aceleração da gravidade usando :

$$g = \frac{2h}{t^2}$$

**Valor de  $g$  encontrado:** \_\_\_\_\_

Por último calcule a velocidade atingida no final da descida usando:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Valor de  $v$  encontrado: \_\_\_\_\_



PERGUNTAS:

1. O Valor de  $g$  encontrado está parecido com o valor da literatura?
2. Quais as razões do resultado encontrado estar diferente com o valor da literatura?

QUESTIONÁRIO 4

**Grupo**

---

**Atividade 1:** Cada grupo deverá trazer para sala de aula notícias sobre lançamento de projéteis no contexto de esportes, como por exemplo, questões de vestibulares sobre vôlei, basquete, futebol, lançamento de dardos, que descrevem um lançamento oblíquo. Portanto, vocês devem trazer problemas ou notícias a respeito de esportes que encontrem a física do lançamento de projéteis. **Traga a resolução desses exercícios.**

## QUESTIONÁRIO 5

Grupo: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Atividade: Dada a equação

$$D = \frac{V_o^2 \text{sen } 2\theta}{g} \quad (2)$$

Anote os valores que o grupo utilizará na simulação do PhetColorado.

$V_o$ : \_\_\_\_\_

$\theta$ : \_\_\_\_\_

$g$  será 9,8 m/s<sup>2</sup>

Calcule a distância  $D$  corretamente e faça a simulação.

Ache também a velocidade em  $y$  ( $V_{oy}$ ) e a velocidade em  $x$  ( $V_{ox}$ )

$V_{oy} =$  \_\_\_\_\_

$V_{ox} =$  \_\_\_\_\_

Calcule também a altura máxima, dada por:

$$H_{\text{máx}} = \frac{(V_o \text{sen } \theta)^2}{2g}$$

---

## QUESTIONÁRIO 6

Grupo: \_\_\_\_\_

Este questionário será respondido virtualmente, através da plataforma Kahoot.

Questão 1) Desprezando a resistência do ar, qual a única força que age no projétil durante seu lançamento?

Questão 2) Que tipo de movimento ocorre na horizontal durante o lançamento?

Questão 3) Que tipo de movimento ocorre na vertical durante o lançamento?

Questão 4) Em qual ângulo ocorre o maior alcance horizontal durante o lançamento?

Questão 5) Em qual ângulo de lançamento o projétil alcança a maior altura?

Questão 6) Num lançamento de projéteis, desprezando a resistência do ar, notamos que ele descreve uma trajetória parabólica! Verdadeiro ou Falso.

Questão 7) A equação abaixo possibilita o cálculo da altura máxima! Verdadeiro ou Falso.

$$H_{m\acute{a}x} = \frac{(V \text{sen } \theta)^2}{2g} \quad (1)$$

Questão 8) A equação abaixo possibilita o cálculo do alcance máximo! Verdadeiro ou Falso.

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Questão 9) Desprezando a resistência do ar, o tempo de subida no lançamento é diferente do tempo de descida. Verdadeiro ou falso.

Questão 10) o ponto mais alto da trajetória a velocidade vertical se anula. Verdadeiro ou falso.

Questão 11) Na direção vertical a velocidade do projétil é constante. Verdadeiro ou falso.

Questão 12) Na direção horizontal a velocidade do projétil é constante. Verdadeiro ou falso.

### Questionário 7 – Lançador de projéteis

Grupo:

---

Questão 1 ) Em qual ângulo ocorre o maior alcance horizontal ?

---

**Questão 2) Qual o alcance horizontal  $D$  atingido pela pilha em metros, medido pela trena?**

---

Questão 3) Qual ângulo de lançamento  $\theta$  escolhido pelo grupo ? \_\_\_\_\_

Questão 5) Sabendo o alcance horizontal  $D$ , calcule a velocidade inicial através da equação abaixo:

$$V_0 = \sqrt{\frac{D \cdot g}{\text{sen } 2\theta}}$$

---

Questão 6) Calcule também a altura máxima atingida pela pilha, através da equação abaixo:

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \theta}{2g}$$

---

Questão 7) Calcule o tempo de voo da pilha durante o lançamento, usando:

$$T = \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

Questão 8) Descreva um relatório de como seu grupo fez para medir o alcance horizontal e de como acharam a velocidade.

