

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

ALBERTO FRANK LÁZARO AGUIRRE

**MODELAGEM DE TEMPERATURA MÁXIMA NÃO ESTACIONÁRIA DE
PIRACICABA (SP): UMA ABORDAGEM BAYESIANA**

Alfenas/MG

2020

ALBERTO FRANK LÁZARO AGUIRRE

**MODELAGEM DE TEMPERATURA MÁXIMA NÃO ESTACIONÁRIA DE
PIRACICABA (SP): UMA ABORDAGEM BAYESIANA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, área de concentração em Estatística Aplicada e Biometria da Universidade Federal de Alfenas, MG, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre. Linha de Pesquisa: Modelagem Estatística e Estatística Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Denismar Alves Nogueira.

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Beijo.

Alfenas/MG

2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal de Alfenas

L431m Lázaro Aguirre, Alberto Frank.
Modelagem de temperatura máxima não estacionária de Piracicaba (SP):
uma abordagem bayesiana / Alberto Frank Lázaro Aguirre – Alfenas/MG,
2020.
115 f.: il. -

Orientador: Denismar Alves Nogueira.
Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) -
Universidade Federal de Alfenas, 2019.
Bibliografia.

1. Teoria de valores extremos. 2. Tendência. 3. Nível de retorno. 4.
Intervalo HPD. 5. Distribuição GEV. I. Nogueira, Denismar Alves. II. Título.

CDD-519.5



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Alfenas / UNIFAL-MG
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria

Rua Gabriel Monteiro da Silva, 700. Alfenas - MG CEP 37130-001
Fone: (35) 3701-9600
<https://www.unifal-mg.edu.br/ppgeab/>



ALBERTO FRANK LAZARO AGUIRRE

“MODELAGEM DE TEMPERATURA MÁXIMA NÃO ESTACIONÁRIA DE
PIRACICABA (SP): UMA ABORDAGEM BAYESIANA”

A Banca Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação apresentada como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Estatística Aplicada e Biometria pela Universidade Federal de Alfenas. Área de Concentração: Estatística Aplicada e Biometria

Aprovado em: 28 de outubro de 2019.

Prof. Dr. Denismar Alves Nogueira

Instituição: UNIFAL-MG

Assinatura:

Prof. Dr. Reinaldo Antônio Gomes Marques

Instituição: UNIFAL-MG

Assinatura:

Dr. Thiago Taglialegna Salles

Assinatura:

*Dedico este estudo aos meus pais,
Esteban Lázaro e Clementina
Aguirre.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por a grandeza do seu amor por mim. Foi ele me deu a oportunidade de buscar novos horizontes na cidade de Alfenas e me capacita todos os dias para superar os obstáculos que a vida coloca em meu caminho.

Agradeço ao meu pai, Esteban Lázaro Gomez, e à minha mãe, Clementina Aguirre Coronel e aos meus irmãos: Julian, Cinthya, Oscar e meu sobrinho Brayan Viera Lázaro, pelo amor incondicional; pelo suporte que me dão todos os dias, pelas longas conversas pelo telefone; pelas palavras de apoio nos momentos mais difíceis; por sempre me incentivarem e me darem forças para não desistir da busca pelos meus sonhos.

Agradeço a todos os professores e funcionários do UNIFAL/MG por toda a atenção e disponibilidade. Em especial, agradeço ao meus orientadores Prof. Dr. Denismar Alves Nogueira e Prof. Dr. Luiz Alberto Beijo, primeiramente pela confiança e posteriormente por tudo o que fizeram por mim: suas dedicações, seus ensinamentos, suas disposições em sanar todas minhas dúvidas.

Agradeço também a os membros da comissão julgadora, Reinaldo Antônio Gomes Marques e Thiago Taglialegra Salles, por terem disponibilizado seus tempos em avaliar este estudo, pelas sugestões e comentários que ajudaram muito para finalizar com sucesso.

A amizade é um dos pés de sustentação da nossa vida, sem ela, nada somos! Por isso, agradeço a todos os meus amigos, desde os mais próximos até os mais distantes. Àqueles de Alfenas, agradeço pela recepção, o acolhimento e por todos os momentos que vivi, e aos meus companheiros de turma do curso de mestrado. Àqueles que estão em Perú agradeço por não permitirem que a distância fosse uma barreira entre nós. Seria impossível nomear todos eles, amigos que compartilhei momentos inesquecíveis: Saditt Rocio Robles, Daniel Alexis Gutierrez, Bruno Leandro Novaes, João Pedro Boroni, Germain García, Juan Luis Fuentes, Piere Rodriguez, Yury Rojas pelo seus conselhos de perseverança, pelos momentos compartilhados.

Agradeço a UNIFAL/MG pelo apoio financeiro que viabilizou o meu sustento durante este período.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

A todos vocês o meu carinho e o meu MUITO OBRIGADO!

“Deus, um delírio.”
([DAWKINS, 2019](#))

RESUMO

A temperatura é um dos fenômenos que vêm sendo estudadas e debatidos por muitos pesquisadores sobre os aumentos (tendências) percebidos nas intensidades das temperaturas nas últimas décadas, e a ocorrência de temperaturas máximas, que é conhecido como evento extremo originado principalmente por o aquecimento global, e que estão relacionados à baixa probabilidade de ocorrência (eventos raros), e sendo de elevado impacto devido aos imensos prejuízos que eles podem causar. A teoria dos valores extremos desempenha um papel fundamental na modelagem de eventos raros que se tornaram tema de notória relevância nas últimas décadas. O presente estudo tem por objetivo modelar, via inferência Bayesiana, a temperatura máxima de Piracicaba-SP utilizando funções lineares e não lineares para incorporar a tendência no parâmetro de posição da distribuição generalizada de valores extremos (GEV). Foram utilizadas como *prioris* as distribuições normal e uniforme para elicitação da informação. A obtenção das marginais das distribuições *a posteriori* foi utilizada o método Monte Carlo via cadeias de Markov. Foram selecionadas as melhores distribuições analisando o fator de Bayes e critérios de decisão, Critério de Informações do Desvio (DIC) e o erro médio de predição (EMP). A distribuição GEV incorporando tendência não linear no parâmetro de posição mostrou ser eficiente na previsão de temperatura máxima mensal (TMM) de Piracicaba-SP e apresentando resultados mais precisos, razoáveis e com menores erros de previsão, verificou-se que nos meses janeiro a março e agosto e setembro, a melhor distribuição foi a GEV estacionária. Nos meses de abril a junho e outubro, a melhor distribuição foi a GEV não estacionária com tendência linear e com tendência não-linear para os meses julho, novembro e dezembro. Em quatro dos meses *a priori* informativa propiciou resultados mais precisos. As temperaturas máximas esperadas para diferentes tempos de retorno foram preditas.

Palavras-chave: Teoria de valores extremos. Tendência. Nível de retorno. Intervalo HPD.
Distribuição GEV.

ABSTRACT

Temperature is one of the phenomena that have been studied and debated by many researchers about the increases (trends) perceived in the intensities of temperatures in the last decades, and the occurrence of maximum temperatures, which is known as an extreme event originated mainly by global warming, and that they are related to the low probability of occurrence (rare events), and being of high impact due to the immense losses that they can cause. The theory of extreme values plays a fundamental role in modeling rare events that have become a topic of notable relevance in recent decades. The present study aims to model, via Bayesian inference, the maximum temperature of Piracicaba-SP using linear and non-linear functions to incorporate the trend in the position parameter of the generalized distribution of extreme values (GEV). Normal and uniform distributions were used as *prioris* to elicit information. The obtaining of the marginals of the distributions *a posteriori* was used the Monte Carlo method via Markov chains. The best distributions were selected by analyzing the Bayes factor and decision criteria, Deviation Information Criterion (DIC) and the mean prediction error (EMP). The GEV distribution incorporating a non-linear trend in the position parameter proved to be efficient in forecasting the maximum monthly temperature (TMM) of Piracicaba-SP and presenting more accurate, reasonable results and with smaller forecasting errors, it was found that in the months January to March and August and September, the best distribution was stationary GEV. In the months of April to June and October, the best distribution was non-stationary GEV with a linear trend and with a non-linear trend for the months of July, November and December. In four of the informative *a priori* months it provided more accurate results. The maximum temperatures expected for different return times were predicted.

Key-words: Extreme value theory. Trend. Return level. HPD range. GEV distribution.

LISTA DE FIGURAS

Figura1 – Série temporal dos máximos anuais da temperatura na cidade de Piracicaba-SP, período 1975 a 2017.	22
Figura2 – Estimativas de média global baseadas em dados terrestres e oceânicos, índice de temperatura terra-oceano, 1880 a apresentar, com período base 1951-1980.	25
Figura3 – Possíveis aumentos de temperatura considerando $\mu_1 = 0,05$; $\mu_1 = 0,15$; $\mu_1 = 0,25$; $\mu_1 = 0,35$, $\mu_1 = 0,50$ e $\mu_0 = 34,65$ com diferentes valores de tempos de retorno.	45
Figura4 – Comportamento $\mu(t)$ em relação aos parâmetros $\gamma = 0$; $\gamma = 0,1$; $\gamma = 1$; $\mu_0 = 34,65$; e com $\beta = 0,9112$ com diferentes tempos de retornos.	46
Figura5 – Fluxograma mostrando todos os passos feitos neste estudo	54
Figura6 – Gráfico Boxplot de temperatura máxima mensal de Piracicaba - SP, período 1975-2017.	56
Figura7 – Série anual de dados de TMM em Piracicaba-SP, período 1975-2017 dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c), abril (d), maio (e), junho (f), julho (g), agosto (h), setembro (i), outubro (j), novembro (k) e dezembro (l).	57
Figura8 – Comportamento do parâmetros de posição $\mu(t) = \mu$ e as temperaturas máximas esperadas em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, nos meses de janeiro (A), fevereiro (B) e março (C), obtidas via distribuição GEV_E	74
Figura9 – Comportamento do parâmetros de posição $\mu(t) = \mu$ e as temperaturas máximas esperadas em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, nos meses de agosto (D) e setembro (E), obtidas via distribuição GEV_E	75
Figura10 – Comportamento do parâmetros de posição $\mu(t) = \mu_0 + \mu_1 * t$ e as temperaturas máximas esperadas em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, nos meses de abril (A), maio (B), junho (C) e outubro (D), obtidas via distribuição GEV_{NEL}	78

Figura11 –Comportamento do parâmetros de posição $\mu(t) = \mu_0 - \beta * \exp(-\gamma * t)$ e as temperaturas máximas esperadas em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, nos meses de julho (A), novembro (B) e dezembro (C), obtidas via distribuição GEV_{NENL}	80
Figura12 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e abril (d).	98
Figura13 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).	99
Figura14 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).	100
Figura15 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e abril (d).	101
Figura16 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).	102
Figura17 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).	103
Figura18 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e maio (d).	104

Figura19 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).	105
Figura20 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).	106
Figura21 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e maio (d).	107
Figura22 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).	108
Figura23 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).	109
Figura24 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e abril (d).	110
Figura25 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).	111
Figura26 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).	112

Figura27 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e abril (d).	113
Figura28 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).	114
Figura29 –Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).	115

LISTA DE TABELAS

Tabela1 –	Tabela de evidências para o fator Bayes BF_{10} (Jeffreys, 1961).	39
Tabela2 –	Funções para incorporar a tendência no parâmetro de posição (μ) da distribuição generalizada de valores extremos (GEV) com priori não informativa (NI) e informativa (I)	44
Tabela3 –	Valores dos hiperparâmetros distribuições a <i>priori</i> não informativa para os parâmetros das distribuições GEV_E , GEV_{NEL} , GEV_{NENL} , em cada mês	48
Tabela4 –	Valores dos hiperparâmetros das distribuições a <i>priori</i> informativa para os parâmetros da distribuição GEV estacionária, em cada mês estudado	49
Tabela5 –	Valores dos hiperparâmetros das distribuições a <i>priori</i> informativa para os parâmetros da distribuição GEV não estacionária linear, em cada mês estudado	49
Tabela6 –	Valores dos hiperparâmetros das distribuições a <i>priori</i> informativa para os parâmetros da distribuição GEV não estacionária não-linear, em cada mês estudado	50
Tabela7 –	Estatísticas descritivas da temperatura máxima (°C), no período de 1975 a 2017 de Piracicaba-SP.	55
Tabela8 –	Resultados do testes realizadas, Ljung-Box para verificar a independência, Mann-Kendall verificando a presença de tendência e teste de pettitt para verificar pontos de mudança nos dados de temperatura máxima de Piracicaba-SP	58
Tabela9 –	Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros de distribuição GEV_E , com suas respectivas estimativas intervalares (HPD) considerando <i>priori</i> não-informativa e informativa, Piracicaba-SP período 1975-1997	60
Tabela10 –	Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros de distribuição GEV_{NEL} , com suas respectivas estimativas intervalares (HPD) considerando <i>priori</i> não-informativa e informativa, Piracicaba-SP período 1975-1997	61

Tabela11 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros de distribuição GEV_{NENL} , com suas respectivas estimativas intervalares (HPD) considerando <i>priori</i> não-informativa e informativa, Piracicaba-SP período 1975-1997	63
Tabela12 – Resumo do maior e menor valor apresentado pelos critérios de convergência dos parâmetros das distribuições GEV, para todos os meses no período 1975-2017	65
Tabela13 – Teste de hipóteses Bayesiano para a significância dos parâmetros μ_1 e β de modelo com tendência linear e não-linear	66
Tabela14 – Critério de informação do desvio (DIC) e Erro médio de predição (EMP) dos modelos lineares e não lineares, com <i>priori</i> informativa e não-informativa para os dados de temperatura máxima em Piracicaba-SP, período 1975 a 1997.	68
Tabela15 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros da distribuição GEV_E que foi selecionado, com seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$) e critérios de convergência, para cidade de Piracicaba-SP	70
Tabela16 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros da distribuição GEV_{NEL} que foi selecionado, com seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$) e critérios de convergência, para cidade de Piracicaba-SP	71
Tabela17 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros da distribuição GEV_{NENL} que foi selecionado, com seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$) e critérios de convergência, para cidade de Piracicaba-SP	72
Tabela18 – Níveis de retorno (Estimativas) de TMM para os tempos de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$), e critérios de convergência, calculados a partir da distribuição GEV_E que foi selecionado, para cidade Piracicaba-SP	73
Tabela19 – Níveis de retorno (Estimativas) de TMM para os tempos de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$), e critérios de convergência, calculados a partir da distribuição GEV_{NEL} que foi selecionado, para cidade Piracicaba-SP	76

Tabela20	– Níveis de retorno (Estimativas) de TMM para os tempos de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$), e critérios de convergência, calculados a partir do modelo 3 que foi selecionado, para cidade Piracicaba-SP	79
Tabela21	– Temperatura máxima esperada (N_r) em um tempo de retorno (T_r) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa com a distribuição GEV_E em Piracicaba-SP	91
Tabela22	– Temperatura máxima esperada (N_r) em um tempo de retorno (T_r) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa, com a distribuição GEV_{NEL} em Piracicaba-SP	93
Tabela23	– Temperatura máxima esperada (N_r) em um tempo de retorno (T_r) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa, com a distribuição GEV_{NENL} em Piracicaba-SP	95
Tabela24	– Resumo dos critérios de convergência dos tempos de retorno de 5, 10, 15 e 20 anos nas três distribuições avaliados.	96
Tabela25	– Temperaturas máximas mensais ($^{\circ}C$) ocorridas (x_o) em 5, 10, 15 e 20 anos desde 1998 a 2017, em Piracicaba-SP	97

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- TVE** - Teoria de valores extremos
- GEV** - Distribuição generalizada de valores extremos
- MCMC** - Monte Carlo via Cadeias de Markov
- DIC** - Critério de informação do desvio
- EMP** - Erro médio de previsão
- TMM** - Temperatura máxima mensal
- HPD** - Maior densidade posterior (*Highest Posterior Density*)
- CV** - Coeficiente de variação
- GEE** - Gases de efeito estufa
- IPCC** - Painel intergovernamental sobre mudanças climáticas (*Intergovernmental Panel on Climate Change*)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	OBJETIVOS	19
1.1.1	Objetivo Geral	20
1.1.2	Objetivos Específicos	20
2	REFERENCIAL TEÓRICO	21
2.1	TEORIA DE VALORES EXTREMOS	21
2.2	DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DE VALORES EXTREMOS (GEV)	24
2.3	TENDÊNCIA	25
2.3.1	Teste de Mann-Kendall	26
2.3.2	Teste de Pettitt	28
2.4	DISTRIBUIÇÃO GEV NÃO-ESTACIONÁRIA	29
2.5	INFERÊNCIA BAYESIANA	30
2.5.1	Distribuição a priori	32
2.5.2	Método de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC)	33
2.5.2.1	Cadeias de Markov	33
2.5.2.2	Algoritmo de Metropolis-Hastings	34
2.5.3	Diagnóstico de convergência	35
2.5.4	Estimação intervalar Bayesiana	37
2.5.5	Testes de hipóteses Bayesiano	38
2.5.6	Probabilidades de H_0 e H_1	38
2.5.7	Fator de Bayes	39
2.6	Critério de Informação do Desvio (DIC)	40
3	MATERIAL E MÉTODOS	41
3.1	DADOS DE TEMPERATURA	41
3.2	TESTES PRELIMINARES	42
3.2.1	Teste de independência de Ljung-Box	42
3.2.2	Teste de Mann-Kendall	43
3.2.3	Teste de Pettitt	43
3.3	MODELOS PARA TENDÊNCIA	43
3.4	ESTIMAÇÃO BAYESIANA	47

3.4.1	Ajuste da distribuição <i>a posteriori</i>	47
3.4.2	Tempo e nível de retorno da distribuição GEV	51
3.4.3	Seleção de modelo	52
3.5	FLUXOGRAMA	53
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	55
4.1	ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS DE TMM DE PIRACICABA - SP .	55
4.2	SELEÇÃO DOS MODELOS	59
4.3	PREDIÇÕES DE TMM DE PIRACICABA - SP	69
5	CONCLUSÕES	83
	REFERÊNCIAS	84
	APÊNDICES	91

1 INTRODUÇÃO

A previsão probabilística da ocorrência de eventos extremos é de vital importância para o planejamento das atividades sujeitas a seus efeitos adversos, e uma das formas de modelar esses eventos, é utilizar a teoria de valores extremos (TEV) (COLES, 2001).

A TEV está sendo bastante utilizada em campos ligados a eventos raros, no entanto, o seu uso se popularizou no campo da climatologia como metodologia para predição de eventos climatológicos extremos, para abordar o comportamento extremos de variáveis aleatórias que a maioria desses eventos extremos estão associados a prejuízos econômicos, tecnológicos e sociais, perdas de vidas humanas e animais, etc.

A evidência de não estacionariedade de alguns registros hidrológicos tem levantado uma série de questões quanto à adequação dos métodos estatísticos convencionais para a previsão de recursos hídricos regionais de longo prazo (COULIBALY; BALDWIN, 2005).

Conforme Dufek e Ambrizzi (2006), entre os anos de 1990 a 2002 ocorreu um aumento nas temperaturas máximas e mínimas associado à diminuição do número de dias frios, especialmente nos meses de inverno, e noites frias, principalmente no verão. O estudo foi realizado para 20 estações meteorológicas do Instituto Agrônomo de Campinas (IAC) e da estação meteorológica da Água Funda.

A análise de séries temporais não estacionárias de dados climatológicos, vem ganhando importância nos últimos tempos, visto que o desconhecimento de valores futuros para algumas variáveis relacionadas ao clima, pode influenciar direta e negativamente a vida em sociedade, várias abordagens foram propostas na literatura para combater a não estacionariedade em extremos hidrometeorológicos e climatológicos, como se observa nos estudos de (BRACKEN *et al.*, 2018; PAOLA *et al.*, 2018).

As análises de alguns extremos climáticos, como eventos de temperatura, tornaram-se comuns nas últimas décadas, e a análises para dados não estacionários vem sendo estudados cada vez mais para modelar eventos de extremos, porém, a tendência não deve ser ignorada e deve ser incorporada tal componente na modelagem de séries temporais. Muitos estudos nas últimas décadas mostraram que os registros climáticos e meteorológicos exibem algum tipo de não estacionariedade, como tendências e mudanças de temperaturas (HAMDI; DULUC; REBOUR, 2018).

Os estudos envolvendo temperatura máxima com abordagem Bayesiana, vêm sendo

cada vez mais debatidos entre os pesquisadores, porém este estudo, concentram-se em modelar dados de temperatura máxima mensal (TMM) com distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV, do inglês *Generalized Extreme Values*) incorporando a tendência no parâmetro de posição.

Para modelar estes eventos usou-se a metodologia Bayesiana, conforme [Coles e Powell \(1996\)](#). Uma das vantagens da inferência Bayesiana está no fato de permitir utilizar informação *a priori*, através de uma distribuição para reduzir as incertezas da estimação dos parâmetros e de quantis da distribuição GEV, isto é, a facilidade de incluir outras fontes de informação sobre os parâmetros através de uma distribuição *priori*.

As séries de dados de TMM foram analisadas com distribuição GEV. Para incorporar a tendência no parâmetro de posição (μ) foram testadas diferentes funções lineares e não-lineares, e as melhores funções foram selecionadas com base em critérios de decisão, como o critério de informação do desvio (DIC) e o erro médio de predição percentual (EMP%). Finalmente, as funções selecionadas com a melhor *priori* foram usadas para modelar o parâmetro de posição de distribuição GEV.

O estudo está organizado da seguinte forma. A seção [seção 1.1](#) é considerado os objetivos propostos de este estudo. Na [seção 2](#) descreve-se as principais ferramentas propostas neste estudo que aborda tópicos sobre a modelagem de séries de Valores Extremos modelando o parâmetro de posição incorporando tendência (linear ou não linear) da distribuição generalizada de valores extremos, a fundamentação desta teoria, uma breve revisão sobre teoria de valores extremos como também sua distribuição generalizada estacionária e não-estacionária, descreve-se a tendência, inferência Bayesiana e métodos de estimação, e a posterior aplicação destas teorias em dados reais. Na [seção 3](#) é apresentado materiais e métodos, além disso foram descritos as funções lineares e não lineares; na [seção 4](#) são apresentados os resultados e discussões. Por fim na [seção 5](#) apresenta-se as conclusões.

1.1 OBJETIVOS

Nesta seção serão apresentados os objetivos geral e específicos deste estudo.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo deste estudo é modelar, via inferência Bayesiana com diferentes distribuições *a priori*, a temperatura máxima mensal de Piracicaba-SP, incorporando a tendência utilizando-se funções lineares e não lineares no parâmetro de posição da GEV.

1.1.2 Objetivos Específicos

Considerando os dados de TMM de Piracicaba, os objetivos específicos são:

- a) Avaliar funções linear e não linear para incorporar a tendência no parâmetro de posição da distribuição GEV;
- b) Avaliar a previsão da TMM para diferentes tempos de retorno considerando *prioris* informativas e não-informativas para os parâmetros da GEV;
- c) Considerando os modelos que melhores se ajustam, estimar níveis de retorno de TMM para os tempos: 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção tem por objetivo descrever as principais referências teóricas sobre valores extremos e sua distribuição generalizada GEV estacionária e não estacionária.

2.1 TEORIA DE VALORES EXTREMOS

A Teoria de Valores Extremos (TVE) é um ramo da probabilidade que estuda o comportamento estocástico de extremos associados a um conjunto de variáveis aleatórias com função de distribuição qualquer $F_X(\mathbf{x})$. Dentro da denominação geral de extremos inclui-se os blocos de máximo e o mínimo, estatísticas de ordem extremas e excessos acima ou abaixo de limiares. O importante é que as características e propriedades das distribuições desses extremos aleatórios são determinadas pelas caudas extremas (inferior ou superior) de qualquer função de distribuição $F_X(\mathbf{x})$.

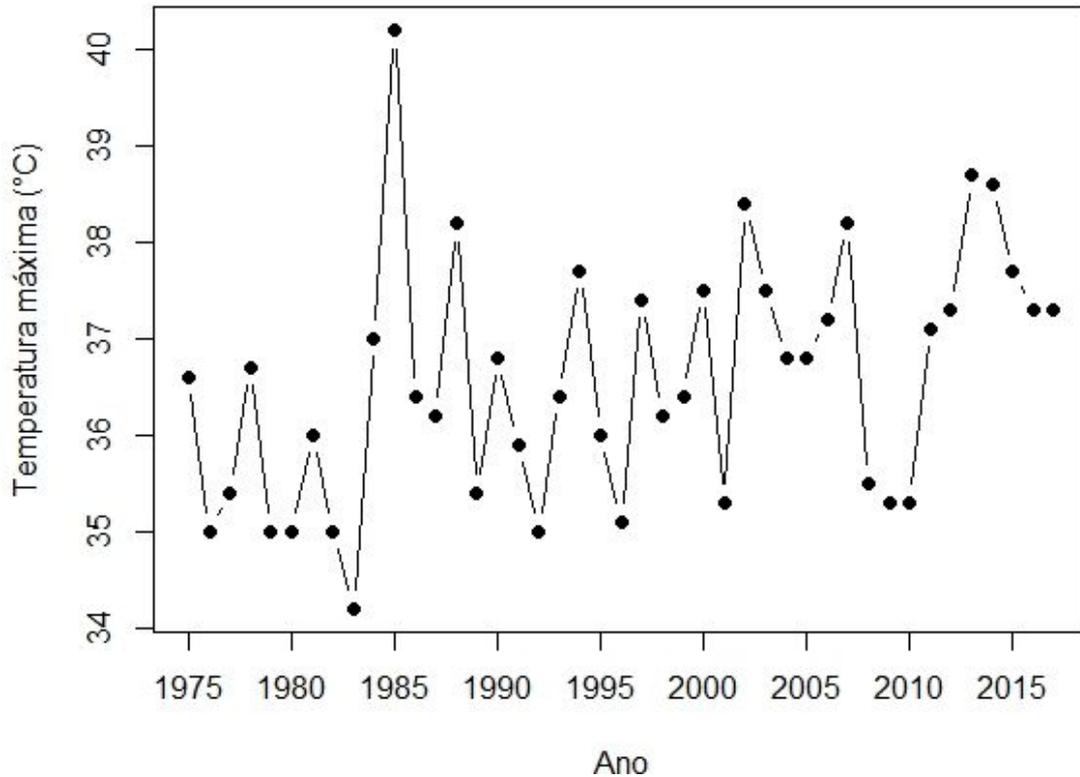
A TVE é um ramo da teoria de probabilidades que já está bem estabelecida, que trata dos valores extremos (máximo e mínimo) de uma série, estas séries provêm de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d), aplicadas nas áreas da climatologia e hidrologia ([SILVA; GUIMARÃES; TAVARES, 2008](#)).

Um resultado importante desta teoria é que se $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma sequência de variáveis aleatórias reais i.i.d. de máximos, possui uma distribuição limite quando $n \rightarrow \infty$, que estuda o comportamento estatístico de:

$$M_n = \max(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

em que as variáveis aleatórias X_1, \dots, X_n são independentes e tem em comum entre si, uma função de distribuição qualquer $F_X(\mathbf{x})$. Na prática, X_n geralmente representam medidas em intervalos de tempos regulares, neste caso, dados anuais de medidas do valor de temperatura máxima, como ilustrado na [Figura 1](#).

Figura 1 – Série temporal dos máximos anuais da temperatura na cidade de Piracicaba-SP, período 1975 a 2017.



Fonte: Do autor.

Desta forma, M_n representa o valor máximo do processo ao longo do tempo depois de n observações, a distribuição dos valores de M_n pode ser obtida por:

$$F_{M_n} = P(M_n \leq x) = P(X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x) = \prod_{i=1}^n P(X_i \leq \mathbf{x}) = [F_X(\mathbf{x})]^n \quad (2.1)$$

para $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$.

À medida que n cresce a distribuição de M_n é degenerada sendo, portanto, um resultado que não fornece muita informação. Esta dificuldade pode ser sanada pelo [Teorema 2.1](#):

Teorema 2.1 (Fisher-Tippett, 1928) *Seja X_n uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. Se existirem sequências de constantes normalizadoras $\sigma_n > 0$ e μ_n , tal que*

$$\frac{M_n - \mu_n}{\sigma_n} \rightarrow F_X^*(\mathbf{x})$$

quando $n \rightarrow \infty$, onde $F_X^(\mathbf{x})$ é uma função distribuição não degenerada, então $F_X^*(\mathbf{x})$ pertence*

a uma das seguintes famílias:

$$F_X^*(\mathbf{x}) = \exp\{-\exp[-(\frac{x-\mu}{\sigma})]\}, I_{[-\infty, \infty]}(x) \quad (2.2)$$

$$F_X^*(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 0 \\ \exp\{-(\frac{x-\mu}{\sigma})^{-\xi}\}, & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

$$F_X^*(x) = \begin{cases} \exp\{-\exp[-(\frac{x-\mu}{\sigma})^\xi]\}, & \text{se } x \leq 0 \\ 1, & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

O Teorema 2.1 garante que a distribuição de $\frac{M_n - \mu_n}{\sigma_n}$ converge para uma das três famílias apresentada nas equações (2.2), (2.3) e (2.4) que são denominadas distribuições de valores extremos.

Estas são conhecidas como famílias de Gumbel, Fréchet e Weibull, respectivamente e cada uma possui um parâmetro de posição e de escala μ e σ . As famílias de Fréchet e Weibull possuem um parâmetro de forma ξ .

Este teorema pode ser considerado análogo ao teorema do limite central, pois quando M_n é normalizado com as sequências adequadas σ_n e μ_n , a sua distribuição limite converge para um dos três tipos padrão de distribuição de valores extremos. Este resultado é conhecido como Teorema dos Tipos Extremos que foi enunciado pela primeira vez por Fisher e Tippett (1928), e depois estendido por Gnedenko (1943), que formulou as condições necessárias e suficientes para a convergência.

Segundo Coles (2001), uma possibilidade é utilizar técnicas estatísticas para estimar $F_X(x)$ para dados observados, e substituir esta estimativa na equação (2.1). Uma alternativa é olhar para as famílias aproximadas dos modelos $[F_X(x)]^n$, que podem ser estimados com base somente em dados extremos. Isto é similar a prática usual de aproximar a distribuição da média amostral pela distribuição normal, como justificado pelo teorema do limite central (TLC).

Depois de fazer uma definição de forma geral sob a teoria de valores extremos, a continuação apresenta-se a distribuição generalizada.

2.2 DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DE VALORES EXTREMOS (GEV)

Os três tipos de famílias de distribuições no [Teorema 2.1](#) possuem diferentes formas e comportamentos, correspondendo ao formato da cauda da função distribuição $F_X^*(x)$.

[Mises \(1954\)](#) e [Jenkinson \(1955\)](#), mostraram que as três famílias poderiam ser unificadas em uma distribuição generalizada de valores extremos, combinando as três famílias em uma forma generalizada, e sua função de distribuição acumulada de probabilidade, pode ser expressa da seguinte forma:

$$F_X^*(x) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \quad (2.5)$$

definido no conjunto $\{x : 1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) > 0\}$, onde cada um dos parâmetros satisfazem $-\infty \leq \mu \leq \infty, \sigma > 0$ e $-\infty \leq \xi \leq \infty$.

Esta é a família de distribuições de valores extremos generalizada GEV que possui três parâmetros: Um parâmetro de posição, μ ; um de forma ξ , e um de escala σ .

O modelo é tri-paramétrico, em que o parâmetro ξ determina a forma da distribuição, quando: $\xi > 0$ tem-se a distribuição Fréchet, $\xi < 0$ obtém-se a distribuição de Weibull, quando o limite de $F_X^*(x)$ com $\xi \rightarrow 0$ tem-se a distribuição Gumbel.

A distribuição GEV possui a função densidade de probabilidade expressa pela [equação 2.6 \(COLES, 2001\)](#).

$$f_X^*(x) = \frac{1}{\sigma} \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \right\} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}, \quad (2.6)$$

definida em $-\infty < \xi < \infty$, $-\infty < \mu < \infty$ e $\sigma > 0$.

A tendência de uma série indica o seu comportamento “de longo prazo”, isto é, se ela cresce, decresce ou permanece estável, e qual a velocidade destas mudanças.

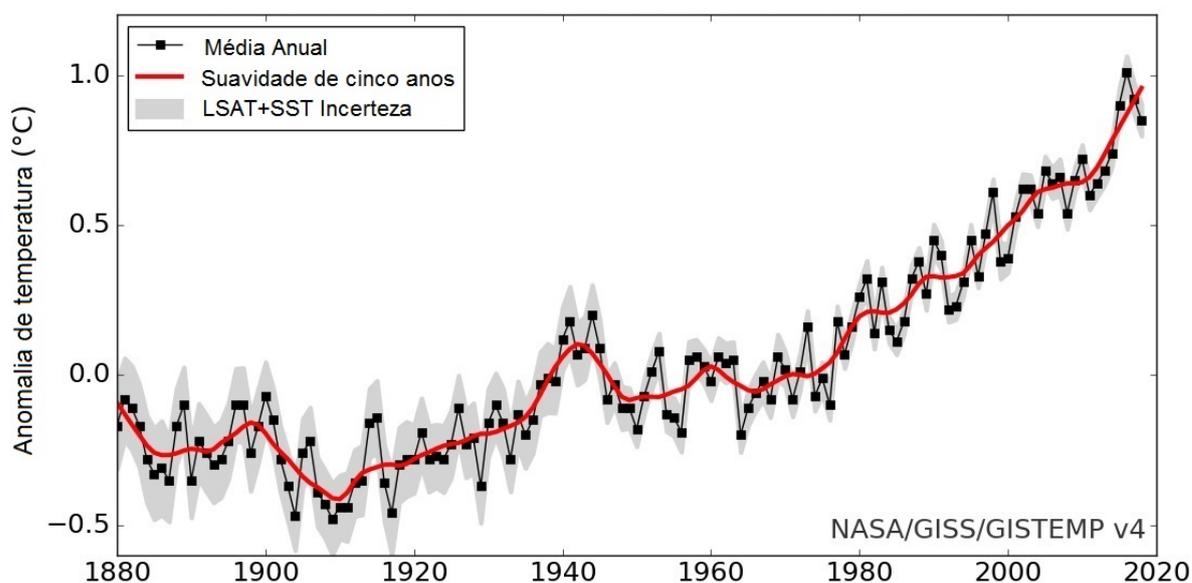
2.3 TENDÊNCIA

Geralmente, as séries de dados extremos correspondem a uma série temporal, ou seja, dados ordenados obtidos sucessivamente através do tempo (diário, mensal, anual, etc). Por este fato, é possível que as séries de dados apresentem tendência (não estacionariedade). Portanto, tendência é caracterizada como aquele movimento regular e contínuo de longo prazo, refletindo um movimento ascendente ou descendente em longo período de tempo (ROSSATO, 2011).

Processos não estacionários possuem características que mudam sistematicamente ao longo do tempo. No contexto dos processos ambientais, a não-estacionariedade é frequentemente evidente devido a efeitos sazonais, talvez devido a diferentes padrões de clima em diferentes meses, ou na forma de tendências, possivelmente devido a mudanças climáticas de longo prazo (COLES, 2001).

Nos trabalhos de Hansen *et al.* (1988), Hansen *et al.* (2006), Hansen *et al.* (2010), Berlato e Cordeiro (2018) e Lenssen *et al.* (2019) observa-se o aumento da temperatura média global. A Figura 2 mostra o aumento da temperatura média global, em que a linha preta sólida é a média anual global e a linha vermelha sólida é a suavidade de cinco anos. O sombreado cinza representa a incerteza anual total de temperatura da superfície terrestre (LSAT) e temperatura da superfície do mar (SST) em um intervalo de confiança de 95%.

Figura 2 – Estimativas de média global baseadas em dados terrestres e oceânicos, índice de temperatura terra-oceano, 1880 a apresentar, com período base 1951-1980.



Fonte: Adaptado de <<https://data.giss.nasa.gov/gistemp/>>

[Hansen et al. \(1988\)](#), utilizando um modelo climático tridimensional, o modelo II do *Instituto Goddard de Estudos Espaciais* (GISS), mostraram com simulações em três diferentes cenários; o cenário (A) assume um crescimento exponencial continuado de gases traços, o cenário (B) assume um crescimento linear reduzido de gases traços e o cenário (C) pressupõe um rápido corte nas emissões de gases traços, assim concluíram que as mudanças de temperatura são suficientemente grandes para causar grandes impactos sobre as pessoas e outras partes da biosfera, como mostram as mudanças computadas na frequência de eventos extremos e em comparação com as tendências climáticas anteriores.

Em uma série de dados, para detectar a presença de tendência, é necessário um teste que verifica a presença deste comportamento nos dados. Para isso, usa-se o teste de hipótese não paramétrico de Mann-Kendall ([MANN, 1945](#); [KENDALL, 1975](#)).

2.3.1 Teste de Mann-Kendall

O teste não paramétrico de Mann-Kendall de [Mann \(1945\)](#) e [Kendall \(1975\)](#), ou teste MK, é amplamente utilizado para verificar a presença de tendências em séries temporais de dados históricos.

[Yue, Pilon e Cavadias \(2002\)](#), indicaram que o teste Mann-Kendall é comumente usado para avaliar a significância de tendências em séries temporais hidrometeorológicas tais como qualidade da água, vazão, temperatura e precipitação.

Como assinalado por [Raimundo, Sansingolo e Molin \(2014\)](#), dada uma série temporal (x_1, x_2, \dots, x_n) , a estatística do teste MK é dada pela seguinte equação:

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{sign}(x_j - x_i), \quad (2.7)$$

em que x representa os valores da série, geralmente tomados em intervalos de tempo equidistantes, i e j são os índices de tempo, e n é o número de elementos da série. O termo

$sinal(x_j - x_i)$ é determinado por meio da seguinte equação:

$$sinal(x_j - x_i) = \begin{cases} +1 & \text{se } (x_j - x_i) > 0 \\ 0 & \text{se } (x_j - x_i) = 0 \\ -1 & \text{se } (x_j - x_i) < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

A significância do teste MK pode ser verificada através de um teste bilateral, com estatística padronizada Z_{MK} expressa da seguinte forma:

$$Z_{MK} = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{Var(S)}} & \text{se } S > 0 \\ 0 & \text{se } S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{Var(S)}} & \text{se } S < 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

O sinal de Z_{MK} indica se a tendência é crescente ($Z_{MK} > 0$) ou decrescente ($Z_{MK} < 0$). O valor-p da estatística S para os dados da amostra pode ser estimado pela probabilidade acumulada da distribuição normal, considerando que, se $valor - p \leq \alpha$. O teste apresenta seguinte par de hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : \text{ A série de dados é estacionária (Não há tendência).} \\ H_1 : \text{ A série de dados não é estacionária (Há tendência).} \end{cases}$$

A hipótese nula (H_0) para ausência de tendência na série, é rejeitada se $|Z_{MK}| > Z_{\alpha/2}$, onde α é o nível de significância adotado e $Z_{\alpha/2}$ é o valor do quantil da distribuição $\alpha/2$. A hipótese nula também é rejeitada quando o $valor - p$ é inferior ao nível de significância α , ou seja, se $valor - p < \alpha$.

Segundo [Gocic e Trajkovic \(2013\)](#), os testes para a detecção de tendências significativas em séries temporais climatológicas podem ser classificados como métodos paramétricos e não paramétricos. Os testes de tendência paramétrica exigem que os dados sejam independentes e normalmente distribuídos, enquanto os testes de tendência não paramétricos exigem apenas que os dados sejam independentes.

2.3.2 Teste de Pettitt

O teste não paramétrico de Pettitt é um teste estatístico utilizado para identificar o ponto de descontinuidade ou ponto de mudança abrupta em uma série temporal (PETTITT, 1979).

De acordo com o teste de Pettitt, se $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ é uma série de dados observados que tem um ponto de mudança em t de tal forma que x_1, x_2, \dots, x_t tem uma função de distribuição $F_1(x)$ que é diferente da função de distribuição $F_2(x)$ da segunda parte da série $x_{t+1}, x_{t+2}, x_{t+3}, \dots, x_n$. As estatísticas de teste não paramétricas U_t para este teste podem ser descritas da seguinte forma (JAISWAL; LOHANI; TIWARI, 2015).

$$U_{t,n} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=t+1}^n \text{signal}(x_t - x_j) \quad (2.10)$$

$$\text{signal}(x_t - x_j) = \begin{cases} 1, & \text{se } (x_t - x_j) > 0 \\ 0, & \text{se } (x_t - x_j) = 0 \\ -1, & \text{se } (x_t - x_j) < 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

A estatística de teste $U_{t,n}$ é avaliada para todas as variáveis aleatórias de 1 a n ; então o ponto de mudança mais significativo é selecionado onde o valor de $|U_{t,n}|$ é o maior:

$$K_n = \max |U_{t,n}|. \quad (2.12)$$

Um ponto de mudança ocorre no tempo t quando a estatística K_n é significativamente diferente de zero a um determinado nível. O nível significativo aproximado é dado por:

$$p = 2 * \exp\left(\frac{-6K_n^2}{n^2 + n^3}\right). \quad (2.13)$$

O teste apresenta seguinte par de hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : \text{Ausência de um ponto de mudança.} \\ H_1 : \text{Existência de um ponto de mudança.} \end{cases}$$

Uma vez que o *valor - p* é menor que o nível de significância pré-atribuído α , deve-se rejeitar a hipótese nula e dividir os dados em duas sub-séries (antes e depois da localização do ponto de mudança) com duas funções de distribuição diferentes (MALLAKPOUR;

VILLARINI, 2016).

Após se apresentar os testes utilizados para verificação de tendência teste de *Mann-kendall*, e os pontos de mudança da série de dados teste de *Pettitt*, na sequência apresenta-se a distribuição generalizada de valores extremos para dados com tendência (GEV não-estacionário).

2.4 DISTRIBUIÇÃO GEV NÃO-ESTACIONÁRIA

Papalexiou e Koutsoyiannis (2013), apontaram que o modelo geral GEV não-estacionário representa-se por $X \sim GEV(\mu(t), \sigma, \xi)$, em que $\mu(t)$, σ e ξ denotam, respectivamente, os parâmetros de posição, escala e forma.

De acordo com Coopersmith, Minsker e Sivapalan (2014), o parâmetro de forma ξ apresenta consideráveis dificuldades para sua estimação, é geralmente suposto constante no tempo, isto é, $\xi(t) = \xi$.

Modelar com segurança sua variabilidade temporal o parâmetros de forma ξ que requer longos períodos de observação (geralmente não disponíveis para aplicações práticas), assim o parâmetro de forma será mantido como constante (HAMDI; DULUC; REBOUR, 2018).

Portanto, assumindo apenas o parâmetro de posição variando com o tempo, e mantendo os parâmetros de escala e forma como constantes ao longo do tempo, a função de distribuição acumulada (FDA) da *GEV* não-estacionária pode ser expressa pela seguinte equação:

$$F_X^*(x_i; \theta) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu(t)}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (2.14)$$

com $1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu(t)}{\sigma} \right) > 0$, e $\theta = (\mu(t), \sigma, \xi)$, e derivando-se a equação 2.14 em relação a x_i , obtém-se a função densidade de probabilidade da distribuição GEV, dada por:

$$f_X^*(x_i; \theta) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu(t)}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1+\xi}{\xi}} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu(t)}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (2.15)$$

em que $-\infty < x_i < \mu(t) - \sigma/\xi$ para $\xi < 0$ e $\mu(t) - \sigma/\xi < x_i < +\infty$ para $\xi > 0$.

No estudo dos dados de temperatura máxima mensal, por terem menor quantidade de

amostra, tem-se a necessidade de obter estimativas para os parâmetros sob a menor quantidade de amostra, a estimação baseada na inferência Bayesiana é a mais apropriada visto que não exige a dependência assintótico, também não pressupõe normalidade nos dados e a inferência a respeito dos parâmetros é feita sobre a distribuição *a posteriori* (ROSSI, 2011).

Portanto a continuação na seção 2.5 será apresentada uma breve revisão sob inferência Bayesiana.

2.5 INFERÊNCIA BAYESIANA

Fazer inferência é uma das principais finalidades da estatística. Na abordagem frequentista, os parâmetros desconhecidos utilizados são considerados fixos e todas as análises são baseadas nas informações contidas nos dados amostrais. No caso de abordagem Bayesiana os parâmetros são considerados de forma aleatória e portanto podem apresentar distribuição de probabilidade para representar o seu comportamento.

Algum conhecimento prévio sobre o comportamento da distribuição do parâmetro θ , é de fundamental importância na Inferência Bayesiana, ela é aproveitada e incorporada na análise através de uma distribuição de probabilidade $P(\theta)$ denominada distribuição *a priori*.

Bernoulli *et al.* (1713), na sua obra *Ars Conjectandi*, um dos primeiros autores a definir probabilidade como grau de confiança numa dada proposição que não se sabe se é verdadeira ou falsa. Sabe-se também que Morgan (1847), na *Formal Logic*, afirmou:

- a) a probabilidade identifica-se com um grau de credibilidade;
- b) os graus de credibilidade podem medir-se;
- c) os graus de credibilidade podem identificar-se com um certo complexo de sentimentos.

Segundo Paulino *et al.* (2003), a ideia de probabilidade como grau de credibilidade é tão importante para entender a filosofia Bayesiana, tem uma longa história

Teorema 2.2 (BOX; TIAO, 2011) *Suponha que $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ é um vetor de n observações cuja distribuição de probabilidade $f_X(\mathbf{x}|\theta)$ depende dos valores dos parâmetros $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$, em que $i = 1, 2, 3, \dots, n$.*

Suponha também que θ tenha uma distribuição de probabilidade $P(\theta)$, então:

$$f_X(\mathbf{x}|\theta)P(\theta) = f(\mathbf{x}, \theta) = f(\theta|\mathbf{x})P_X(\mathbf{x}) \quad (2.16)$$

Dado os dados observados X , a distribuição condicional de θ é:

$$f(\theta|\mathbf{x}) = \frac{f_X(\mathbf{x}|\theta)P(\theta)}{P_X(\mathbf{x})} \quad (2.17)$$

Agregando a função de verossimilhança determinada por $L(\theta|\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}|\theta)$, também chamada de distribuição observacional da amostra, com a distribuição *a priori* permite chegar a distribuição do parâmetro θ após se observar x , que é chamada de distribuição *a posteriori* e é encontrada por meio do Teorema de Bayes:

$$P(\theta|\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}|\theta)P(\theta)}{\int f(\mathbf{x}|\theta)P(\theta)d\theta},$$

sendo o denominador uma constante em relação a θ . A densidade $f(\mathbf{x}|\theta)$ é a informação proveniente dos dados (verossimilhança), $P(\theta)$ é chamada de probabilidade *a priori*, $P(\theta|\mathbf{x})$ é probabilidade *a posteriori* dado a informação provinda dos dados (amostra). A distribuição *a posteriori* pode ser também escrita da seguinte forma:

$$P(\theta|\mathbf{x}) \propto L(\theta|\mathbf{x})P(\theta).$$

O desenvolvimento da Teoria Bayesiana como sendo conjunto observações \mathbf{x} , pertencentes à certa população cujos valores originários de distribuições probabilísticas e descritos pela função densidade $f(\mathbf{x}|\theta)$, em que o parâmetro θ corresponde a uma característica da população que descreve o processo da distribuição da variável (NASCIMENTO, 2009).

Segundo [Crawley \(2012\)](#), uma análise Bayesiana funciona em três etapas:

- a) Usando todas as informações atualmente disponíveis para criar um modelo de probabilidade completo;
- b) Formando uma inferência *posterior*, condicionando o modelo completo de probabilidade nos novos dados;
- c) Criticando o ajuste do modelo aos dados e avaliando as previsões que ele faz.

A distribuição *a posteriori* de um parâmetro θ (ou vetor de parâmetros) contém toda a informação probabilística a respeito deste(s) parâmetro(s) e um gráfico da sua função densidade *a posteriori* é a melhor descrição do processo de inferência. No entanto, algumas vezes é necessário resumir a informação contida na *posteriori* por meio de alguns poucos valores numéricos. O caso mais simples é a estimação pontual de θ onde se resume a distribuição *a posteriori* por meio de um único número, $\hat{\theta}$. Será mais fácil entender a escolha de $\hat{\theta}$ no contexto de teoria da decisão. (ROBERTH, 2007)

- a) Estabelecer um modelo probabilístico completo: uma distribuição de probabilidade conjunta para todas as quantidades do problema, observáveis e não observáveis.
- b) Condicionar os dados: obter a distribuição *a posteriori*, isto é, a distribuição condicionada dos parâmetros do modelo, dado os dados pelo teorema de Bayes (2.17).