## Anexo B

Neste anexo são apresentados os slides usados na primeira aula expositiva.

1

MESTRADO – PRIMEIRA AULA

PROFESSOR: SALOMÃO MEGDA MARINHO  
TURMA: PRIMEIRO ANO

2

CINEMÁTICA ESCALAR:  
CONCEITOS BÁSICOS

PROFESSOR: SALOMÃO MEGDA MARINHO

3

CINEMÁTICA

Estudo dos movimentos independentemente de suas causas, por exemplo, ao se estudar o movimento de um carro, a cinemática não se preocupa em saber o que faz o carro se movimentar.

4

CONCEITOS BÁSICOS

- Referencial;
- Repouso, movimento e trajetória;
- Ponto material;
- Posição, deslocamento escalar e distância percorrida.

5

REFERENCIAL

Um corpo está em movimento quando sua posição se altera, em relação a um dado referencial.

**Os dois referenciais espaço e tempo da Física clássica**

A Terra translaça-se à volta do Sol com a velocidade de 30 km/s ou 108 000 km/h.

6

REFERENCIAL

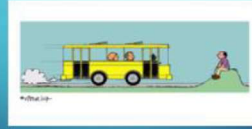
O movimento geral de um corpo, em uma, duas ou três dimensões, é descrito por três grandezas básicas: deslocamento, velocidade e aceleração.

## REPOUSO

Depois de estabelecermos um referencial, já é possível, então dizer se um corpo está, ou não, em movimento.  
Assim, se a posição do corpo variar no tempo, em relação ao referencial adotado, o corpo estará em movimento e, caso contrário, estará em **reposo**.

7

## REPOUSO



8

## MOVIMENTO

• Quando a posição de um corpo mudar em relação a um referencial



9

## REPOUSO E MOVIMENTO

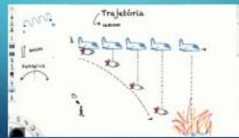
• Um corpo pode estar em movimento e em repouso, ao mesmo tempo, segundo referenciais distintos.



10

## TRAJETÓRIA

Conjunto de pontos sucessivos que delimita o percurso de um corpo, ou seja, as posições ocupadas por ele ao longo do tempo segundo o referencial adotado.



11

## PONTO MATERIAL

Movimento de um carro, ao longo de uma rodovia muito extensa.

Se o nosso interesse não for descrever em detalhes tudo o que acontece nos pormenores das partes do veículo, mas simplesmente observar grandezas como velocidade, aceleração ou a posição dele em relação à estrada, pode-se aproximar o veículo a um ponto, denominado **ponto material**.

**Exemplo:** A Terra em torno do Sol.

12

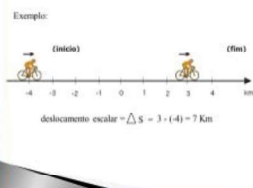
## POSIÇÃO OU ESPAÇO

Uma grandeza escalar que permite a localização de um móvel ao longo de determinada trajetória, em relação ao ponto de referência adotado como origem (O). O espaço fornece apenas sua localização.



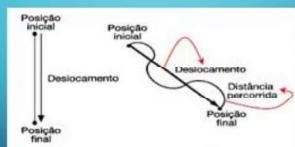
13

## DESLOCAMENTO ESCALAR OU VARIAÇÃO DO ESPAÇO



14

## DISTÂNCIA PERCORRIDA



15

## VELOCIDADE

Basta conhecer o deslocamento escalar entre duas cidades e o tempo de viagem.



16

## VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

Nesse caso, considera-se a rapidez com que um móvel varia sua posição ao decorrer do tempo e define-se sua velocidade escalar média como a razão entre o deslocamento escalar do corpo, ao longo de sua trajetória, e o tempo gasto nesse percurso.

17

## VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

Razão entre o deslocamento escalar ( $\Delta s$ ) e o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) correspondente.

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i}$$

18

## VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

\* Essa velocidade não depende da forma da trajetória, e o deslocamento pode ser positivo, negativo ou nulo.