2.5.1 Distribuição *a priori*

A distribuição *a priori*, segundo Lima (2006), é uma importante parte da inferência Bayesiana, e representa, probabilisticamente, o conhecimento a respeito do parâmetro desconhecido θ , antes da obtenção dos dados.

A partir de uma amostra retirada de uma população indexada por θ a informação sobre o parâmetro é atualizada com os dados desta amostra utilizando o teorema de Bayes. Assim, antes do experimento ser realizado, toda a informação disponível sobre o parâmetro é extraída da *priori*. Após a coleta de dados, atualiza-se esta informação utilizando a amostra resultando na distribuição *a posteriori*.

Deste modo, há duas formas de distribuição *a priori* a serem consideradas: *a priori* informativa e *a priori* não informativa. Esta especificação de informação na forma de uma distribuição *a priori* é considerada alternadamente como a maior força da inferência Bayesiana (COLES, 2001).

- Distribuição *a priori* informativa: *A priori* informativa é utilizada quando, em determinadas situações, tem-se algum conhecimento prévio a respeito do parâmetro desconhecido θ . Esse conhecimento é utilizado para estabelecer a função densidade ou de probabilidade $P(\theta)$, que por sua vez, é especificada com o auxílio de constantes

denominadas hiperparâmetros - parâmetros da distribuição *a priori*, que geralmente, são considerados como conhecidos, traduzindo a informação que se tem sobre o parâmetro, antes da realização da amostra (SILVA *et al.*, 2005).

Essas informações podem ser obtidas por pesquisadores especialistas do fenômeno estudado, ou por meio da literatura científica.

- Distribuição *a priori* não-informativa: Segundo Stone (2013), *a priori* não informativa é utilizada quando não se possui informação *a priori* sobre um fenômeno ou processo, todas as informações que se possui são as das observações. Ou seja, tem-se pouco ou nenhum conhecimento sobre o parâmetro desconhecido θ , sendo dominante a informação provinda da verossimilhança. Uma forma que poderia ser usada é de que os valores possíveis para θ seriam igualmente prováveis, ou seja, como uma distribuição *a priori* uniforme $U(a, b)$. Outra maneira é assumir variabilidade elevada para o parâmetro.

A distribuição *a posteriori* possui toda informação a respeito dos parâmetros. Reunindo assim a informação proveniente dos dados e da experiência do pesquisador (ROBERTH, 2007).

2.5.2 Método de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC)

Uma afirmação importante feita por Gamerman (1996), que, a integração da distribuição conjunta *a posteriori* para a obtenção das marginais, para os casos em que possui mais de um parâmetro, geralmente, não possui solução analítica. Desta maneira, é necessário utilizar algoritmos iterativos especializados como os métodos de Monte Carlo (simulação estocástico).

Conforme Carlo (2006), os métodos de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) são uma alternativa aos métodos não iterativos em problemas complexos devido que têm um escopo limitado. A ideia é obter uma amostra da distribuição *a posteriori* e calcular estimativas amostrais de características desta distribuição. A diferença é que aqui utiliza-se técnicas de simulação estocástica iterativa, baseadas em cadeias de Markov.

2.5.2.1 Cadeias de Markov

Suponha que se tenha interesse em gerar uma amostra de uma distribuição *a posteriori* $P(\theta|\mathbf{x})$, $\theta \in R^k$ mas não se pode fazer isso diretamente. Entretanto, suponha que se pode

construir uma cadeia de Markov com espaço de estados no espaço paramétrico Θ (conjunto de todos valores possíveis de θ) que é simples para simular e cuja distribuição de equilíbrio seja dada por $P(\theta|\mathbf{x})$. Se há muitas simulações dessa de Markov, os valores simulados da cadeia de Markov podem ser usados como uma base para sumarizar características da *posteriori* $P(\theta|\mathbf{x})$.

Segundo [Besag \(1994\)](#), se a distribuição conjunto *a posteriori* $P(\theta|\mathbf{x})$ for positiva em $\Theta_1 \times \Theta_2 \times \dots \times \Theta_k$, com Θ_i sendo suporte para a distribuição de Θ_i , $i = 1, \dots, k$, então a distribuição *a posteriori* $P(\theta|\mathbf{x})$ é unicamente determinada pelas distribuições condicionais completas $P(\theta_i|\mathbf{x}, \theta_{(i)})$ para $i = 1, \dots, k$ em que $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$ e $\theta_{(i)}$ é o vetor de todos os componentes de θ exceto θ_i , isto é, $\theta_{(i)} = (\theta_1, \dots, \theta_{i-1}, \theta_{i+1}, \dots, \theta_k)$.

Uma cadeia de Markov é um processo estocástico x_0, x_1, \dots tal que a distribuição de \mathbf{x} dados todos os valores anteriores x_0, \dots, x_{i-1} depende apenas de x_{i-1} . Matematicamente

$$P(\mathbf{x} \in A | x_0, \dots, x_{i-1}) = P(\mathbf{x} \in A | x_{i-1})$$

para qualquer subconjunto A . Os métodos MCMC requerem ainda que a cadeia seja,

- homogênea, isto é, as probabilidades de transição de um estado para outro são invariantes;
- irreduzível, isto é, cada estado pode ser atingido a partir de qualquer outro em um número finito de iterações;
- aperiódica, isto é, não haja estados absorventes.

2.5.2.2 Algoritmo de Metropolis-Hastings

[Metropolis et al. \(1953\)](#), formularam originalmente o algoritmo Metropolis, introduzindo os métodos de simulação baseados na cadeia de Markov usados na ciência. Mais tarde, [Hastings \(1970\)](#), generalizou o método original no que é conhecido como o algoritmo *Metropolis-Hastings*. Precisamente este último é considerado a formulação geral de todos os métodos MCMC ([NTZOUFRAS, 2011](#)).

Quando as distribuições condicionais não são facilmente identificadas, deve-se usar o algoritmo de Metropolis-Hastings.

O algoritmo convergirá para sua distribuição de equilíbrio, independentemente da distribuição de proposta (q) que seja selecionada. No entanto, na prática, a escolha da proposta é importante, uma vez que escolhas inadequadas atrasarão consideravelmente a convergência

para a distribuição de equilíbrio. O algoritmo delineado acima pode ser implementado diretamente na estrutura Bayesiana substituindo X pelos parâmetros de interesse θ e a distribuição $P_X(\mathbf{x})$ pela distribuição *posterior* $P(\theta|\mathbf{x})$. Assim, na inferência Bayesiana (NTZOUFRAS, 2011).

2.5.3 Diagnóstico de convergência

A aplicação de um método MCMC envolve o projeto de uma cadeia de Markov adequada. A cadeia de valores de um parâmetro convergirá para a distribuição marginal a medida que o processo amostrador realizar o passeio em todo o espaço paramétrico. Após convergência realiza-se uma amostra da distribuição marginal. Valores iniciais serão descartados (*burn.in*) e uma amostragem sistemática (*thin*) será realizada para garantia de uma amostra de valores independentes.

Os métodos MCMC exigem um ponto de partida arbitrário e envolvem um processo iterativo até a convergência ser atingida. O MCMC apresenta diferença em relação a outros métodos pelo fato de que a atualização em cada iteração não é determinística, mas sim estocástica, porém com dependência da iteração anterior (PUZA, 2015).

Os métodos MCMC têm sido aplicados nas diversas áreas, como meteorologia e engenharias, e têm se tornado uma ótima ferramenta suporte para a estatística Bayesiana (ALMEIDA, 2018).

A avaliação da convergência em métodos de MCMC pode ser feita usando algumas técnicas de diagnóstico de convergência. As técnicas mais conhecidas são descritas por Geweke (1992) e Heidelberger e Welch (1983), que usam resultados baseados em análise espectral, Raftery e Lewis (1992a), que permite calcular quantas iterações são necessárias para uma cadeia atingir a distribuição estacionária por meio da estimação de quantis *a posteriori* com uma precisão previamente fixada.

Segundo Nogueira, Sáfadi e Ferreira (2004), o método de Geweke, verifica a hipótese de não estacionariedade da cadeia. Este método compara, via inferências assintoticamente normais, se, após o *burn in*, os primeiros 10% da cadeia são estatisticamente iguais aos 50% finais.

Pelas características assintoticamente normais assumidas no teste de Geweke (1992), e

seu nível de significância de 5%, a hipótese de não estacionariedade é rejeitada se o módulo da estatística do teste de Geweke ($|ZG|$) for menor do que o quantil da normal padrão (1,96). A estacionariedade verificada com este teste é uma condição necessária, mas não é suficiente para a convergência da cadeia MCMC (NOGUEIRA; SÁFADI; FERREIRA, 2004).

Por isso, existe a necessidade de verificação da convergência da cadeia por outros critérios de convergência.

O critério de Raftery e Lewis (1992a), estima valores necessários de iterações totais para a cadeia convergir à uma distribuição estacionária, informando também a queima inicial necessária para a cadeia e o salto necessário entre elementos da cadeia (*thin*). Isso se dá, considerado-se uma precisão definida, pelas estimativas dos quantis de uma função (NOGUEIRA; SÁFADI; FERREIRA, 2004).

Segundo Raftery e Lewis (1992a), se o valor de fator for maior que 5, pode-se dizer que a convergência ainda não foi obtida ou pode-se dizer que não há sinais de não convergência (problemas na convergência com presença de dependência entre as iterações).

Então o fator de dependência (RL) que mede o aumento de iterações necessárias para alcançar a convergência. Quando essas iterações apresentam valores de RL muito maiores que 1 indicam um alto nível de dependência e correlações altas dentro da cadeia provocando falhas de convergência, portanto para garantir a convergência das iterações, os valores de fator devem estar próximos a 1 ($RL \approx 1$) (RAFTERY; LEWIS, 1992b).

Conforme Albert (2009), a dependência entre os elementos da cadeia pode impedir que faixas interessantes do espaço paramétrico sejam verificadas pelo algoritmo.

O método de Heidelberger e Welch (1983), foi desenvolvido com base em teorias Brownianas para determinar o valor inicial de uma sequência discreta de eventos.

Nogueira, Sáfadi e Ferreira (2004), assumiram que a estacionariedade na cadeia como um todo, realiza-se o teste de estacionariedade, e descarta-se de 10% em 10% dos valores iniciais até chegar ao limite de 50%. Caso a hipótese de estacionariedade seja rejeitada, ou não for possível realizar o teste, conclui-se que há indícios de não convergência. Considerando-se o nível de significância de 5%, *valores - p* do teste maiores que 5% indicam não haver sinais de não estacionariedade (CARVALHO, 2016).

2.5.4 Estimação intervalar Bayesiana

A distribuição *a posteriori* contém toda a informação probabilística de interesse a respeito do parâmetro θ . Assim, a inferência sobre o parâmetro é realizada por meio desta distribuição. A estimativa pontual do parâmetro pode ser observada usando a média, moda ou mediana da distribuição *a posteriori*. A escolha da maneira de como representar θ pontualmente, depende naturalmente da forma de $P(\theta|\mathbf{x})$, bem como dos objetivos do seu uso.

Segundo [Paulino et al. \(2003\)](#), o $HPD_{\delta\%}$ (*Highest Posterior Density*) é denominado intervalo de credibilidade (IC) de máxima densidade *a posteriori*. Garantindo $\delta\%$ no menor comprimento possível para o IC, em que $\delta = (1 - \alpha)$.

Para um dado valor de α , o intervalo IC de menor comprimento é dado pelo intervalo que inclui pontos de maior densidade *a posteriori* do que os pontos não incluídos no intervalo. Esses intervalos são chamados de intervalos de maior densidade *a posteriori* $HPD_{\delta\%}$. A ideia de intervalos de probabilidade pode ser estendida a parâmetros de maior dimensão, levando, em geral, a regiões de credibilidade construídas exatamente da mesma maneira ([CARLO, 2006](#)). Para distribuições unimodais e simétricas, o intervalo de credibilidade e o $HPD_{\delta\%}$ são idênticos. Havendo assimetria, os dois critérios produzem intervalos diferentes, sendo essa diferença dependente do grau de assimetria.

Definição 2.1 *O intervalo $a < \theta < b$ será chamado de intervalo de credibilidade $100(\delta)\%$ para θ se*

$$\int_{-\infty}^a P(\theta|\mathbf{x})d\theta = \int_b^{\infty} P(\theta|\mathbf{x})d\theta = \frac{\alpha}{2}$$

*Ou seja, o intervalo de credibilidade $100(\delta)\%$ para θ é o intervalo delimitado pelos percentis $\theta_{\alpha/2}$ e $\theta_{(1-\alpha/2)}$ da distribuição *a posteriori* $P(\theta|\mathbf{x})$.*

O objetivo é obter uma região ou área da distribuição que englobe todos os valores de θ mais credíveis (de maior crença). Embora exista uma infinidade desses intervalos com o mesmo grau de credibilidade, existe apenas um, conhecido como intervalo da região de alta densidade, abreviadamente região $HPD_{95\%}$, que apresenta a menor amplitude dentre todos os possíveis intervalos.

2.5.5 Testes de hipóteses Bayesiano

Wetzels e Wagenmakers (2012), estudaram que, se tem duas hipóteses concorrentes: a hipótese nula, H_0 , e a hipótese alternativa, H_1 . A essas hipóteses são atribuídas probabilidades *a priori* de $P(H_0)$ e $P(H_1)$. Depois de observar os dados \mathbf{x} , o teorema de Bayes é aplicado para obter a probabilidade *posterior* de ambas as hipóteses.

2.5.6 Probabilidades de H_0 e H_1

De acordo com Wetzels e Wagenmakers (2012), a seleção de modelos Bayesianos ou testes de hipóteses, neste estudo será utilizado para testar significância dos parâmetros dos modelos estudados. Suponha que se tenha duas hipóteses: a hipótese nula, H_0 , e a hipótese alternativa, H_1 . Nessas hipóteses são atribuídas as probabilidades de ser verdadeiros $P(H_0)$ e $P(H_1)$. Então, depois de observar os dados \mathbf{x} , o teorema de Bayes é aplicado para obter a probabilidade posterior de ambas hipóteses. A probabilidade posterior da hipótese alternativa, $P(H_1|\mathbf{x})$ são calculadas a partir da equação 2.18.

As probabilidades *a posteriori* de que $P(\theta \in \Theta_0|\mathbf{x}) = P(H_0 \text{ é verdadeira}|\mathbf{x})$ e de que $p(\theta \in \Theta_1|\mathbf{x}) = p(H_1 \text{ é verdadeira}|\mathbf{x})$ podem ser calculadas por:

$$P(H_1|\mathbf{x}) = \frac{P(H_1|\mathbf{x})P(H_1)}{P(H_1|\mathbf{x})P(H_1) + P(H_0|\mathbf{x})P(H_0)}. \quad (2.18)$$

Em um problema com teste de hipótese, a distribuição *a posteriori* pode ser utilizada para calcular as probabilidades de que H_0 e H_1 sejam verdadeiras. Lembre-se de que, $P(\theta|\mathbf{x})$ é uma distribuição de probabilidade para uma variável aleatória.

As probabilidades de que $P(H_0 \text{ é verdadeira}|\mathbf{x})$ e $P(H_1 \text{ é verdadeira}|\mathbf{x})$ não são significativas para o estatístico clássico (PAULINO *et al.*, 2003).

2.5.7 Fator de Bayes

Como as probabilidades do modelo *a posteriori* são sensíveis às probabilidades anteriores de ambas hipóteses, $P(H_0)$ e $P(H_1)$, é de prática comum quantificar a evidência pela razão das probabilidades marginais, também conhecida como fator de Bayes (JEFFREYS, 1961).

$$BF_{10} = \frac{P(H_1|\mathbf{x})}{P(H_0|\mathbf{x})} = \frac{P(\mathbf{x}|H_1)}{P(\mathbf{x}|H_0)} \times \frac{P(H_1)}{P(H_0)} \Rightarrow BF_{10} \times \frac{P(H_1)}{P(H_0)} \quad (2.19)$$

Quando o fator de Bayes BF_{10} tem um valor maior que 1, isso indica a chance *a posteriori* em favor de hipóteses alternativa H_1 sob a hipótese nula H_0 , e vice-versa quando o fator Bayes é menor do que 1. Por exemplo, quando $BF_{10} = 8$, isso indica que a chance *a posteriori* em favor a hipóteses alternativa H_1 é oito vezes mais do que a hipótese nula (H_0) (WETZELS; WAGENMAKERS, 2012).

Segundo Jeffreys (1961), existe um conjunto de rótulos para categorizar a força da relação fornecida pelo fator de Bayes. Esse conjunto de rótulos, é apresentado na Tabela 1, o que facilita a comunicação científica, mas deve ser considerado apenas uma articulação descritiva aproximada de diferentes padrões de evidência (KASS; RAFTERY, 1995).

Tabela 1 – Tabela de evidências para o fator Bayes BF_{10} (Jeffreys, 1961).

Valor de BF_{10}	Interpretação
1	Nenhuma evidência
1 - 3	Evidência fraca para H_1
3 - 10	Evidência substancial para H_1
10 - 30	Evidência Forte para H_1
30 - 100	Evidência muito forte para H_1
> 100	Evidência decisiva para H_1

Fonte: Jeffreys, 1961.

Neste estudo a evidência sob a hipóteses alternativa em relação a hipótese nula, ocorrerá quando o fator de Bayes for superior a 3 (Evidência substancial para H_1).

2.6 Critério de Informação do Desvio (DIC)

O DIC é uma generalização do Critério de Informação Bayesiano (BIC). Este critério é particularmente usual nos problemas Bayesianos de seleção de modelos para os quais amostras da distribuição *a posteriori* dos parâmetros foram obtidas por simulação de Monte Carlo em Cadeias de Markov (MCMC).

O critério de informação pela deviance (DIC, do inglês deviance information criterion) funciona bem para modelos não hierárquicos, modelos lineares generalizados e modelos lineares (KÉRY, 2010).

Congdon (2007), afirma que o DIC dado por Spiegelhalter *et al.* (2002), pode ser justificado como a deviance esperada para os dados preditos pela estimativa dos parâmetros, que podem ser a média ou mediana *a posteriori*.

O critério DIC, desenvolvido por Spiegelhalter *et al.* (2002), é dado por:

$$DIC = D(\theta) + 2pD \quad (2.20)$$

em que

$$D(\theta) = -2\ln L(\theta) + C,$$

sendo $D(\theta)$ o desvio avaliado na média *a posteriori* e θ o vetor de parâmetros desconhecidos do modelo; $L(\theta)$ a função de máxima verossimilhança em relação a θ e C é uma constante qualquer que se cancela e, portanto, não precisa ser conhecida na comparação de dois modelos. O pD é o número efetivo de parâmetros do modelo, que é dado por $pD = \bar{D} - D(\theta)$, em que $\bar{D} = E[D(\theta)]$ é o desvio médio *a posteriori* que mede a qualidade do ajuste do modelo aos dados. Valores menores para DIC indicam melhores modelos, podendo estes serem negativos.

A forma mais resumida, Spiegelhalter *et al.* (2002), sugerem utilizar o seguinte critério para o módulo da diferença entre os valores de DIC de dois modelos analisados (Mod_1 e Mod_2):

$$\Delta = |DIC(Mod_1) - DIC(Mod_2)| \quad (2.21)$$

3 MATERIAL E MÉTODOS

Esta seção divide-se em seis partes principais: a [seção 3.1](#) argumenta de como e de onde foram obtidos os dados para este trabalho e descreve a naturalidade dos dados, a [seção 3.3](#) explica os modelos lineares e não-lineares utilizados para incorporar tendência no parâmetro de posição de distribuição GEV, a [seção 3.2](#) descreve os testes que foram realizadas antes de realizar análises, a [seção 3.4](#) mostra a abordagem utilizada para estimação dos parâmetros de temperatura máxima mensal de Piracicaba-SP, a [seção 3.4.1](#) descreve a obtenção das distribuições *a posteriori* e a [seção 3.4.3](#) avalia os modelos que melhor descrevem a temperatura máxima de Piracicaba-SP mediante DIC ou erro médio de previsão percentual (EMP%).

3.1 DADOS DE TEMPERATURA

Os dados utilizados de temperatura máxima de Piracicaba-SP, foram obtidos junto à estação agrometeorológica da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz ([ESALQ/USP, 2019](#)). Piracicaba é um município brasileiro no interior do estado de São Paulo, localizando-se a noroeste da capital do estado, distante desta cerca de 164 km, as coordenadas geográficas 22°42'31" de latitude sul 47°38'01" de longitude oeste Greenwich, com altitude de 547m. O clima da região é classificado como subtropical úmido, com verão chuvoso (excedente hídrico = 254 mm), com temperaturas moderadamente altas, e inverno seco (deficiência hídrica = 70 mm) e amenos (raramente frios de forma demasiada). A temperatura média anual é de 21,6°C ([VOLPE-FILIK; SILVA; LIMA, 2019](#)).

O mês mais frio, julho, com média de 17,7°C, sendo 25,3°C e 9,6°C as médias máxima e mínima, respectivamente. Outono e primavera são estações de transição, o clima de Piracicaba é tropical úmido com chuvas de verão e seca de inverno (a classificação do clima é do tipo *Cwa*.)([KÖPPEN; GEIGER, 1928](#)).

Os dados correspondem às temperaturas diárias, expressas em graus celsius (°C), referente ao período de janeiro de 1975 a dezembro de 2017. A partir desses dados foram obtidos os máximos de cada mês (blocos de máximos mensais), formando assim doze séries de máximos com 43 observações para cada mês. As observações de janeiro de 1975 à dezembro

de 1997 (23 observações) foram usadas para estimar os parâmetros dos modelos e calcular a temperatura máxima esperada para os tempos de retorno para 5, 10, 15 e 20 anos. A parte restante desde janeiro de 1998 à dezembro 2017 (20 observações) foram utilizadas para verificar a precisão da predição das temperaturas máximas esperadas.

O ajuste dos modelos aos dados foram realizadas com o software OpenBUGS de [Thomas e O'Hara \(2004\)](#), pela interface do pacote R2OpenBUGS de [Ligges et al. \(2017\)](#), do software estatístico R ([TEAM, 2017](#)).

Foram verificados o Critério de Informação do Desvio (DIC) e o erro médio de predição percentual (EMP%) das estimativas, utilizando o software estatístico R, levando em consideração *a priori* informativa e não-informativa.

Os dados para *a priori* informativa foram utilizados de temperatura máxima da cidade de Jaboticabal-SP, que foram obtidos junto a Estação Agroclimatológica da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Campus de Jaboticabal - [UNESP \(a\)](#), os dados obtidos foram de 1971 a 2000, e os dados de 2001 a 2017 - [UNESP \(b\)](#). Jaboticabal é um município que está próxima de Piracicaba e está situada nas seguintes coordenadas geográficas: Latitude sul 21°15'17" e Longitude 48°19'20", com 605 metros de altitude. Segundo a classificação climática de [Köppen e Geiger \(1928\)](#), o clima é de transição entre os tipos Cwa (quente de inverno seco) e Aw (tropical de inverno seco).

3.2 TESTES PRELIMINARES

Foram utilizados os testes para verificar a independência (Teste de *Ljung-Box*), teste de *Mann-Kendall* para verificar a tendência das séries de temperatura máxima mensal e teste de *Pettitt* para captar os possíveis pontos de mudança abrupta.

3.2.1 Teste de independência de Ljung-Box

De acordo com [Ljung e Box \(1978\)](#), o teste *Ljung-Box* (LB) verifica se as observações satisfazem à pressuposição de independência. Se o valor de LB for maior que um valor crítico especificado, as autocorrelações poderão ser significativamente diferentes de zero, indicando

que os valores não são aleatórios e independentes ao longo do tempo.

3.2.2 Teste de Mann-Kendall

Para analisar se a série de extremos é estacionária ou não, ou seja se esses dados possuem tendência ou não, geralmente é utilizado o teste de Mann-Kendall apresentado na [seção 2.3.1](#).

Depois de verificar presença de tendência, localiza-se o ponto onde houve uma mudança brusca na média de uma série temporal, mediante teste de *Pettit*.

3.2.3 Teste de Pettitt

O teste de Pettitt é um método que detecta uma mudança significativa na média de uma série temporal quando a hora exata da alteração é desconhecida, que foi descrito na [seção 2.3.2](#) (JAISWAL; LOHANI; TIWARI, 2015).

Foi realizado a análise de detecção de alterações ou de mudança abrupta, foram analisadas as séries de temperatura máxima mensal, com a ajuda do teste de *Pettitt* para selecionar o ponto de mudança abrupta nas séries.

3.3 MODELOS PARA TENDÊNCIA

A função de probabilidade acumulada (FPA) da *GEV* não-estacionária, apresentada pela [Equação 2.14](#), apresenta o parâmetro de posição $\mu(t)$ em função do tempo. Para modelar este parâmetro foram utilizados três tipos de modelos, que estão apresentados na [Tabela 2](#).

Tabela 2 – Funções para incorporar a tendência no parâmetro de posição (μ) da distribuição generalizada de valores extremos (GEV) com priori não informativa (NI) e informativa (I)

Funções	Distribuição GEV
$\mu(t) = \mu_0$	Estacionária (GEV_E)
$\mu(t) = \mu_0 + \mu_1 * t$	Não estacionária linear (GEV_{NEL})
$\mu(t) = \mu_0 - \beta * e^{-\gamma * t}$	Não estacionária não-linear (GEV_{NENL})

Fonte: Do autor.

Nota: t indicador do tempo.

A continuação descreve-se cada uma das funções apresentados na [Tabela 2](#).

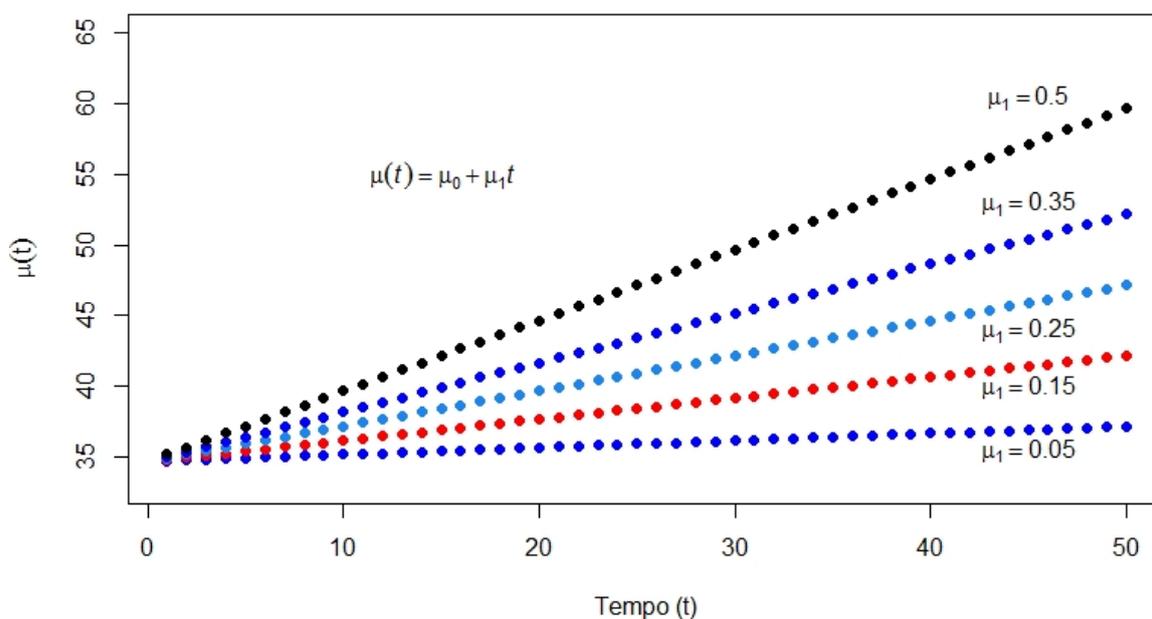
Função 1 - Sem tendência: Conhecido como uma função constante (sem tendência), em que μ não depende do tempo (t) é representado pela seguinte expressão:

$$\mu(t) = \mu_0 \quad (3.1)$$

Função 2 - Tendência linear: Função linear (tendência linear) no parâmetro de posição (μ). Esta função para a tendência é indexada no tempo t . Neste caso, está se assumindo um polinômio de primeiro grau, isto é,

$$\mu(t) = \mu_0 + \mu_1 * t \quad (3.2)$$

Figura 3 – Possíveis aumentos de temperatura considerando $\mu_1 = 0,05$; $\mu_1 = 0,15$; $\mu_1 = 0,25$; $\mu_1 = 0,35$, $\mu_1 = 0,50$ e $\mu_0 = 34,65$ com diferentes valores de tempos de retorno.



Fonte: Do autor.

A Figura 3 foi gerada tendo como referência nos trabalhos de Hansen *et al.* (1988) e Hansen *et al.* (2006), em que mostram que a temperatura média global, em 2005 é notável, porque a temperatura global não recebeu um impulso de um El Niño em 2005. A temperatura em 1998, foi elevada $0,2^{\circ}\text{C}$ acima da linha de tendência por um “super El Niño”, o El Niño mais forte do século anterior.

Por outro lado Hansen *et al.* (2006), mostraram que o aquecimento global foi de $0,6^{\circ}\text{C}$ nas últimas três décadas e de $0,8^{\circ}\text{C}$ no século anterior, O aquecimento global foi de $\pm 0,7^{\circ}\text{C}$ entre o final do século XIX, e o aquecimento contínuo na primeira meia década do século XXI é consistente com a taxa recente de $+0,2^{\circ}\text{C}$ por década por isso a Figura 3 foi construída para uma melhor visualização com $\mu_0 = 34,65$ e com aumento de temperatura (μ_1) no intervalo (0; 1). Contudo, visto que os autores mencionados anteriormente concluíram que a temperatura está em aumento consideravelmente.

Função 3 - Função exponencial com três parâmetros: Função exponencial ou de crescimento exponencial. As funções exponenciais são caracterizadas pelo fato de que ao longo do tempo seus valores dobram, no caso de exponenciais crescentes, ou diminuem para a metade, no caso

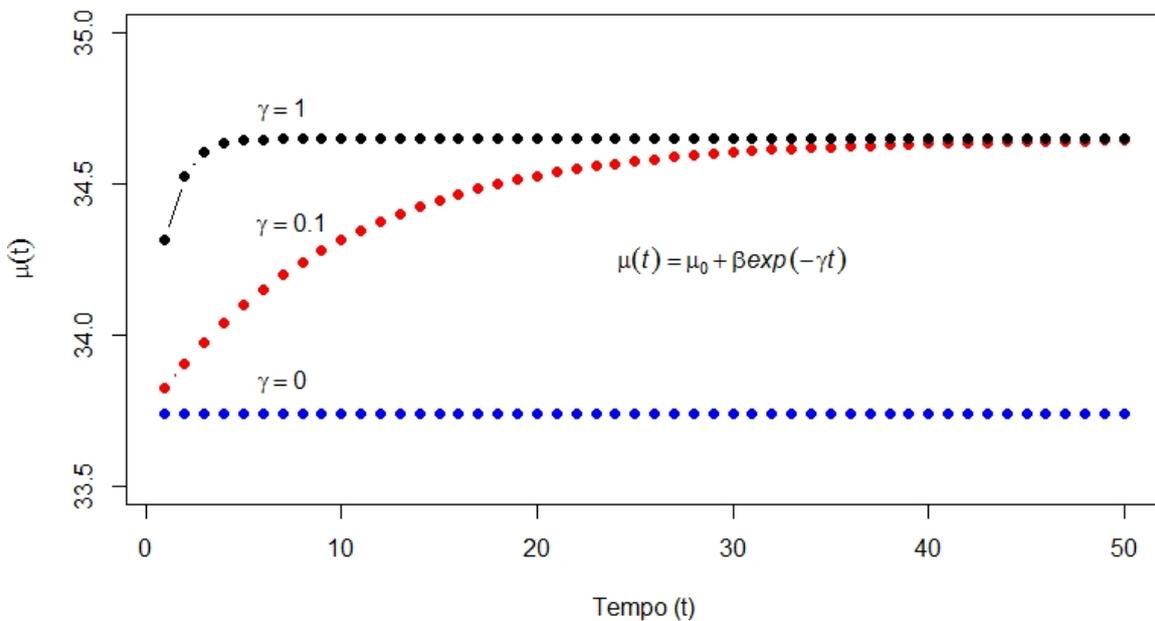
de exponenciais decrescentes.

Para captar um comportamento possível do parâmetro de posição a função foi dado por:

$$\mu(t) = \mu_0 - \beta * e^{-\gamma * t} \quad (3.3)$$

Da equação 3.3 temos que parâmetro μ_0 é o valor máximo esperado para resposta, ou também chamado assíntota, assim o parâmetro β está relacionado com o intercepto, o parâmetro γ está relacionado com a taxa ou velocidade média de crescimento da curva (PRUDENTE, 2009).

Figura 4 – Comportamento $\mu(t)$ em relação aos parâmetros $\gamma = 0; \gamma = 0,1; \gamma = 1$; $\mu_0 = 34,65$; e com $\beta = 0,9112$ com diferentes tempos de retornos.



Fonte: Do autor.

Sabe-se que as funções lineares são bastante utilizados para um grande número de aplicações em análise de dados, com o objetivo de relacionar uma variável resposta a uma ou mais variáveis explicativas. Então, em algumas situações as funções não-lineares podem ser mais apropriados, uma vez que uma diversidade de fenômenos tem comportamento não-linear, como temos evidência do aumento da temperatura assinalado nos trabalhos de Hansen *et al.* (1988), Hansen *et al.* (2006) e Hansen *et al.* (2010). Assim, justifica-se o estudo do comportamento de crescimento da temperatura máxima com o uso de uma função não linear assintótica, denominada exponencial com três parâmetros (Figura (4)).

Observa-se que a partir da função 3, o parâmetros γ é relacionada com a taxa média do

crescimento, quando $\gamma = 0$, a função será apenas uma constante (sem tendência), conforme o parâmetro γ aumenta em relação ao tempo, a curva começa a estabilizar e quando $\gamma = 1$ o crescimento atinge a sua assintota (μ_0) e estabiliza tal como se mostra na [Figura \(4\)](#).

Portanto, para estimação dos parâmetros da distribuição GEV via inferência Bayesiana, e incorporando as funções no parâmetro de posição dados nas [equações 3.1, 3.2 e 3.3](#) com *priori* informativa para os hiperparâmetros fornecido nas [Tabelas 4, 5 e 6](#), e não-informativa fornecido na [Tabela 3](#), assim teremos 6 modelos testados para cada mês, dos quais somente uma será selecionado como distribuição adequado (distribuição que melhor descreve a temperatura máxima mensal) para predição de temperatura máxima mensal de Piracicaba-SP.

3.4 ESTIMAÇÃO BAYESIANA

Nesta seção são apresentados os procedimentos da estimação dos parâmetros com a metodologia Bayesiana incorporando a tendência no parâmetro de posição com os modelos propostos na [Tabela 2](#). Detalha-se também a especificação das distribuições *a priori* informativa e não informativa dos parâmetros. Além disso, é apresentada a descrição dos critérios para a escolha do melhor função que descreve o comportamento do parâmetro de posição.

3.4.1 Ajuste da distribuição *a posteriori*

Os parâmetros da distribuição GEV foram estimados via inferência Bayesiana, aplicando como *priori* a distribuição uniforme no intervalo (a, b) dado por $Uniforme(a, b)$ e a distribuição Normal representado por $Normal(\alpha_0, \tau_0)$, baseando-se em [Rossi \(2011\)](#), em que α_0 representa a média da distribuição normal, $\tau_0 = \frac{1}{\sigma^2}$ definido como sendo o inverso da variância e denominado de precisão. A variável em estudo será modelada pela distribuição GEV que apresenta três parâmetros, conforme apresentado na [equação 2.14](#), em que X é a variável temperatura máxima mensal, e o parâmetro de posição $\mu(t)$ incorporando a tendência linear ou não-linear será modelado com as funções descritos na [Tabela 2](#), assim as informações para os hiperparâmetros *não informativas* para a distribuição GEV estacionária (sem tendência), distribuição GEV não estacionária linear (tendência linear) e distribuição GEV não

estacionária não-linear (tendência não linear) estão descritos na [Tabela 3](#).

Tabela 3 – Valores dos hiperparâmetros distribuições *a priori* não informativa para os parâmetros das distribuições GEV_E , GEV_{NEL} , GEV_{NENL} , em cada mês

μ_0		μ_1		σ		ξ		β		γ	
$N(m_0, \tau_0)$		$U(a_0, b_0)$		$N(m_0, \tau_0)$		$U(a_0, b_0)$		$N(m_0, \tau_0)$		$U(a_0, b_0)$	
m_0	τ_0	a_0	b_0	m_0	τ_0	a_0	b_0	m_0	τ_0	a_0	b_0
0,00	10^{-4}	-5,00	5,00	0,00	10^{-4}	-1,50	1,50	0,00	10^{-4}	0,00	1,00

Fonte: Do autor.

As distribuições *prioris* foram realizadas de maneira independente para cada um dos parâmetros com distribuições não informativas, exceto para μ_1 na distribuição GEV_{NEL} , que é o aumento da temperatura no parâmetro de posição μ . Para μ_1 , delimitou-se a região de variação sem favorecer nenhum valor específico, no intervalo $(-5,00;5,00)$.

Em relação ao parâmetro de forma ξ é extremadamente rara para dados ambientais que o parâmetro $\xi < -0,5$, e corresponde, a distribuições com cauda superior muito curta e finita, e ao se trabalhar com dados reais, os valores do parâmetro ξ geralmente se encontram no intervalo $(-0,5;0,5)$ (SMITH, 1985; HOSKING; WALLIS; WOOD, 1985).

Portanto para efeitos de modelagem via inferência Bayesiana adotou-se que o parâmetro de forma ξ esteja distribuído com uniforme, $U(-1,50; 1,50)$

Para as informações das *prioris informativas*, os dados foram obtidos junto a Estação Agroclimatológica da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Campus de Jaboticabal. Estes dados foram ajustados as distribuições GEV_E e GEV_{NEL} , pelo método de máxima verossimilhança, e as estimativas obtidos foram utilizadas na *priori informativa* para o ajuste nos dados de temperatura máxima mensal de Piracicaba-SP, e os hiperparâmetros das distribuições *priori informativa* para a distribuição GEV_E são descritos na [Tabela 4](#).

Tabela 4 – Valores dos hiperparâmetros das distribuições *a priori* informativa para os parâmetros da distribuição GEV estacionária, em cada mês estudado

Mês	μ_0		σ		ξ	
	Normal (m_0, τ_0)		Normal (m_0, τ_0)		Normal (m_0, τ_0)	
	m_0	τ_0	m_0	τ_0	m_0	τ_0
Janeiro	33,127	12,158	1,262	18,863	-0,385	22,399
Fevereiro	33,463	11,337	1,403	19,841	-0,463	53,124
Março	33,135	24,411	0,963	53,047	-0,142	93,713
Abril	31,699	34,643	0,746	52,358	0,215	24,875
Mai	30,309	41,372	0,736	74,077	-0,424	57,902
Junho	29,309	38,999	0,747	71,003	-0,349	48,759
Julho	29,855	25,921	0,824	43,314	-0,038	18,296
Agosto	33,048	13,429	0,204	23,945	0,168	35,398
Setembro	33,979	6,438	1,857	12,667	-0,314	63,506
Outubro	34,372	8,258	1,611	16,604	-0,213	47,955
Novembro	34,104	8,261	1,441	13,305	-0,107	16,854
Dezembro	32,973	12,807	1,177	20,612	-0,367	19,138

Fonte: Do autor.

Na Tabela 5 são apresentados os valores dos hiperparâmetros para a distribuição GEV_{NEL} , $\mu_1 \sim U(a, b)$ em que $a = \hat{\mu} - 3 * DP$ e $b = \hat{\mu} + 3 * DP$, sendo $\hat{\mu}$ a estimativa e $DP =$ desvio padrão da estimativa, obtida a partir do ajuste dos dados da estação agroclimatológica da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Campus de Jaboticabal.

Tabela 5 – Valores dos hiperparâmetros das distribuições *a priori* informativa para os parâmetros da distribuição GEV não estacionária linear, em cada mês estudado

Mês	μ_0		μ_1		σ		ξ	
	Normal (m_0, τ_0)		Uniforme (a_0, b_0)		Normal (m_0, τ_0)		Normal (m_0, τ_0)	
	m_0	τ_0	a_0	b_0	m_0	τ_0	m_0	τ_0
Janeiro	32,906	9,205	-0,059	0,141	1,145	21,795	-0,263	17,894
Fevereiro	33,899	5,552	-0,095	0,033	1,444	15,702	-0,562	36,033
Março	33,194	20,482	-0,105	0,066	0,973	49,775	-0,177	68,984
Abril	31,545	25,252	-0,029	0,068	0,730	57,917	0,199	29,505
Mai	30,206	34,718	-0,005	0,049	0,751	59,676	-0,553	39,159
Junho	29,254	34,359	-0,041	0,071	0,722	77,068	-0,307	44,468
Julho	29,837	26,015	-0,049	0,096	0,852	41,645	-0,132	19,708
Agosto	33,112	16,924	-0,039	0,139	1,131	36,059	-0,242	66,956
Setembro	33,719	4,755	-0,081	0,181	1,850	12,781	-0,346	65,141
Outubro	33,319	3,073	-0,026	0,207	1,539	14,821	-0,306	28,366
Novembro	34,214	13,972	-0,106	0,106	1,174	24,918	-0,077	27,639
Dezembro	32,973	12,807	-0,019	0,150	1,177	20,612	-0,367	19,138

Fonte: Do autor.

Os dados de temperatura máxima de Jaboticabal foram ajustados por meio da

metodologia Bayesiana com a distribuição GEV_{NENL} com *priori* não informativa e foram verificados os critérios de convergência. As estimativas obtidas foram utilizadas como informações para o ajuste distribuição GEV_{NENL} nos dados de temperatura máxima de Piracicaba-SP. Os hiperparâmetros utilizados estão descritos na [Tabela 6](#).

Tabela 6 – Valores dos hiperparâmetros das distribuições *a priori* informativa para os parâmetros da distribuição GEV não estacionária não-linear, em cada mês estudado

Mês	μ_0		σ		ξ		β		γ	
	Normal (m_0, τ_0)		Normal (m_0, τ_0)		Normal (m_0, τ_0)		Normal (m_0, τ_0)		Unif (a_0, b_0)	
	m_0	τ_0	m_0	τ_0	m_0	τ_0	m_0	τ_0	a_0	b_0
Janeiro	33,865	1,046	1,267	14,839	-0,234	18,643	1,276	0,909	0,000	1,000
Fevereiro	33,204	3,317	1,591	10,260	-0,458	32,653	-0,611	0,926	0,000	1,000
Março.	33,079	3,618	1,092	28,597	-0,112	49,804	-0,008	2,119	0,000	1,000
Abril	32,157	1,284	0,846	31,491	0,246	20,530	0,734	1,118	0,000	1,000
Mai	31,076	0,477	0,814	41,303	-0,448	37,180	1,013	0,468	0,000	1,000
Junho	29,508	4,167	0,807	45,592	-0,279	35,054	0,453	3,049	0,000	1,000
Julho	30,327	1,397	0,948	32,028	-0,084	20,927	0,651	1,294	0,000	1,000
Agosto	33,256	2,093	1,321	16,351	-0,287	35,389	1,651	0,568	0,000	1,000
Setembro	34,686	0,514	2,073	7,639	-0,322	43,339	1,288	0,405	0,000	1,000
Outubro	34,546	6,491	1,584	9,301	-0,094	24,006	2,251	0,647	0,000	1,000
Novembro	36,632	0,182	1,329	15,848	-0,019	23,565	3,596	0,187	0,000	1,000
Dezembro.	34,132	1,608	1,162	16,935	-0,209	16,026	1,823	1,592	0,000	1,000

Fonte: Do autor.

Nota:Unif.- Uniforme

Para a obtenção da *Posteriori*, além das distribuições *a priori* é necessário a definição da função de verossimilhança, que no caso seria da distribuição GEV. Esta função é dada por:

$$L(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sigma^n} \prod_{i=1}^n \left\{ [1 + \xi(A)]^{-\frac{1+\xi}{\xi}} \right\} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n [1 + \xi(A)]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (3.4)$$

em que $A = \frac{\mathbf{x} - \mu(t)}{\sigma}$.

A distribuição conjunta *a posteriori*, $p(\theta|\mathbf{x})$, para a distribuição GEV, apresenta uma expressão que analiticamente não têm uma solução trivial na obtenção das distribuições marginais *a posteriori* para os parâmetros das três distribuições, portanto é obtida da quantificação da informação *a priori* em $p(\theta)$ e da informação amostral, contida na função de verossimilhança $L(\theta|\mathbf{x})$, resultando em:

$$p(\theta|\mathbf{x}) = L(\theta|\mathbf{x})p(\theta) \quad (3.5)$$

Para contornar a situação foi utilizado procedimento de reamostragem obtidas numericamente usando-se o método MCMC (*Monte Carlo Markov Chain*) ([GAMERMAN](#),

1996).

O procedimento foi analisado por meio do pacote R2OpenBUGS do programa R. Em cada distribuição foram gerados 200.000 iterações de um processo MCMC, considerando-se um período de descarte (*burn-in*) de 50.000 primeiras iterações com salto (*thin*) de 30, assim, a amostra final contém 5.000 valores.

O número de iterações, descarte e salto foram definidos empiricamente, sendo os menores valores necessários para se obter convergência das cadeias. Assim, foram verificadas as convergências de cada parâmetro por meio de inspeções nos comportamentos dos gráficos de traço dos parâmetros após de descarte (*burn-in*), considerando a ausência de tendência e a homogeneidade das dispersões como sinais de ausência de não convergência ou influência de chutes iniciais muito discrepantes.

Também foram utilizados os seguintes métodos formais como avaliadores de convergência: o valor absoluto para de Geweke sendo menor que 1,96 ($|ZG| < 1,96$), o fator de Raftery e Lewis que deve estar próximo de 1 ($RL \approx 1$), e ($valor - p > 0,05$) para o teste de Heidelberger e Welch. Todos estes testes estão implementados no software R, no pacote CODA (PLUMMER *et al.*, 2006).

Em uma formulação Bayesiana de um problema de teste de hipóteses, essas probabilidades dependem da amostra \mathbf{x} e podem fornecer informações úteis sobre a veracidade de H_0 e H_1 .

Testou-se os seguintes hipóteses para os parâmetros μ_1 , β e γ das distribuições GEV_{NEL} e GEV_{NENL} , foram:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 \leq 0 \\ H_1 : \mu_1 > 0 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} H_0 : \beta \leq 0 \\ H_1 : \beta > 0 \end{array} \right\} \text{ e } \left\{ \begin{array}{l} H_0 : \gamma \leq 0,1 \\ H_1 : \gamma > 0,1 \end{array} \right\}$$

Os parâmetros testados foram considerados significativos quando o fator de Bayes (FB_{10}) apresentado na equação 2.19 o maior do que 3 (Evidência substancial para H_1).

3.4.2 Tempo e nível de retorno da distribuição GEV

A temperatura máxima provável para um determinado tempo de retorno em anos T_r é determinada por meio da Equação (3.6), que corresponde ao quantil da distribuição GEV, assim

o nível de retorno das distribuições GEV não estacionária, a partir da [Equação \(2.14\)](#) obtém-se a função inversa ou função de quantis, em que p representa a probabilidade de excedência, expressada por $p = \frac{1}{T_r}$. Em que $T_r = 5, 10, 15, 20$ anos.

Seja A um evento e T_r o tempo aleatório entre ocorrências consecutivas de evento A . O valor médio da variável T_r é denominado tempo de retorno do evento A . Neste caso em estudo, A : "temperatura máxima excede um determinado valor x_i ". Logo, o tempo de retorno para esse evento, é dado por: $T_r = \frac{1}{P(A)} = \frac{1}{1 - F(x)}$.