**FÍSICA - CINEMÁTICA**  
**VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA:**  
$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$
EXERCÍCIO PROPOSTO

19

## VELOCIDADE MÉDIA

Quando a relação  $s, t$  é conhecida, a velocidade média nada mais é do que a taxa de variação média da função  $s(t)$  entre dois pontos quaisquer:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t}$$

— Rapidez média (m/s)      — Espaço percorrido (m)  
— Intervalo de tempo (s)

20

## VELOCIDADE INSTANTÂNEA

A velocidade instantânea dá a velocidade do móvel considerando dois instantes tão próximos, que é possível considerar que  $t_2 - t_1 \rightarrow 0$



21

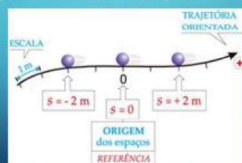
## MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

- \* Se a velocidade for invariante em intensidade, direção e sentido, estamos falando de um movimento com velocidade constante e denominado movimento retilíneo e uniforme (MRU).
- \* No movimento retilíneo e uniforme, a velocidade escalar instantânea é constante e não nula.

22

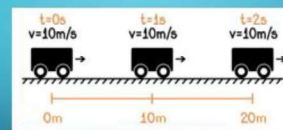
## MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME

Deslocamentos iguais em intervalos de tempo iguais.



23

## MRU



24



## FUNÇÃO HORÁRIA DO ESPAÇO

$$v_{m} = v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad v = \frac{S - S_0}{t - t_0} \quad v = \frac{S - S_0}{t} \quad S - S_0 = v \cdot t$$

$t_0 = 0$

**Função Horária do Espaço**

$$S = S_0 + v \cdot t$$

25

## ACELERAÇÃO ESCALAR MÉDIA

- Quando a velocidade de um móvel varia no decorrer do tempo, dizemos que o movimento apresenta aceleração.
- Aceleração escalar média é a razão entre a variação de velocidade escalar instantânea e o correspondente intervalo de tempo.
- Unidade:  $m/s^2$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

26

## ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA

É a aceleração que um móvel possui em cada instante de movimento

**Aceleração Instantânea (1)**

• A aceleração instantânea é definida como o limite da aceleração média quando o intervalo de tempo tende a zero:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

27

## ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA

$$v(t) = a \cdot t^n$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = n \cdot a \cdot t^{n-1}$$

28

## MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

**MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME → MRU**

Aceleração = zero

Velocidade = constante (não varia)

**MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO → MRUV**

Aceleração = constante (não varia)

Velocidade = varia com o passar do tempo

29

## MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Equação horária da posição

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Equação horária da velocidade

$$v = v_0 + at$$

Equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

Equação da velocidade média para o MRUV

$$v_{m} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

30

## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David. **The acquisition and retention of knowledge**. Springer: Editora Kluwer Academic Publisher, 2000. 212 p.

GASPAR, A. Física. Mecânica. Vol. 1. São Paulo: Ática, 2000.

GONÇALVES F. A. e TOSCANO, C. Física e realidade. Vol. 1. São Paulo: Scipione, 1997. 367 p

Halliday, D., Resnick R. e Walker, J., Fundamentos de Física, **Vol. 1**, 7a edição, Ed.

MOREIRA, Marco Antonio. **O QUE É AFINAL APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA?** 2010. 27 f. Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais) - Curso de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Porto Alegre, 2010.

PEDUZZI, M. Trabalho em equipe. In: PEREIRA, I. B., LIMA, J. C. F. Dicionário da educação profissional em saúde . 2.ed. rev. ampl. Rio de Janeiro: EPSJV, 2008

PÔNCIO, Henry; GOUVEIA, Tuago. O Lançamento de projéteis na Física Aristotélica e na Física Newtoniana. Disponível em

<[http://www.fisica.ufpb.br/~romero/objetosaprendizagem/Rived/02aProjeteisMovimento/site/texto\\_abordagem.htm](http://www.fisica.ufpb.br/~romero/objetosaprendizagem/Rived/02aProjeteisMovimento/site/texto_abordagem.htm)>, acesso em 15/02/2018.