O nível de retorno (\hat{x}_p), associado ao tempo de retorno T_r , é obtido a partir da solução da equação:

$$\hat{x}_p = \hat{\mu}(t) - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left\{ 1 - [-\ln(1-p)]^{-\hat{\xi}} \right\}. \quad (3.6)$$

3.4.3 Seleção de modelo

Para a escolha do melhor modelo que descreve a temperatura máxima foi analisada o DIC, a acurácia e a precisão das predições nos níveis de retorno para $T_r = 5, 10, 15$ e 20 anos. A acurácia foi avaliada quando o valor observado pertencer à estimativa intervalar de $HPD_{95\%}$ e a precisão foi analisada por meio da amplitude da estimativa intervalar. Os valores preditos para os tempos de retorno T_r estão dispostos nos [Apêndices A, B e C](#)

Adaptando de [Spiegelhalter et al. \(2002\)](#), que sugeriram usar DIC como apresentado na [seção 2.6](#),

- se $\Delta \geq 5$, conclui-se que o modelo de maior DIC é excluído,
- se $\Delta < 5$, conclui-se que a diferença entre os modelos não é substancial e a seleção foi realizada usando-se o EMP%. Em que Δ é a diferença de DIC entre 2 modelos.

O erro médio de predição percentual (EMP%) é calculado pela seguinte equação:

$$EMP = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_o - \hat{x}_p}{x_o} \right| \times 100 \quad (3.7)$$

em que, x_o é a temperatura máxima observada, que foi apresentada na [Tabela 25](#), e \hat{x}_p

temperatura máxima prevista para o tempo de retorno T_r . em que n é quantidade de previsões realizadas.

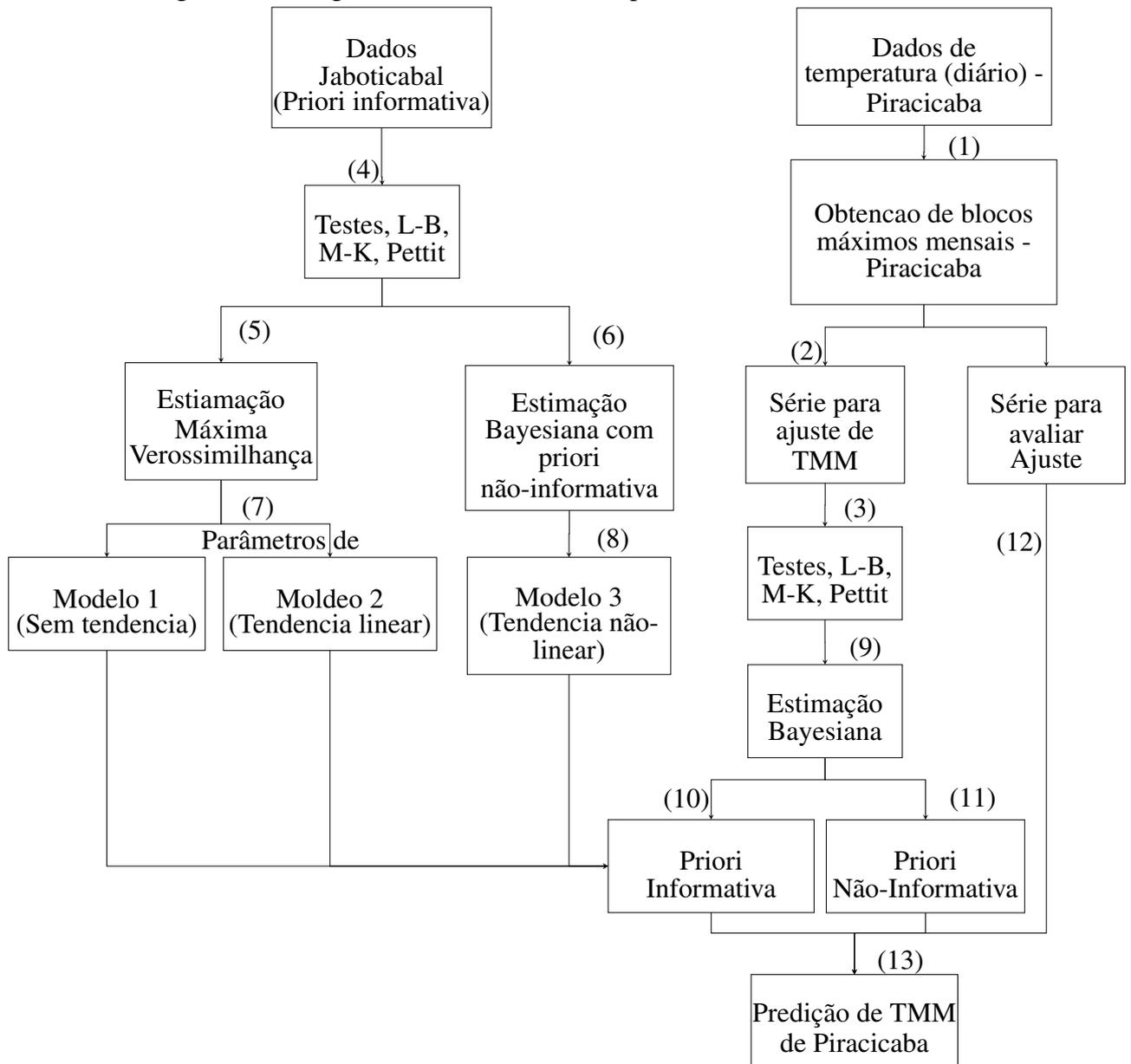
Após selecionada a melhor distribuição para cada mês, com as observações de janeiro de 1975 à dezembro de 1997, o próximo passo consistiu usar a série completa de janeiro de 1975 à dezembro de 2017 para estimar a TMM esperada em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos.

3.5 FLUXOGRAMA

Apresenta-se o seguinte fluxograma que foi elaborado para o entendimento da análise da temperatura máxima mensal por meio da distribuição GEV estacionária e não estacionária, com estimação dos parâmetros pelo método de inferência Bayesiana.

A [Figura 5](#) apresenta o fluxograma que descreve os passos feitos neste capítulo.

Figura 5 – Fluxograma mostrando todos os passos feitos neste estudo



Fonte: Do autor.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção está em três subseções: na primeira parte são apresentados os análises exploratória dos dados de temperatura máxima mensal. Na segunda parte é apresentada a seleção das distribuições (GEV_E , GEV_{NEL} , GEV_{NENL}). Na terceira parte são apresentados as predições de TMM para diferentes tempos de retorno com as distribuições selecionados.

4.1 ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS DE TMM DE PIRACICABA - SP

Primeiramente foi realizada uma análise exploratória dos dados de temperatura máxima mensal (TMM) de Piracicaba-SP, realizou-se uma análise descritiva, apresentando os valores mínimo, médio e máximo de TMM, além de algumas medidas como primeiro e terceiro quartil e coeficiente de variação, os resultados estão apresentadas na [Tabela 7](#).

Tabela 7 – Estatísticas descritivas da temperatura máxima (°C), no período de 1975 a 2017 de Piracicaba-SP.

Mês	1° Quartil	Mediana	Média	3° Quartil	Máximo	CV(%)
Janeiro	33,25	34,50	34,46	35,30	37,00	4,17
Fevereiro	34,15	34,80	34,77	35,55	37,70	3,99
Março	33,25	34,10	34,12	34,75	37,00	3,28
Abril	32,00	32,60	32,75	33,55	35,00	3,30
Mai	29,95	30,60	30,78	31,60	33,60	3,53
Junho	28,80	29,60	29,71	30,45	32,80	3,90
Julho	30,00	30,80	30,55	31,20	33,00	3,55
Agosto	32,00	33,10	32,99	34,10	36,00	4,23
Setembro	33,35	35,10	34,77	36,35	38,20	5,49
Outubro	35,00	35,50	35,65	36,90	38,60	4,51
Novembro	33,80	35,00	35,03	36,15	40,20	4,54
Dezembro	33,45	34,30	34,46	35,00	38,70	4,56

Fonte: Do autor.

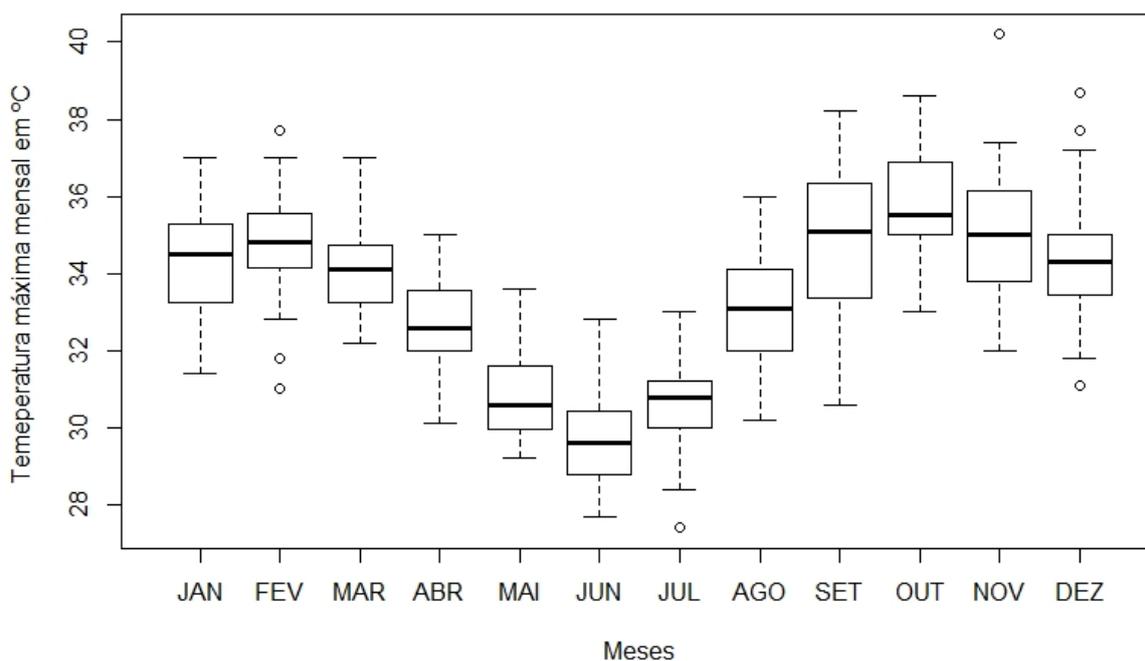
Nota: 1° Quartil - primeiro quartil (25%), 3° Quartil - terceiro quartil, CV(%) - coeficiente de variação percentual

Observa-se que o menor valor do coeficiente de variação (CV) foi 3,28% que corresponde ao mês de março e o maior, 5,49% que corresponde ao mês de setembro. Porém todos os meses apresentaram valores próximos de CV ([TABELA 7](#)).

Ainda na [Tabela 7](#), o primeiro quartil (1° Quartil) do mês de janeiro foi 33,25°, o que significa que 25% dos dados são menores ou iguais a 33,25°. Para estes dados de temperatura máxima ordenados, o segundo quartil a 50% (2° Quartil ou mediana) foi 34,50°, isto é, metade dos valores eram menores ou iguais a 34,50°, o terceiro quartil (3° Quartil) foi 35,30° ou seja, 75% dos dados foram menores ou iguais a 35,30°.

Também apresenta-se as estatísticas descritivas de temperatura máxima mensal em gráfica de caixas na [Figura 6](#)

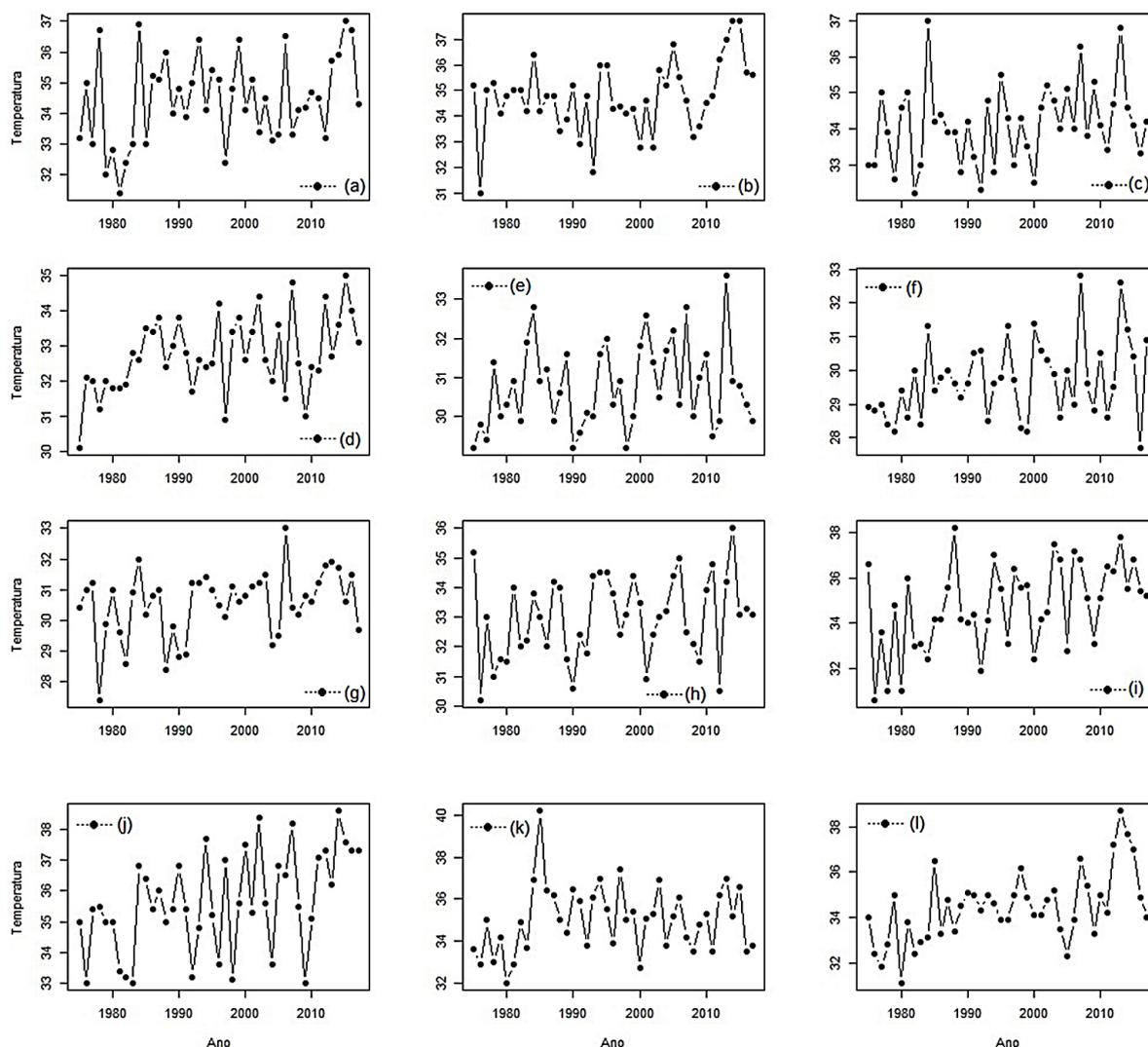
Figura 6 – Gráfico Boxplot de temperatura máxima mensal de Piracicaba - SP, período 1975-2017.



Fonte: Do autor.

Para melhor visualização, na sequência, apresentam-se representações gráficas das séries de temperaturas máximas mensais (TMM) ([Figura 7](#)). Nesta observa-se uma suspeita de tendência (aumento de temperatura máxima mensal) em alguns dos meses, optando-se assim por investigar estas prováveis tendências. A possível existência de tendência, poderá ser caracterizada a partir do valor K fornecido pelo teste de *Pettitt*, que se encontra apresentado na [Tabela 8](#).

Figura 7 – Série anual de dados de TMM em Piracicaba-SP, período 1975-2017 dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c), abril (d), maio (e), junho (f), julho (g), agosto (h), setembro (i), outubro (j), novembro (k) e dezembro (l).



Fonte: Do autor.

Dos gráficos da [Figura 7](#), observa-se uma suspeita tendência nos meses de abril, junho, julho, setembro, outubro, novembro e dezembro.

Embora apenas um possível comportamento de tendências tenham sido observadas nos gráficos, a [Tabela 8](#) mostra os testes estatísticos formais, *Mann-Kendall* para detectar tendências nas séries de TMM, teste de *Ljung-Box* para independência e o teste de *Pettitt* para detectar pontos de mudança.

Tabela 8 – Resultados do testes realizadas, Ljung-Box para verificar a independência, Mann-Kendall verificando a presença de tendência e teste de Pettitt para verificar pontos de mudança nos dados de temperatura máxima de Piracicaba-SP

Mês	Período 1975-1997				Período 1975-2017			
	Ljung-Box <i>valor - p</i>	M-K <i>valor - p</i>	Pettitt		Ljung-Box <i>valor - p</i>	M-K <i>valor - p</i>	Pettitt	
			<i>valor - p</i>	<i>K</i>			<i>valor - p</i>	<i>K</i>
JAN.	0,910	0,223	0,150	9 (1983)	0,754	0,064	0,148	9 (1983)
FEV.	0,178	0,633	1,000	10 (1984)	0,112	0,091	0,062	28 (2002)
MAR.	0,360	1,000	1,000	9 (1983)	0,738	0,118	0,144	26 (2000)
ABR.	0,396	0,072	0,031	8 (1982)	0,431	0,007	0,049	8 (1982)
MAI.	0,359	0,169	0,504	8 (1982)	0,611	0,201	0,398	25 (1999)
JUN.	0,806	0,011	0,031	9 (1983)	0,985	0,041	0,183	9 (1983)
JUL.	0,556	0,652	0,479	17 (1991)	0,333	0,046	0,102	17 (1991)
AGO.	0,802	0,118	0,365	18 (1992)	0,659	0,088	0,152	18 (1992)
SET.	0,637	0,131	0,345	10 (1984)	0,427	0,004	0,032	19 (1993)
OUT.	0,659	0,275	0,161	9 (1983)	0,138	0,001	0,016	24 (1998)
NOV.	0,084	0,017	0,007	9 (1983)	0,111	0,362	0,055	9 (1983)
DEZ.	0,743	0,011	0,019	10 (1984)	0,002	0,0005	0,014	14 (1988)

Fonte: Do autor.

Nota: *K*-provável ponto de mudança, M-K - Mann-Kendall

Analisando os resultados do teste de independência (*Ljung-Box*) apresentados na Tabela 8, pode-se verificar que a série de temperatura máxima de dezembro (período, 1975 - 2017) foi a única série que apresentou dependência.

De acordo com a análise de Palácios, Câmara e Jesus (2004), acerca da complexidade das condições ambientais, isso pode acontecer porque algumas variáveis hidrológicas podem carregar em suas séries históricas dependência nas observações mensais amostradas de um ano para outro.

Ainda na Tabela 8, seguiu-se com a verificação de tendência com o teste de *Mann-Kendall*, e pode-se verificar que as séries mensais de janeiro, fevereiro, março, maio, agosto e novembro foram as séries que não apresentaram tendência ($valor - p > 0,05$). Mesmo não sendo significativos a 5%, será verificado a presença da tendência pelo uso da modelagem, através da significância do parâmetro associado a tendência. O teste de *Mann-Kendall* não impossibilitou ou impediu em nada a modelagem, porém indicou possíveis séries com tendências. A partir do testes de *Pettitt*, avaliou-se a provável ponto de mudança (*K*). Quando o $valor - p$ é menor que o nível de significância ao 5% pode-se dizer que existe um ponto de mudança na série em *K*, até o ponto de mudança o valor de μ é mantido constante e só a partir daí é aplicada a expressão de tendência.

4.2 SELEÇÃO DOS MODELOS

Depois da realização dos testes preliminares, apresentam-se os resultados das estimativas (média *a posteriori*) e seus $HPD_{95\%}$ dos parâmetros da distribuição GEV com três funções, considerando *prioris* informativas e não informativas. Foram ajustados seis distribuições GEV para cada mês conforme foi apresentado na [Tabela 2](#), onde apenas um para cada mês será selecionado para a realização das predições.

Tabela 9 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros de distribuição GEV_E , com suas respectivas estimativas intervalares (HPD) considerando *priori* não-informativa e informativa, Piracicaba-SP período 1975-1997

Mês	Parâmetro	<i>Priori</i> não informativa			<i>Priori</i> informativa		
		Estim.	$HPD_{95\%}$		Estim.	$HPD_{95\%}$	
			LI	LS		LI	LS
JAN.	μ	33,648	32,840	34,410	33,366	32,920	33,790
	σ	1,729	1,124	2,447	1,445	1,130	1,763
	ξ	-0,308	-0,739	0,155	-0,219	-0,437	0,011
FEV.	μ	34,112	33,420	34,740	33,791	33,340	34,190
	σ	1,516	1,013	2,148	1,463	1,164	1,777
	ξ	-0,561	-0,865	-0,263	-0,463	-0,627	-0,299
MAR.	μ	33,323	32,850	33,790	33,246	32,950	33,530
	σ	1,038	0,659	1,456	0,980	0,776	1,190
	ξ	0,056	-0,315	0,492	-0,083	-0,226	0,069
ABR.	μ	32,068	31,540	32,550	31,799	31,520	32,050
	σ	1,126	0,769	1,571	0,888	0,721	1,056
	ξ	-0,365	-0,686	-0,039	-0,105	-0,312	0,105
MAI.	μ	30,158	29,740	30,580	30,292	30,050	30,520
	σ	0,922	0,588	1,304	0,844	0,683	1,011
	ξ	-0,021	-0,433	0,445	-0,218	-0,355	-0,070
JUN.	μ	29,135	28,740	29,520	29,261	29,030	29,490
	σ	0,838	0,534	1,200	0,801	0,637	0,967
	ξ	-0,053	-0,474	0,414	-0,218	-0,389	-0,039
JUL.	μ	29,897	29,270	30,470	29,888	29,600	30,200
	σ	1,384	0,917	1,964	1,029	0,854	1,212
	ξ	-0,553	-0,884	-0,238	-0,356	-0,533	-0,163
AGO.	μ	32,269	31,560	32,940	32,479	32,070	32,860
	σ	1,572	1,028	2,243	1,031	0,856	1,216
	ξ	-0,339	-0,743	0,110	-0,151	-0,348	0,048
SET.	μ	33,359	32,340	34,350	33,745	33,170	34,300
	σ	2,181	1,468	3,038	1,961	1,588	2,339
	ξ	-0,244	-0,591	0,128	-0,294	-0,455	-0,124
OUT.	μ	34,594	33,890	35,250	34,485	34,010	34,940
	σ	1,497	1,001	2,082	1,493	1,154	1,843
	ξ	-0,275	-0,648	0,149	-0,256	-0,469	-0,036
NOV.	μ	34,293	33,490	35,070	34,181	33,690	34,660
	σ	1,786	1,177	2,481	1,561	1,211	1,920
	ξ	-0,030	-0,338	0,330	-0,030	-0,240	0,196
DEZ.	μ	33,382	32,700	34,000	33,194	32,780	33,580
	σ	1,434	0,978	1,972	1,290	1,003	1,573
	ξ	-0,297	-0,587	0,009	-0,253	-0,431	-0,057

Fonte: Do autor.

Os valores das estimativas dos parâmetros e os intervalos $HPD_{95\%}$ (*Highest Posterior Density*) da densidade *a posteriori*, estimados via inferência Bayesiana com a distribuição GEV_E , estão apresentados na Tabela 9. Observa-se nestes valores diferenças em alguns parâmetros quando comparado o caso com *priori* informativa e não informativa.

Na Tabela 10 são apresentadas as estimativas dos parâmetros da distribuição GEV_{NEL} e os intervalos $HPD_{95\%}$. Neste caso, o parâmetros $\mu(t) = \mu_0 + \mu_1 * t$ é definido com tendência linear.

Tabela 10 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros de distribuição GEV_{NEL} , com suas respectivas estimativas intervalares (HPD) considerando *priori* não-informativa e informativa, Piracicaba-SP período 1975-1997

(continua)

Mês	Parâmetro	<i>Priori</i> não informativa			<i>Priori</i> informativa		
		Estim.	$HPD_{95\%}$		Estim.	$HPD_{95\%}$	
			LI	LS		LI	LS
JAN.	μ_0	33,247	32,150	34,320	33,021	32,520	33,490
	μ_1	0,065	-0,063	0,187	0,081	0,021	0,141
	σ	1,657	1,066	2,377	1,313	1,035	1,593
	ξ	-0,230	-0,6734	0,196	-0,139	-0,344	0,086
FEV.	μ_0	34,020	32,910	35,050	34,074	33,490	34,610
	μ_1	0,008	-0,068	0,091	-0,0002	-0,039	0,033
	σ	1,551	1,026	2,187	1,459	1,133	1,795
	ξ	0,557	-0,893	-0,256	-0,532	-0,722	-0,342
MAR.	μ_0	33,325	32,630	33,980	33,267	32,920	33,610
	μ_1	-0,0001	-0,087	0,087	0,006	-0,048	0,066
	σ	1,085	0,688	1,544	1,002	0,794	1,217
	ξ	0,024	-0,350	0,449	-0,094	-0,244	0,069
ABR.	μ_0	31,456	30,670	32,190	31,594	31,280	31,880
	μ_1	0,089	0,012	0,175	0,042	0,012	0,068
	σ	1,164	0,753	1,697	0,852	0,694	1,017
	ξ	-0,637	-1,104	-0,194	-0,153	-0,389	0,086
MAI.	μ_0	29,854	29,070	30,610	30,149	29,840	30,400
	μ_1	0,029	-0,030	0,086	0,019	-0,005	0,042
	σ	0,925	0,591	1,319	0,866	0,689	1,049
	ξ	-0,039	-0,423	0,385	-0,235	-0,382	-0,072
JUN.	μ_0	28,737	28,210	29,200	29,091	28,830	29,350
	μ_1	0,060	0,010	0,115	0,036	0,004	0,071
	σ	0,757	0,502	1,046	0,749	0,591	0,907
	ξ	-0,087	-0,384	0,259	-0,202	-0,375	-0,019

Tabela 10 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros de distribuição GEV_{NEL} , com suas respectivas estimativas intervalares (HPD) considerando *priori* não-informativa e informativa, Piracicaba-SP período 1975-1997

(conclusão)

Mês	Parâmetro	<i>Priori</i> não informativa			<i>Priori</i> informativa		
		Estim.	$HPD_{95\%}$		Estim.	$HPD_{95\%}$	
			LI	LS		LI	LS
JUL.	μ_0	29,869	28,840	30,840	29,823	29,460	30,150
	μ_1	0,005	-0,076	0,092	0,016	-0,033	0,063
	σ	1,418	0,919	2,044	1,043	0,863	1,233
	ξ	-0,563	-0,962	-0,182	-0,372	-0,553	-0,178
AGO.	μ_0	31,817	30,510	33,110	32,808	32,380	33,180
	μ_1	0,043	-0,057	0,137	-0,010	-0,039	0,023
	σ	1,492	0,963	2,134	1,279	1,060	1,498
	ξ	-0,238	-0,751	0,252	-0,322	-0,510	-0,132
SET.	μ_0	32,186	30,620	33,800	33,356	32,600	34,110
	μ_1	0,114	-0,013	0,236	0,044	-0,041	0,128
	σ	1,940	1,225	2,768	1,934	1,546	2,315
	ξ	-0,123	-0,529	0,304	-0,302	-0,472	-0,131
OUT.	μ_0	33,864	32,700	34,900	33,654	32,880	34,400
	μ_1	0,084	-0,009	0,173	0,091	0,017	0,160
	σ	1,602	1,021	2,348	1,484	1,139	1,837
	ξ	-0,515	-0,986	-0,031	-0,409	-0,679	-0,134
NOV.	μ_0	33,514	32,520	34,410	34,024	33,630	34,440
	μ_1	0,126	0,026	0,229	0,072	0,023	0,106
	σ	1,524	0,981	2,140	1,333	1,066	1,605
	ξ	0,039	-0,264	0,403	-0,016	-0,192	0,177
DEZ.	μ_0	32,470	31,740	33,160	32,856	32,420	33,260
	μ_1	0,137	0,060	0,208	0,101	0,048	0,150
	σ	1,033	0,672	1,452	1,121	0,838	1,420
	ξ	-0,030	-0,355	0,338	-0,183	-0,382	0,038

Fonte: Do autor.

Ainda na [Tabela 10](#) observa-se o parâmetro μ_1 que caracteriza o coeficiente angular. A definição se este parâmetro é diferente de zero será feita, na sequência, com o uso do teste de hipótese Bayesiano e Fator de Bayes ([TABELA 13](#)).

Na [Tabela 11](#), são apresentadas as estimativas dos parâmetros, os intervalos $HPD_{95\%}$ para a distribuição GEV_{NEL} , em que o parâmetros $\mu(t) = \mu_0 - \beta * e^{-\gamma * t}$.

Tabela 11 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros de distribuição GEV_{NENL} , com suas respectivas estimativas intervalares (HPD) considerando *priori* não-informativa e informativa, Piracicaba-SP período 1975-1997

(continua)

Mês	Parâmetro	<i>Priori</i> não informativa			<i>Priori</i> informativa		
		Estim.	<i>HPD</i> _{95%}		Estim.	<i>HPD</i> _{95%}	
			LI	LS		LS	LS
JAN.	μ_0	34,169	33,130	35,070	34,158	33,390	34,870
	σ	1,461	0,931	2,070	1,335	1,004	1,668
	ξ	-0,102	-0,525	0,324	-0,125	-0,369	0,129
	β	1,421	-0,134	2,947	1,407	0,319	2,534
	γ	0,522	0,093	1,000	0,536	0,127	0,999
FEV.	μ_0	33,942	33,020	34,910	33,789	33,060	34,450
	σ	1,517	1,042	2,038	1,538	1,1480	1,936
	ξ	-0,565	-0,899	-0,257	-0,500	-0,702	-0,293
	β	-0,286	-1,433	0,819	-0,1206	-1,559	1,251
	γ	0,469	0,0001	0,948	0,474	0,0001	0,948
MAR.	μ_0	33,377	32,140	34,390	33,331	32,770	33,870
	σ	1,077	0,679	1,523	1,059	0,803	1,327
	ξ	0,028	-0,338	0,451	-0,069	-0,256	0,137
	β	0,148	-1,324	1,547	0,046	-0,758	0,852
	γ	0,457	0,0001	0,946	0,491	0,0001	0,951
ABR.	μ_0	32,627	31,800	33,620	32,229	31,770	32,660
	σ	0,951	0,617	1,371	0,839	0,635	1,055
	ξ	-0,393	-0,874	0,042	-0,073	-0,368	0,228
	β	2,421	0,859	3,913	1,614	0,569	2,691
	γ	0,422	0,026	0,927	0,552	0,176	0,999
MAI.	μ_0	30,389	29,810	30,900	30,485	30,010	30,990
	σ	0,896	0,577	1,261	0,883	0,673	1,091
	ξ	-0,077	-0,449	0,341	-0,238	-0,421	-0,045
	β	1,456	-0,174	3,312	1,478	0,090	2,967
	γ	0,576	0,096	0,999	0,561	0,129	0,999
JUN.	μ_0	29,597	28,940	30,350	29,515	29,100	29,900
	σ	0,768	0,504	1,082	0,769	0,579	0,967
	ξ	-0,156	-0,531	0,240	-0,209	-0,416	0,011
	β	1,109	0,154	2,118	0,901	0,238	1,576
	γ	0,479	0,029	0,953	0,523	0,124	0,999

Tabela 11 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros de distribuição GEV_{NENL} , com suas respectivas estimativas intervalares (HPD) considerando *priori* não-informativa e informativa, Piracicaba-SP período 1975-1997
(conclusão)

Mês	Parâmetro	<i>Priori</i> não informativa			<i>Priori</i> informativa		
		Estim.	$HPD_{95\%}$		Estim.	$HPD_{95\%}$	
			LI	LS		LI	LS
JUL.	μ_0	29,833	22,920	33,830	30,478	29,600	31,360
	σ	1,380	0,892	1,987	1,079	0,876	1,302
	ξ	-0,526	-0,945	-0,141	-0,318	-0,547	-0,072
	β	0,001	-1,208	1,744	0,764	-0,264	1,795
	γ	0,364	0,00001	0,945	0,544	0,073	1,000
AGO.	μ_0	32,2793	31,100	33,360	32,753	31,910	33,730
	σ	1,756	0,963	2,768	1,368	1,050	1,684
	ξ	-0,536	-1,238	0,197	-0,223	-0,481	0,037
	β	-0,388	-2,543	3,010	1,149	-0,585	2,818
	γ	0,559	0,049	1,000	0,376	0,0002	0,918
SET.	μ_0	34,406	32,350	36,910	34,391	33,200	35,550
	σ	1,975	1,284	2,768	1,991	1,509	2,477
	ξ	-0,188	-0,573	0,214	-0,279	-0,486	-0,061
	β	1,836	-0,726	4,496	1,701	0,159	3,177
	γ	0,528	0,029	0,985	0,562	0,099	0,999
OUT.	μ_0	35,509	33,840	38,360	34,721	34,180	35,240
	σ	1,581	1,004	2,292	1,455	1,079	1,852
	ξ	-0,440	-0,994	0,046	-0,240	-0,519	0,050
	β	1,906	-0,777	5,219	1,437	-0,076	2,975
	γ	0,351	0,00005	0,919	0,541	0,113	0,999
NOV.	μ_0	35,214	34,310	36,190	35,38	34,420	36,300
	σ	1,375	0,868	1,946	1,331	1,004	1,680
	ξ	0,057	-0,306	0,485	-0,005	-0,233	0,243
	β	2,287	0,899	3,845	2,506	1,116	3,920
	γ	0,549	0,151	0,999	0,533	0,121	0,999
DEZ.	μ_0	34,549	33,270	36,330	34,209	33,520	34,890
	σ	0,901	0,499	1,352	1,031	0,717	1,364
	ξ	0,139	-0,377	0,738	-0,095	-0,383	0,209
	β	2,566	0,719	4,446	1,973	1,011	2,917
	γ	0,295	0,017	0,738	0,397	0,070	0,889

Fonte: Do autor.

Resultados das estimativas dos parâmetros das distribuições GEV_{NEL} e GEV_{NENL} , tendência linear e não linear no parâmetro de posição $\mu(t)$ (GEV não estacionário) foram apresentados nas Tabelas 9, 10 e 11, assim verifica-se para todos os parâmetros

$(\mu_0, \mu_1, \sigma, \xi, \beta \text{ e } \gamma)$, tanto no caso da *priori* informativa como não informativa, que não há evidências que indicam a não convergência das cadeias *a posteriori* (TABELA 12). Analisando-se o fator de dependência do critério de Raftery e Lewis (RL) estão próximos de 1 indicando independência entre as iterações e provável convergência. Pelo critério de Geweke, tem-se que $|ZG| < 1,96$ indicando que não há indícios de ausência de convergência. Pelo critério de Heidelberger e Welch (HW), foi constatado que as séries são estacionários ($valor - p > 0,05$).

Tabela 12 – Resumo do maior e menor valor apresentado pelos critérios de convergência dos parâmetros das distribuições GEV, para todos os meses no período 1975-2017

PRIORIS	Critérios	GEV _E		GEV _{NEL}		GEV _{NENL}	
		Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.
NÃO INFORMATIVA	RL	0,991	1,060	0,994	1,040	0,994	1,090
	ZG	0,014	1,838	0,040	1,848	0,028	1,950
	HW	0,060	0,990	0,055	0,996	0,080	0,941
INFORMATIVA	RL	0,993	1,130	0,995	1,090	0,993	1,070
	ZG	0,001	0,985	0,008	1,945	0,10	1,788
	HW	0,065	0,981	0,065	0,960	0,054	0,986

Fonte: Do autor.

Nota: Min.- Mínimo, Max.- Máximo

Para a definição e seleção dos modelos foi verificado a significância dos parâmetros associados a tendência. Os resultados dos testes de hipóteses Bayesianos e fator de Bayes que foram realizadas para testar a significância do parâmetro μ_1 da distribuição GEV_{NEL} , e os parâmetros β e γ da distribuição GEV_{NENL} estão apresentados na Tabela 13. Também são apresentados na Tabela 13 as probabilidades sobre a hipótese alternativa ser verdadeira ($P(H_1)$), referente ao parâmetro ser maior do que zero.

Tabela 13 – Teste de hipóteses Bayesiano para a significância dos parâmetros μ_1 e β de modelo com tendência linear e não-linear

Mês	Priori	GEV_{NEL} - Tendência linear		GEV_{NENL} - Tendência não-linear			
		$P(H_1)_{\mu_1}$	FB_{μ_1}	$P(H_1)_{\beta}$	FB_{β}	$P(H_1)_{\gamma}$	FB_{γ}
JAN.	NI	0,8508	5,70	0,9665	28,87	0,9450	17,19
	I	0,9838	60,81	0,9937	158,74	0,9666	28,97
FEV.	NI	0,5593	ns	0,2684	ns	0,8457	5,48
	I	0,5404	ns	0,1169	ns	0,8336	5,01
MAR.	NI	0,5143	ns	0,6322	ns	0,8169	4,46
	I	0,6004	ns	0,5493	ns	0,1163	ns
ABR.	NI	0,5142	ns	0,9999	11537,46	0,9002	9,02
	I	0,9859	70,29	0,9989	930,68	0,9884	85,51
MAI.	NI	0,8522	5,77	0,9663	28,70	0,9482	18,29
	I	0,9231	12,01	0,9809	51,56	0,9622	25,47
JUN.	NI	0,9894	93,10	0,9906	105,76	0,9172	11,07
	I	0,9685	30,74	0,9961	254,97	0,9676	29,88
JUL.	NI	0,5236	ns	0,6279	ns	0,7063	ns
	I	0,7440	ns	0,9268	12,67	0,9305	13,39
AGO.	NI	0,7934	3,84	0,2965	ns	0,9138	10,61
	I	0,2831	ns	0,9026	9,27	0,7685	3,32
SET.	NI	0,9616	25,06	0,9513	19,53	0,8941	8,44
	I	0,8480	5,58	0,9872	77,17	0,9500	19,01
OUT.	NI	0,9609	24,56	0,9289	13,07	0,7114	ns
	I	0,9939	165,29	0,9685	30,73	0,9598	23,86
NOV.	NI	0,9907	106,29	0,9994	1561,50	0,9754	39,57
	I	0,9863	72,24	0,9998	9374	0,9623	25,54
DEZ.	NI	0,9974	386,59	0,9968	314,79	0,8913	8,20
	I	0,9982	548,45	0,9999	49999	0,9713	33,84

Fonte: Do autor.

Nota: ns - Não significativo.

Para os modelos que apresentaram parâmetros significativos, foram obtidos os valores preditos de TMM para os níveis de retorno de 5, 10, 15 e 20 anos e seus respectivos intervalos $HPD_{95\%}$. Com o valor predito e observado (séries de 1998 a 2017) foi possível estimar o EMP% mensal para cada uma das distribuições GEV. Apresenta-se e na (Tabela 25 - Apêndice C) os valores ocorridos de TMM em Piracicaba, estes valores foram obtidos para avaliar a acurácia e o erro médio de predição.

Além disso, para avaliar os níveis de retorno e seus respectivos intervalos $HPD_{95\%}$ via inferência Bayesiana apresentadas na Tabela 21 - Apêndice A para a distribuição GEV_E , na Tabela 22 - Apêndice B para a distribuição GEV_{NEL} , por ultimo para a distribuição GEV_{NENL} , foram apresentadas na Tabela 23 - Apêndice C, também foram analisados os critérios de convergência das cadeias *a posteriori* dos níveis de retorno que é apresentado de

forma resumida na [Tabela 24](#) - Apêndice C.

Ainda da [Tabela 24](#) - Apêndice C, analisando-se os critérios de convergência foi constatado que todas as cadeias *a posteriori* são estacionárias e que portanto convergiram.

Na sequência obteve-se os EMP e critério de informação do desvio (DIC) mensalmente para cada um das distribuições testados com *priori* informativa e não-informativa.

Com a significância ou não dos parâmetros testados para as distribuições GEV_{NEL} e GEV_{NENL} ([TABELA 13](#)) foi possível construir a [Tabela 14](#) que apresenta as melhores distribuições GEV selecionados, que estão ressaltado com negrito para cada mês. Foi analisado o DIC, a acurácia, a precisão e o EMP dos níveis de retorno. A seleção do melhor modelo para cada mês foi adaptado de [Spiegelhalter et al. \(2002\)](#). Primeiramente foram analisados os valores do DIC, se a diferença do DIC entre os modelos fosse maior que 5 pode-se definitivamente excluir o modelo com o DIC mais alto. Porém, se a diferença do DIC fosse menor que 5, neste caso, a seleção dos modelos seria pelo critério do menor EMP% ([Equação 3.7](#)) descrito na [seção 3.4.3](#). Assim, para cada mês foram ressaltados (**negrito**) os modelos selecionados ([TABELA 14](#)).

Tabela 14 – Critério de informação do desvio (DIC) e Erro médio de predição (EMP) dos modelos lineares e não lineares, com priori informativa e não-informativa para os dados de temperatura máxima em Piracicaba-SP, período 1975 a 1997.

MÊS	PRIORI	GEV_E		GEV_{NEL}		GEV_{NENL}	
		EMP%	DIC	EMP%	DIC	EMP%	DIC
JAN.	NI	0,82	89,52	4,15	89,71	2,11	87,45
	I	1,62	87,70	3,74	86,54	1,32	85,02
FEV.	NI	2,58	76,46	ns	ns	ns	ns
	I	2,75	75,19	ns	ns	ns	ns
MAR.	NI	0,76	74,06	ns	ns	ns	ns
	I	1,86	71,25	ns	ns	ns	ns
ABR.	NI	2,52	68,24	ns	ns	1,93	58,70
	I	3,00	69,52	1,18	66,29	1,80	61,81
MAI.	NI	1,75	66,99	1,05	67,63	1,84	65,63
	I	3,40	64,67	1,85	64,87	2,74	63,78
JUN.	NI	4,28	62,08	1,15	57,19	4,14	56,48
	I	5,31	59,45	2,62	56,24	4,67	54,43
JUL.	NI	2,78	72,27	ns	ns	ns	ns
	I	3,15	72,31	ns	ns	2,31	73,52
AGO.	NI	1,18	84,13	3,18	84,72	ns	ns
	I	1,53	88,56	ns	ns	1,26	81,81
SET.	NI	0,84	101,50	7,83	99,76	2,72	99,25
	I	0,81	98,77	2,53	98,37	1,73	96,89
OUT.	NI	3,23	83,43	1,94	81,02	ns	ns
	I	3,50	81,25	2,18	79,61	2,91	81,69
NOV.	NI	5,21	97,03	12,49	91,98	6,28	88,03
	I	3,29	94,53	7,32	89,87	5,26	86,34
DEZ.	NI	3,69	80,65	4,65	72,75	1,04	69,33
	I	4,58	78,57	2,16	71,46	2,10	69,45

Fonte: Do autor.

Nota: ns-não significativo, I-informativa, NI-Não informativa

Conforme foi apresentado na [Figura 2](#), mostrando o aumento da temperatura média global, consequentemente pode-se dizer que a temperatura máxima também está aumentando, assim observa-se na [Tabela 14](#) os modelos selecionados para cada mês com melhor *priori*.

A função 1 ajustou-se melhor para descrever ao parâmetro de posição da distribuição GEV, em que $\mu(t) = \mu$, isto é, tem-se que o parâmetro de posição mantém-se constante no tempo de TMM, nos meses: janeiro, fevereiro, março e agosto com *priori* não-informativa, e com *priori* informativa para o mês de setembro. A função 2 ajustou-se melhor para descrever ao parâmetro de posição da distribuição GEV, em que $\mu_t = \mu_0 + \mu_1 * t$, tem-se que o parâmetro de posição têm um aumento considerável no tempo de TMM, nos meses: abril com *priori*

informativa, maio, junho e outubro com *priori* não-informativa. Por último a função 3 foi apropriado para descrever ao parâmetro de posição da distribuição GEV, em que $\mu_t = \mu_0 - \beta * e^{-\gamma * t}$, tem-se que o parâmetro de posição têm um aumento exponencial assintótico no tempo de TMM, nos meses de julho, novembro com *priori* informativa e no mês de dezembro com *priori* não-informativa.

Na série de dados de temperatura máxima do mês de setembro o (*valor - p*) do teste de *Mann-Kendall* (MK) foi 0,004, que foi significativo a 5%, porém rejeitou-se a hipóteses nula (H_0) de estacionariedade, mas da [Tabela 14](#) observou-se que a distribuição que melhor descreve é a distribuição GEV_E , então a série de dados de temperatura máxima no mês de setembro não apresentam tendência, neste caso estamos diante de um erro tipo I (Rejeitar hipóteses nula (H_0) quando ela é verdadeira) ([BAYAZIT, 2015](#)).

Conforme indicaram [Sagarika, Kalra e Ahmad \(2014\)](#), desde que uma mudança repentina em uma série temporal pode às vezes ser confundida com uma tendência, embora não haja tendência antes ou depois do ponto de mudança.

Por outro lado, [Yue, Pilon e Cavadias \(2002\)](#), mostraram que à medida que o tamanho da amostra aumenta, o poder do teste aumenta, levando a uma maior capacidade de discernir a existência de tendência, também indicaram que, à medida que a quantidade de variação dentro de uma série temporal aumenta, o poder do teste diminui, implicando que é mais difícil detectar a existência de tendência.

4.3 PREDIÇÕES DE TMM DE PIRACICABA - SP

Feito a seleção dos modelos, as estimativas dos parâmetros e posteriormente a estimação dos níveis de retorno foram feitas com a série completa período 1975 - 2017. Na continuação apresenta-se os valores das estimativas dos parâmetros com os modelos selecionados para cada mês com seus respectivos $HPD_{95\%}$ e critérios de convergência.

Assim na [Tabela 15](#) apresenta-se estimativas feitas com a distribuição GEV_E , na [Tabela 16](#) estimativas feitas com a distribuição GEV_{NEL} e por ultimo na [Tabela 17](#) são apresentados estimativas feitos com a distribuição GEV_{NENL} .

Na [Tabela 15](#), são apresentadas estimativas dos parâmetros da distribuição GEV_E (sem tendência) que foi selecionado para modelar o parâmetro de posição, em que $\mu(t) = \mu_0$, o

parâmetro de posição mantém-se constante ao longo do tempo nas séries de TMM, nos meses: janeiro, fevereiro, março, agosto e setembro. Caracterizando assim ausência de tendência nesses meses.

Tabela 15 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros da distribuição GEV_E que foi selecionado, com seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$) e critérios de convergência, para cidade de Piracicaba-SP

Mês	Parâmetro	Estimativas	$HPD_{95\%}$		Crit. de Convergência		
			LI	LS	RL	$ ZG $	HW
JAN.**	μ_0	33,976	33,450	34,480	1,060	0,020	0,478
	σ	1,537	1,149	1,978	1,020	0,603	0,608
	ξ	-0,343	-0,627	-0,051	0,998	0,359	0,878
FEV.**	μ_0	34,288	33,810	34,800	1,030	0,428	0,391
	σ	1,521	1,187	1,902	1,010	0,366	0,992
	ξ	-0,319	-0,500	-0,137	1,000	1,626	0,343
MAR.**	μ_0	33,648	33,280	33,980	1,050	1,033	0,262
	σ	1,051	0,799	1,322	1,000	1,612	0,675
	ξ	-0,101	-0,320	0,143	0,997	0,778	0,425
AGO.**	μ_0	32,488	32,000	32,970	1,080	0,830	0,088
	σ	1,474	1,125	1,849	1,010	1,881	0,207
	ξ	-0,292	-0,502	-0,067	1,000	0,262	0,681
SET.*	μ_0	34,105	33,600	34,570	1,020	0,774	0,153
	σ	1,958	1,633	2,283	1,010	0,739	0,221
	ξ	-0,361	-0,509	-0,209	0,999	0,609	0,466

Fonte: Do autor.

Nota: Critérios de convergência: RL-Fator de Raftery e Lewis, $|ZG|$ - módulo do valor de Geweke, HW-Heidelberger e Welch; LI - limite inferior, LS - limite superior de $HPD_{95\%}$,

** - Priori não informativo, * - Priori informativa

Na [Tabela 16](#), são apresentadas estimativas dos parâmetros da distribuição GEV_{NEL} que foi selecionado para modelar o parâmetro de posição, em que $\mu(t) = \mu_0 + \mu_1 * t$, o parâmetro de posição têm um aumento considerável nas séries de TMM no tempo, para os meses: abril com *priori* informativa, maio, junho e outubro com *priori* não-informativa. Portanto no mês de abril, o parâmetro de posição têm um aumento de 0,041°C por ano, nos meses maio e junho o parâmetro de posição tem um aumento de 0,017°C por ano e no mês de outubro o parâmetro de posição tem um aumento de 0,114°C por ano.

Tabela 16 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros da distribuição GEV_{NEL} que foi selecionado, com seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$) e critérios de convergência, para cidade de Piracicaba-SP

Mês	Parâmetro	Estimativas	$HPD_{95\%}$		Crit. de Convergência		
			LI	LS	RL	$ ZG $	HW
ABR.*	μ_0	31,669	31,370	31,960	1,110	0,320	0,331
	μ_1	0,041	0,021	0,06	1,000	0,493	0,853
	σ	0,915	0,778	1,059	0,997	0,477	0,990
	ξ	-0,193	-0,391	0,009	0,997	1,784	0,468
MAI.**	μ_0	30,221	29,830	30,580	1,020	1,340	0,405
	μ_1	0,017	-0,033	0,064	1,010	1,305	0,315
	σ	0,955	0,692	1,240	1,000	0,196	0,614
	ξ	-0,016	-0,329	0,319	0,997	1,015	0,214
JUN.**	μ_0	29,009	28,440	29,520	1,010	0,678	0,623
	μ_1	0,017	-0,017	0,053	1,000	0,584	0,657
	σ	1,078	0,803	1,376	1,000	0,755	0,555
	ξ	-0,118	-0,381	0,170	1,000	0,597	0,479
OUT.**	μ_0	34,652	33,990	35,260	1,030	0,198	0,293
	μ_1	0,114	0,038	0,191	0,999	0,177	0,136
	σ	1,581	1,205	2,001	1,010	0,911	0,090
	ξ	-0,356	-0,576	-0,126	1,010	0,546	0,548

Fonte: Do autor.

Nota: Critérios de convergência: RL-Fator de Raftery e Lewis, $|ZG|$ - módulo do valor de Geweke, HW-Heidelberger e Welch; LI - limite inferior e LS - limite superior de $HPD_{95\%}$,

** - Priori não informativo, * - Priori informativa

Na Tabela 17, são apresentadas estimativas dos parâmetros da distribuição GEV_{NENL} que foi selecionado para modelar o parâmetro de posição, em que $\mu(t) = \mu_0 - \beta * e^{-\gamma * t}$, o parâmetro de posição têm um aumento considerável nas séries de TMM no tempo, para os meses: julho e novembro com *priori* informativa, dezembro com *priori* não-informativa. Portanto no mês de julho o parâmetros de posição teria uma taxa ou velocidade de crescimento de 0,583°C por ano, 0,699°C no mês de novembro e dezembro 0,576°C. O parâmetro β está relacionada com o interceptão que é a resposta quando $t = 0$.

Tabela 17 – Estimativas (média a posteriori) dos parâmetros da distribuição GEV_{NENL} que foi selecionado, com seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$) e critérios de convergência, para cidade de Piracicaba-SP

Mês	Parâmetro	Estimativas	$HPD_{95\%}$		Crit. de Convergência		
			LI	LS	RL	$ ZG $	HW
JUL.*	μ_0	30,602	30,170	31,040	1,000	0,860	0,801
	σ	1,029	0,849	1,214	0,998	1,263	0,988
	ξ	-0,287	-0,446	-0,116	1,010	0,343	0,972
	β	0,937	0,331	1,552	1,010	0,872	0,427
	γ	0,583	0,126	0,999	1,000	1,087	0,225
NOV.*	μ_0	34,784	34,240	35,260	1,080	0,065	0,631
	σ	1,322	1,062	1,598	1,010	1,130	0,235
	ξ	-0,043	-0,203	0,137	0,997	1,633	0,213
	β	1,514	0,513	2,565	0,997	0,025	0,921
	γ	0,699	0,265	1,000	0,999	0,105	0,940
DEZ.**	μ_0	34,857	33,700	35,400	1,040	0,611	0,747
	σ	1,301	0,992	1,649	1,000	0,620	0,086
	ξ	-0,109	-0,317	0,111	1,010	0,527	0,164
	β	1,652	0,671	2,811	0,993	1,605	0,190
	γ	0,576	0,071	0,999	1,010	1,508	0,067

Fonte: Do autor.

Nota: Critérios de convergência: RL -Fator de Raftery e Lewis, $|ZG|$ - módulo do valor de Geweke, HW -Heidelberger e Welch; LI - limite inferior e LS - limite superior de $HPD_{95\%}$,

** - Priori não informativo, * - Priori informativa

Das Tabelas 15, 16 e 17 foram apresentados os resultados satisfatórios nos testes de convergência mostrados. Pelo critério de Raftery e Lewis, verifica-se que valores estão próximo a 1, o que indica independência entre as iterações. Pelo critério de Geweke, tem-se que $|ZG| < 1,96$, indicando que não há indícios de ausência de convergência. Pelo critério de Heidelberger e Welch (HW), foi constatado que a série é estacionária ($p > 0,05$) indicando que não há evidências de não convergência das cadeias *a posteriori*.

Uma vez obtidas as estimativas dos parâmetros e verificados os três critérios de convergência das cadeias dos níveis de retorno, foram realizadas a predição dos tempos de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos.

Na Tabela 18, são apresentados os resultados das estimativas dos níveis de retorno feitos com a distribuição GEV_E , para os meses de janeiro, fevereiro, março, agosto e setembro.

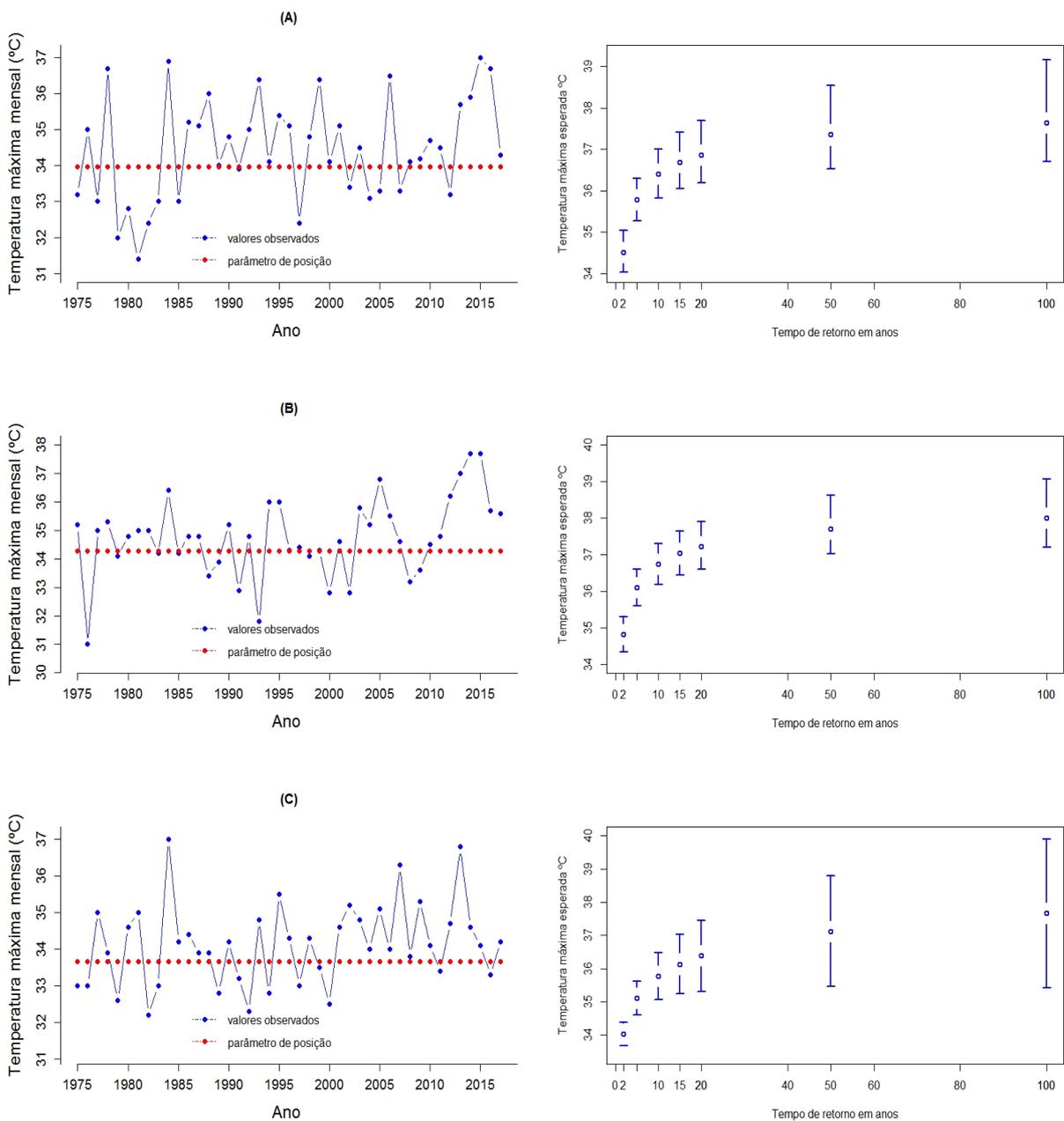
Tabela 18 – Níveis de retorno (Estimativas) de TMM para os tempos de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$), e critérios de convergência, calculados a partir da distribuição GEV_E que foi selecionado, para cidade Piracicaba-SP

MÊS	Tempos de retorno	Estimativas	$HPD_{95\%}$		Critérios de convergência		
			LI	LS	RL	$ ZG $	HW
JAN.	2	34,51	34,02	35,05	1,070	0,178	0,530
	3	35,18	34,67	35,69	1,040	0,367	0,544
	5	35,78	35,27	36,30	1,100	0,451	0,411
	10	36,39	35,81	37,00	1,010	0,407	0,263
	15	36,68	36,04	37,40	1,020	0,325	0,235
	20	36,87	36,19	37,69	1,040	0,276	0,229
	50	37,35	36,53	38,55	1,010	0,172	0,226
	100	37,64	36,70	39,16	1,070	0,134	0,229
FEV.	2	34,81	34,32	35,29	1,050	0,601	0,350
	3	35,48	34,99	35,97	0,994	0,961	0,274
	5	36,10	35,59	36,60	1,040	1,460	0,175
	10	36,73	36,17	37,29	1,020	1,123	0,088
	15	37,03	36,43	37,65	1,020	1,380	0,086
	20	37,22	36,60	37,90	1,100	1,499	0,057
	50	37,71	37,02	38,62	1,050	1,742	0,406
	100	37,99	37,20	39,05	1,100	1,845	0,398
MAR.	2	34,03	33,63	34,38	1,070	0,592	0,431
	3	34,56	34,13	34,98	1,060	0,118	0,810
	5	35,11	34,60	35,61	1,040	0,147	0,998
	10	35,78	35,13	36,49	1,050	0,266	0,900
	15	36,14	35,38	37,03	1,060	0,249	0,783
	20	36,38	35,56	37,44	1,060	0,238	0,720
	50	37,13	35,99	38,79	1,040	0,163	0,637
	100	37,67	36,24	39,90	1,060	0,118	0,640
AGO.	2	33,00	32,50	33,47	1,090	0,346	0,071
	3	33,66	33,14	34,14	1,090	0,223	0,123
	5	34,28	33,74	34,80	1,020	0,654	0,333
	10	34,93	34,31	35,54	1,050	0,853	0,739
	15	35,24	34,56	35,94	1,010	0,850	0,889
	20	35,44	34,73	36,23	1,070	0,805	0,923
	50	35,97	35,13	37,09	1,110	0,591	0,913
	100	36,30	35,38	37,72	1,050	0,441	0,882
SET.	2	34,78	34,28	35,23	1,040	0,584	0,198
	3	35,61	35,13	36,08	1,040	0,291	0,277
	5	36,37	35,88	36,87	1,100	0,033	0,429
	10	37,13	36,59	37,73	1,020	0,381	0,714
	15	37,47	36,88	38,13	1,030	0,520	0,851
	20	37,69	37,06	38,41	1,020	0,580	0,900
	50	38,23	37,49	39,16	1,050	0,681	0,952
	100	38,54	37,70	39,62	1,030	0,709	0,954

Fonte: Do autor.

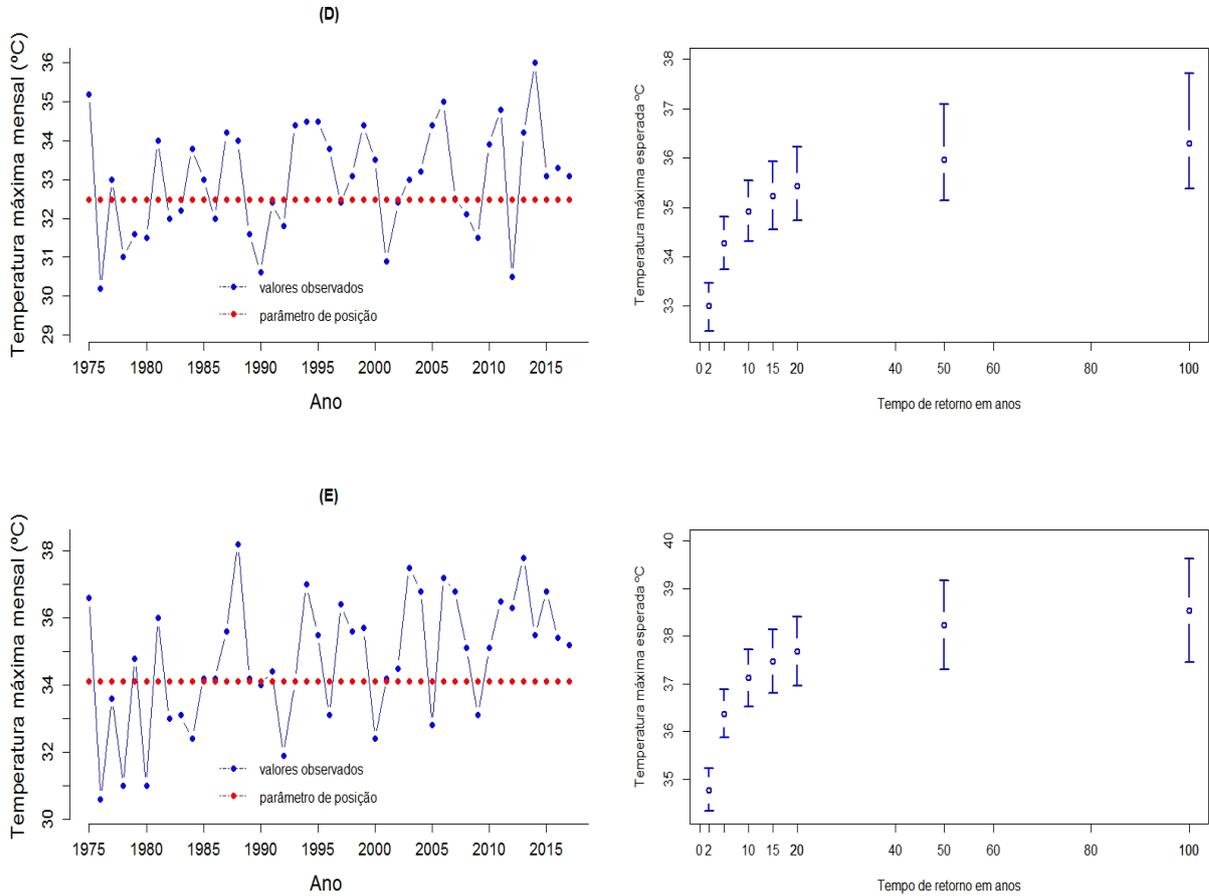
A distribuição GEV_E ajustou-se melhor à temperatura máxima nos meses janeiro, fevereiro, março, agosto e setembro, e é conferido com os resultados apresentados na [Tabela 8](#) o *valor-p* do teste de *Maan-Kendall* foi maior do que 5% (não significativo) ou seja não apresentaram tendência, os gráficos do comportamento de parâmetro de posição e dos níveis de retorno de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos são mostrados nas [Figuras 8 e 9](#).

Figura 8 – Comportamento do parâmetros de posição $\mu(t) = \mu$ e as temperaturas máximas esperadas em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, nos meses de janeiro (A), fevereiro (B) e março (C), obtidas via distribuição GEV_E .



Fonte: Do autor.

Figura 9 – Comportamento do parâmetros de posição $\mu(t) = \mu$ e as temperaturas máximas esperadas em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, nos meses de agosto (D) e setembro (E), obtidas via distribuição GEV_E .



Fonte: Do autor.

Na Tabela 19, são apresentados os resultados das estimativas dos níveis de retorno feitos com a distribuição GEV_{NEL} , para os meses de abril, maio, junho e outubro.

Tabela 19 – Níveis de retorno (Estimativas) de TMM para os tempos de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$), e critérios de convergência, calculados a partir da distribuição GEV_{NEL} que foi selecionado, para cidade Piracicaba-SP

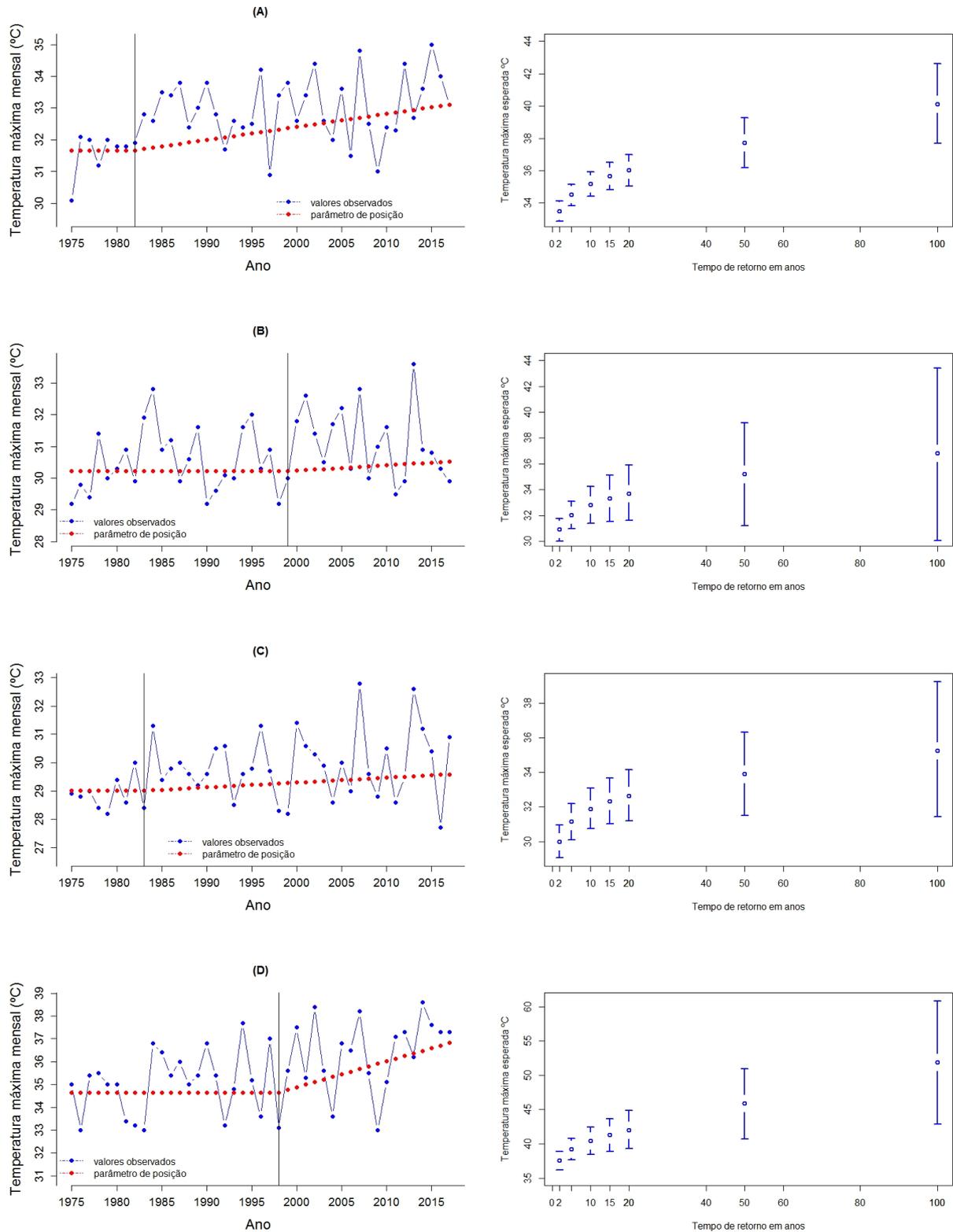
Mês	Tempos de retorno	Estimativas	$HPD_{95\%}$		Critérios de convergência		
			LI	LS	RL	ZGI	HW
ABR.	2	33,52	32,88	34,130	1,010	0,414	0,490
	3	33,99	33,34	34,610	1,010	0,543	0,478
	5	34,51	33,84	35,160	1,010	0,792	0,466
	10	35,21	34,43	35,940	1,010	1,153	0,423
	15	35,66	34,81	36,530	1,010	1,313	0,405
	20	36,03	35,06	36,990	1,040	1,402	0,400
	50	37,73	36,17	39,260	1,020	1,433	0,454
	100	40,10	37,70	42,620	1,000	1,296	0,542
MAI.	2	30,90	30,01	31,75	1,040	1,941	0,541
	3	31,43	30,50	32,37	1,000	1,808	0,604
	5	32,02	30,94	33,08	1,020	1,514	0,715
	10	32,83	31,39	34,26	1,000	1,029	0,791
	15	33,33	31,51	35,11	1,030	0,803	0,780
	20	33,71	31,62	35,91	1,030	0,685	0,770
	50	35,18	31,20	39,16	1,000	0,597	0,770
	100	36,81	30,03	43,41	1,010	0,742	0,794
JUN.	2	29,99	29,06	30,96	1,020	0,461	0,376
	3	30,55	29,52	31,52	1,040	0,527	0,355
	5	31,14	30,10	32,19	1,030	0,599	0,356
	10	31,88	30,73	33,08	1,040	0,627	0,379
	15	32,32	31,00	33,66	1,020	0,630	0,418
	20	32,65	31,19	34,16	1,020	0,639	0,447
	50	33,89	31,50	36,30	1,010	0,739	0,559
	100	35,26	31,42	39,23	1,010	0,848	0,636
OUT.	2	37,59	36,21	38,91	1,020	0,388	0,159
	3	38,38	36,95	39,79	1,010	0,435	0,119
	5	39,23	37,64	40,79	1,010	0,425	0,108
	10	40,42	38,45	42,41	1,020	0,362	0,115
	15	41,27	38,88	43,64	1,020	0,322	0,123
	20	42,02	39,29	44,84	1,020	0,295	0,129
	50	45,91	40,74	50,97	1,020	0,239	0,138
	100	51,89	42,88	60,80	0,999	0,214	0,139

Fonte: Do autor.

A distribuição GEV_{NEL} ajustou-se à temperatura máxima nos meses abril, maio, junho e outubro, em que o *valor-p* do teste de *Mann-Kendall* foram significativas nos meses abril, junho e outubro mostrado na [Tabela 8](#), no caso para o mês de maio não foi significativo o *valor-p*, optou-se por investigar a tendência, além disso, foram verificadas os pontos de mudanças nas séries de TMM pelo teste de *Pettitt*, as gráficas do comportamento de parâmetro de posição

mostrando ponto de mudança e dos níveis de retorno de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos é mostrados na [Figura 10](#).

Figura 10 – Comportamento do parâmetros de posição $\mu(t) = \mu_0 + \mu_1 * t$ e as temperaturas máximas esperadas em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, nos meses de abril (A), maio (B), junho (C) e outubro (D), obtidas via distribuição GEV_{NEL} .



Fonte: Do autor.

Na [Tabela 20](#), são apresentados os resultados das estimativas dos níveis de retorno feitos com o modelo 3 (tendência não linear), para os meses de julho, novembro e dezembro.

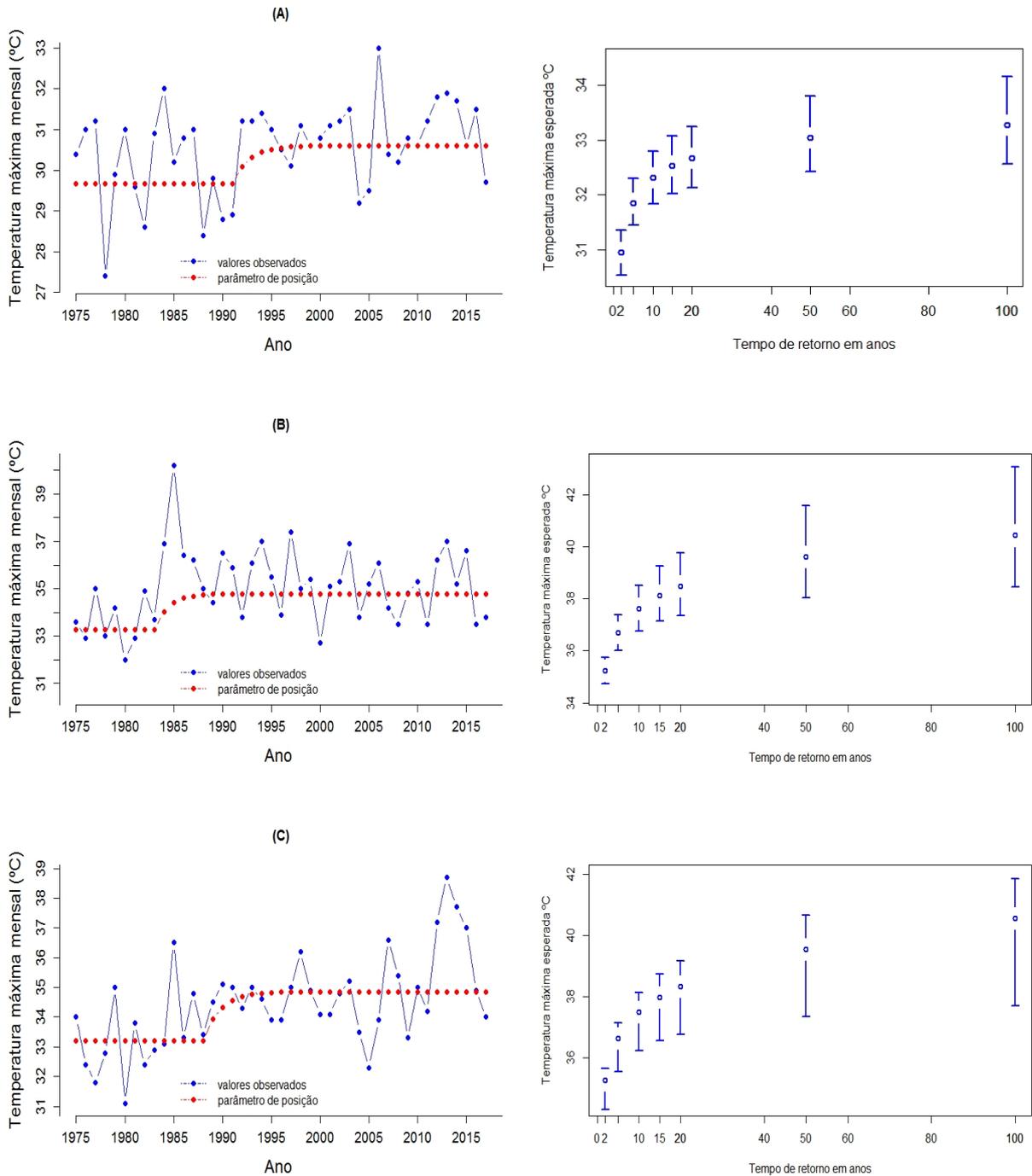
Tabela 20 – Níveis de retorno (Estimativas) de TMM para os tempos de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, seus respectivos intervalos ($HPD_{95\%}$), e critérios de convergência, calculados a partir do modelo 3 que foi selecionado, para cidade Piracicaba-SP

MÊS	Tempos de retorno	Estimativas	$HPD_{95\%}$		Critérios de convergência		
			LI	LS	RL	ZG	HW
JUL.	2	30,95	30,53	31,35	1,040	0,427	0,658
	3	31,41	31,01	31,83	1,070	0,115	0,692
	5	31,85	31,44	32,30	1,010	0,144	0,733
	10	32,31	31,84	32,80	1,040	0,424	0,747
	15	32,53	32,02	33,07	1,030	0,478	0,770
	20	32,67	32,13	33,25	1,000	0,539	0,763
	50	33,04	32,42	33,80	1,020	0,572	0,797
	100	33,27	32,57	34,16	1,070	0,577	0,805
NOV.	2	35,24	34,72	35,75	1,070	0,369	0,788
	3	35,93	35,36	36,50	1,020	0,646	0,707
	5	36,69	36,03	37,37	1,060	0,617	0,745
	10	37,61	36,74	38,51	1,060	0,341	0,798
	15	38,13	37,14	39,25	1,040	0,135	0,801
	20	38,48	37,35	39,75	1,060	0,009	0,792
	50	39,60	38,04	41,56	1,030	0,376	0,720
	100	40,43	38,45	43,05	1,020	0,591	0,658
DEZ.	2	34,98	34,29	35,65	1,000	0,724	0,845
	3	35,63	34,92	36,36	1,080	0,867	0,675
	5	36,32	35,53	37,12	1,080	1,005	0,315
	10	37,13	36,22	38,12	1,040	1,042	0,110
	15	37,57	36,56	38,73	1,010	1,028	0,076
	20	37,87	36,75	39,15	1,000	0,971	0,065
	50	38,77	37,34	40,65	1,050	0,786	0,068
	100	39,40	37,68	41,84	1,000	0,619	0,093

Fonte: Do autor.

A distribuição GEV_{NENL} ajustou-se melhor às séries de TMM nos meses de julho novembro e dezembro, da [Tabela 8](#) o *valor-p* do teste de *Mann-Kendall* foram significativas nos meses de julho e dezembro ao 5%, para o mês de novembro não foi significativo (*valor - p* > 0,05), mesmo assim optou-se por investigar, os resultados da modelagem apresentou tendência não-linear, os gráficos mostrando o comportamento de parâmetro de posição e dos níveis de retorno de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 são apresentados na [Figura 11](#).

Figura 11 – Comportamento do parâmetros de posição $\mu(t) = \mu_0 - \beta * \exp(-\gamma * t)$ e as temperaturas máximas esperadas em Piracicaba-SP para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, nos meses de julho (A), novembro (B) e dezembro (C), obtidas via distribuição GEV_{NENL} .



Fonte: Do autor.

Ainda nas Tabelas 18, 19 e 20 também foram apresentados os resultados satisfatórios nos testes de convergência nas estimativas ou previsões dos níveis de retorno para os tempos estabelecidos. Pelo critério de Raftery e Lewis, verifica-se que valores estão próximo a 1, o

que indica independência entre as iterações. Pelo critério de Geweke, tem-se que $|ZG| < 1,96$, indicando que não há indícios de ausência de convergência. Pelo critério de Heidelberger e Welch (HW), foi constatado que a série é estacionária (*valor - p* > 0,05) indicando que não há evidências de não convergência das cadeias *a posteriori*.

A partir da [Figura 11](#) observa-se que nos meses de julho, novembro e dezembro foram as séries que apresentaram tendência não linear; em comparação com a tendência linear, que sempre tende a crescer, esta demonstra que após um certo tempo começa a estabilizar.

Conforme os trabalhos [Hansen et al. \(2006\)](#) e [Hansen et al. \(2010\)](#), a concentração de gases de efeito estufa (GEE) na atmosfera tem aumentado, o que levou a intensificação do efeito estufa e conseqüentemente vem causando o aquecimento global. Também afirmaram que com o aumento dos gases de efeito estufa que estão previstos para impulsionar as mudanças climáticas.

O aumento da temperatura global esta sendo notório, como mostraram [Berlato e Cordeiro \(2018\)](#), que os novos modelos do Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas (IPCC do ingles *Intergovernmental Panel on Climate Change*) projetam aumento da temperatura global de menos de 2°C, para o cenário otimista (baixas emissões de GEE), até 4,8°C para o cenário pessimista (altas emissões de GEE), até 2081-2100, em relação a 1986-2005, e ressaltam que as projeções para o século XXI, são de continuação do aumento da temperatura global e conseqüentemente aumento de temperaturas máximas.

Outros resultados mostrando aumento da temperatura foi observado por [Lemos et al. \(2018\)](#) em estudo realizado com dados meteorológicos observados de temperaturas máximas anuais para os municípios de Lambari e Lavras (MG) no período de 1976 a 2006. Os resultados apresentados indicaram tendência de aumento da temperatura máxima ao longo do tempo, um aumento de 0,087°C no município de Lambari e 0,0513°C em Lavras. Essas duas cidades estão próximas a Piracicaba - SP, portanto os fatores de escala mensal parecem sobrepor-se a possíveis fatores de escala anual, como principais forçantes radioativas no aumento máximo dos valores dessa variável meteorológica em Piracicaba, conforme mostrado nos resultados na ([Tabela 16](#)) no caso de tendência linear, e na ([Tabela 17](#)) no caso de tendência não linear.

A partir do trabalho de [Fante e Neto \(2017\)](#) observou-se que as máximas foram, predominantemente, mais quentes que a média da normal climatológica, ainda que com desvios pouco elevados. Nesta década, os desvios não ultrapassaram a marca de 0,9°C, verificado em Catanduva, e 0,5°C em Sorocaba, os mesmos autores mostraram que houve o incremento médio de 0,2°C em temperaturas máximas de Piracicaba. Portanto o fato de que a

maioria dos meses do ano apresentarem tendências (Lineares ou não-lineares) e que no estado de São Paulo, os resultados das análises das médias deca-anuais mostraram que durante a década de 1960 as temperaturas consequentemente indicam o aumento anual de temperatura máxima em Piracicaba como mostrados nas Tabelas 16 e 17 e nas Figuras 10 e 11.

Os fatores em escala mensal sobrepõem a possível aumento de temperatura anual, que foi observado nos trabalhos de Salviano, Groppo e Pellegrino (2016), que apresentaram que a maior parte do Brasil apresentou tendências positivas para temperatura média ao longo do ano de 2016, com áreas com tendências positivas de significância de 5% variando entre 36 e 78% do território brasileiro, porém a temperatura média apresentou tendência positiva significativa em grande parte do Brasil ao longo de todo 2016.

De modo geral, esta análise confirmou que houve um aumento importante nas temperaturas máximas mensais, menos os meses de janeiro, fevereiro, março, agosto e setembro, durante os anos 1976 a 2017.

Os resultados das estimativas esperadas (\hat{x}_p) para a avaliação de acurácia e precisão estão dispostos das seguintes formas: distribuição GEV_E com *priori* informativa e não-informativa (APÊNDICE A), distribuição GEV_{NEL} com *priori* informativa e não-informativa (APÊNDICE B) e distribuição GEV_{NENL} com *priori* informativa e não-informativa (APÊNDICE C). Também estão dispostos os gráficos do traço e densidade das cadeias *a posteriori* dos parâmetros de GEV das seguintes formas: distribuição GEV_E com *priori* não-informativa (APÊNDICE D) e com *priori* informativa (APÊNDICE E), distribuição GEV_{NEL} com *priori* não-informativa (APÊNDICE F) e com *priori* informativa (APÊNDICE G) e por último, distribuição GEV_{NENL} com *priori* não-informativa (APÊNDICE H) e com *priori* informativa (APÊNDICE I).

5 CONCLUSÕES

Os resultados encontrados permitem concluir que as funções lineares e não-lineares avaliadas foram adequadas para incorporar a tendência no parâmetro de posição da distribuição GEV, com resultados satisfatórios nas previsões dos valores de temperatura máxima mensal esperada em diferentes tempos de retorno.

A distribuição GEV_E com *priori* não informativa foi melhor ajustado para os meses de janeiro, fevereiro e março, agosto e com *priori* informativa setembro .

Nos meses de maio, junho e outubro foram ajustados com a distribuição GEV_{NEL} com *priori*, não informativa; e com informações nas *prioris* melhor se ajustou ao mês de abril.

A distribuição GEV_{NENL} com *priori* não informativa foi melhor ajustado na série no mês de dezembro, e com *priori* informativa nos meses de julho e novembro.

O fato de a variável estudada, a maioria dos meses, apresentarem tendências significativas indica que mudanças importantes estão ocorrendo, principalmente em relação à temperatura máxima.

A aplicação do método Bayesiano considerando *priori* não informativa e informativa permitiu concluir que as distribuições GEV estacionária e não estacionária podem ser utilizadas para se obter estimativas de temperatura máxima na cidade de Piracicaba-SP. A consideração da tendência de maneira não linear passa a ter importante impactos nas previsões.

Por meio desta análise compreende-se a evolução das séries de dados meteorológicos (temperatura máxima mensal) ao longo do tempo, identificando se esta variável apresenta tendência significativa. Assim, julga-se que estudos desse tipo podem contribuir para uma reflexão a respeito dos impactos ambientais em diversos setores da sociedade.

REFERÊNCIAS

- ALBERT, J. **Bayesian computation with R**. [S.l.]: Springer Science and Business Media, 2009.
- ALMEIDA, G. C. **Uma abordagem Bayesiana para a modelagem dos ventos máximos de Sorocaba-SP e Bauru-SP**. 2018. 72 f. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) — Instituto de Ciência Exatas. Universidade Federal de Alfenas, Alfenas -MG, 2018.
- BAYAZIT, M. Nonstationarity of hydrological records and recent trends in trend analysis: A state-of-the-art review. **Environmental Processes**, v. 2, n. 3, p. 527–542, Sep 2015. ISSN 2198-7505. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40710-015-0081-7>>. Acesso em: 15 Ago. 2019.
- BERLATO, M. A.; CORDEIRO, A. P. A. Sinais de mudanças climáticas globais e regionais, projeções para o século xxi e as tendências observadas no rio grande do sul: uma revisão. **Agrometeoros**, v. 25, n. 2, 2018. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.31062/agrom.v25i2.25884>>. Acesso em: 05 Jul. 2019.
- BERNOULLI, J. *et al.* Ars conjectandi, opus posthumum. **Ars conjectandi, opus posthumum**, Il Giardino di Archimede, 1713.
- BESAG, J. Discussion: Markov chains for exploring posterior distributions. **The Annals of Statistics**, Institute of Mathematical Statistics, v. 22, n. 4, p. 1734–1741, 1994. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2242479>>. Acesso em: 27 Julho. 2019.
- BOX, G. E.; TIAO, G. C. **Bayesian inference in statistical analysis**. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2011. v. 40.
- BRACKEN, C. *et al.* A bayesian hierarchical approach to multivariate nonstationary hydrologic frequency analysis. **Water Resources Research**, Wiley Online Library, v. 54, n. 1, p. 243–255, 2018.
- CARLO, M. C. M. stochastic simulation for bayesian inference. **CRC Texts in Statistical Science Series**, 2006.
- CARVALHO, D. T. d. **Abordagem bayesiana da isoterma de langmuir**. 2016. 77 f. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) — Instituto de Ciência Exatas. Universidade Federal de Alfenas, Alfenas -MG, 2016.
- COLES, S. **An introduction to statistical modeling of extreme values**. Berlin: Springer, 2001. 208 p. Disponível em: <<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-1-4471-3675-0.pdf>>. Acesso em: 25 Jul 2018.
- COLES, S. G.; POWELL, E. A. Bayesian methods in extreme value modelling: a review and new developments. **International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique**, JSTOR, p. 119–136, 1996. Disponível em: <<https://www.jstor.org/stable/1403426?seq=1#>>

[metadata_info_tab_contents](#)>. Acesso em: 10 Nov. 2018.

CONGDON, P. **Bayesian statistical modelling**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2007.

COOPERSMITH, E.; MINSKER, B. S.; SIVAPALAN, M. Patterns of regional hydroclimatic shifts: An analysis of changing hydrologic regimes. **Water Resources Research**, Wiley Online Library, v. 50, n. 3, p. 1960–1983, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/2012WR013320>>. Acesso em: 10 Dez. 2018.

COULIBALY, P.; BALDWIN, C. K. Nonstationary hydrological time series forecasting using nonlinear dynamic methods. **Journal of Hydrology**, Elsevier, v. 307, n. 1-4, p. 164–174, 2005.

CRAWLEY, M. J. **The R book**. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2012.

DAWKINS, R. **Deus, um delírio**. [S.l.]: Companhia das Letras, 2019.

DUFEK, A. S.; AMBRIZZI, T. Variabilidade climática da temperatura no estado de são paulo. **Anais. A meteorologia a serviço da sociedade**, 2006.

ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”, UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. ESALQ/USP. **Base de Dados Meteorológicos**, 2019. Disponível em: <<http://www.esalq.usp.br/departamentos/leb/descar.html>>. Acesso em: 01 Jan. 2019.

FANTE, K. P.; NETO, J. L. S. Mudanças nos padrões da temperatura do estado de são paulo/brasil nos últimos 50 anos. **Revista do Departamento de Geografia**, v. 33, p. 12–23, 2017.

FISHER, R. A.; TIPPETT, L. H. C. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. In: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**. [S.l.], 1928. v. 24, n. 2, p. 180–190.

GAMERMAN, D. **Simulação estocástica via cadeias de Markov**. [S.l.]: ABE, 1996.

GEWEKE, J. Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculations of posterior moments. **Bayesian statistics**, Oxford University Press, v. 4, p. 641–649, 1992.

GNEDENKO, B. Sur la distribution limite du terme maximum d’une serie aleatoire. **Annals of mathematics**, JSTOR, p. 423–453, 1943. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1968974?seq=1#metadata_info_tab_contents>. Acesso em: 16 Ago. 2018.

GOCIC, M.; TRAJKOVIC, S. Analysis of changes in meteorological variables using mann-kendall and sen’s slope estimator statistical tests in serbia. **Global and Planetary Change**, Elsevier, v. 100, p. 172–182, 2013. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921818112002032>>. Acesso em: 15 Mar. 2019.

HAMDI, Y.; DULUC, C.-M.; REBOUR, V. Temperature extremes: Estimation of non-stationary return levels and associated uncertainties. **Atmosphere**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 4, p. 129, 2018.

HANSEN, J. *et al.* Global climate changes as forecast by goddard institute for space studies three-dimensional model. **Journal of geophysical research: Atmospheres**, Wiley Online Library, v. 93, n. D8, p. 9341–9364, 1988. Disponível em: <<https://doi.org/10.1029/JD093iD08p09341>>.

_____. Global surface temperature change. **Reviews of Geophysics**, Wiley Online Library, v. 48, n. 4, 2010.

_____. Global temperature change. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Academy of Sciences, v. 103, n. 39, p. 14288–14293, 2006. ISSN 0027-8424. Disponível em: <<https://www.pnas.org/content/103/39/14288>>.

HASTINGS, W. K. Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. **Biometrika**, v. 57, n. 1, p. 97–109, 1970. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/biomet/57.1.97>>. Acesso em: 20 Dez. 2018.

HEIDELBERGER, P.; WELCH, P. D. Simulation run length control in the presence of an initial transient. **Operations Research**, v. 31, p. 97–109, 1983. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.31.6.1109>>. Acesso em: 02 Mai. 2018.

HOSKING, J. R. M.; WALLIS, J. R.; WOOD, E. F. Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability-weighted moments. **Technometrics**, Taylor & Francis Group, v. 27, n. 3, p. 251–261, 1985.

JAISWAL, R.; LOHANI, A.; TIWARI, H. Statistical analysis for change detection and trend assessment in climatological parameters. **Environmental Processes**, Springer, v. 2, n. 4, p. 729–749, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40710-015-0105-3>>. Acesso em: 05 Jul. 2018.

JEFFREYS, H. **Theory of Probability**. 3rd. ed. Oxford: Oxford University, 1961.

JENKINSON, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society**, Wiley Online Library, v. 81, n. 348, p. 158–171, 1955. Disponível em: <<https://rmets.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/qj.49708134804>>. Acesso em: 20 Jun. 2019.

KASS, R. E.; RAFTERY, A. E. Bayes factors. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor and Francis, v. 90, n. 430, p. 773–795, 1995. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1995.10476572>>. Acesso em: 07 Jun. 2019.

KENDALL, M. Rank correlation measures. **Charles Griffin, London**, v. 202, p. 15, 1975.

KÉRY, M. **Introduction to WinBUGS for ecologists: Bayesian approach to regression, ANOVA, mixed models and related analyses**. [S.l.]: Academic Press, 2010.

KÖPPEN, W.; GEIGER, R. *Klimate der erde*. gotha: Verlag justus perthes. **Wall-map**

150cmx200cm, 1928.

LEMOS, B. C. dos S. *et al.* Análise de tendência de mudanças climáticas para a região sul do estado de minas gerais no período de 1976 a 2006. **Revista Agrogeoambiental**, v. 10, n. 3, 2018.

LENSSEN, N. *et al.* Improvements in the gistemp uncertainty model. **J. Geophys. Res. Atmos.**, v. 124, n. 12, p. 6307–6326, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1029/2018JD029522>>. Acesso em: 15 Nov. 2019.

LIGGES, U. *et al.* **Package ‘R2OpenBUGS’**. 2017. Disponível em: <<https://cran.biodisk.org/web/packages/R2OpenBUGS/R2OpenBUGS.pdf>>. Acesso em: 05 Abr. 2018.

LIMA, T. W. d. **Algoritmos evolutivos para predição de estruturas de proteínas**. 2006. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-30092006-110850/en.php>>. Acesso em: 10 Dez. 2018.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, Oxford University Press, v. 65, n. 2, p. 297–303, 1978.

MALLAKPOUR, I.; VILLARINI, G. A simulation study to examine the sensitivity of the pettitt test to detect abrupt changes in mean. **Hydrological Sciences Journal**, Taylor and Francis, v. 61, n. 2, p. 245–254, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/02626667.2015.1008482>>. Acesso em: 10 Set. 2019.

MANN, H. Non-parametric tests against trend. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, v. 13. pr, v. 246, 1945.

METROPOLIS, N. *et al.* Equation of state calculations by fast computing machines. **The journal of chemical physics**, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1699114>>. Acesso em: 16 Ago. 2019.

MISES, R. v. La distribution de la plus grande de n valeurs. **American Mathematical Society**, Selected Papers, v. 2, p. 271–294, 1954.

MORGAN, A. D. **Formal logic: or, the calculus of inference, necessary and probable**. [S.l.]: Taylor and Walton, 1847.

NASCIMENTO, F. **Abordagem Bayesiana Não-paramétrica para Análise de Valores Extremos**. 2009. Tese (Doutorado) — Ph. D. Thesis. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

NOGUEIRA, D.; SÁFADI, T.; FERREIRA, D. Avaliação de critérios de convergência para o método de monte carlo via cadeias de markov. **Revista Brasileira de Estatística**, IBGE, v. 65, n. 224, 2004.

NTZOUFRAS, I. **Bayesian modeling using WinBUGS**. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2011.

PALÁCIOS, M.; CÂMARA, V. d. M.; JESUS, I. M. d. Considerações sobre a epidemiologia no campo de práticas de saúde ambiental. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, Geral de Desenvolvimento da Epidemiologia em Serviços/Secretaria de . . . , v. 13, n. 2, p. 103–113, 2004. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5123/S1679-49742004000200004>>. Acesso em: 15 Set. 2018.

PAOLA, F. D. *et al.* Gev parameter estimation and stationary vs. non-stationary analysis of extreme rainfall in african test cities. **Hydrology**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 5, n. 2, p. 28, 2018.

PAPALEXIOU, S. M.; KOUTSOYIANNIS, D. Battle of extreme value distributions: A global survey on extreme daily rainfall. **Water Resources Research**, Wiley Online Library, v. 49, n. 1, p. 187–201, 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1029/2012WR012557>>. Acesso em: 05 Jul. 2019.

PAULINO, C. D. *et al.* Estatística bayesiana. **Fundação Calouste Gulbenkian**, Lisboa–Portugal, 2003.

PETTITT, A. A non-parametric approach to the change-point problem. **Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)**, Wiley Online Library, v. 28, n. 2, p. 126–135, 1979. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/2346729>>. Acesso em: 10 Set. 2019.

PLUMMER, M. *et al.* Coda: convergence diagnosis and output analysis for mcmc. **R news**, v. 6, n. 1, p. 7–11, 2006.

PRUDENTE, A. A. **Modelos não-lineares de regressão: Alguns aspectos de teoria assintótica**. 2009.

PUZA, B. **Bayesian Methods for Statistical Analysis**. [S.l.]: ANU Press, 2015.

RAFTERY, A. E.; LEWIS, S. **How many iterations in the gibbs sampler?** JM Bernardo, MJ Bayarri, JO Berger, AP Dawid, AFM Smith, eds., **BAYESIAN STATISTICS**, vol. 4. [S.l.]: Oxford University Press, 1992.

RAFTERY, A. E.; LEWIS, S. M. [practical markov chain monte carlo]: comment: one long run with diagnostics: implementation strategies for markov chain monte carlo. **Statistical science**, JSTOR, v. 7, n. 4, p. 493–497, 1992.

RAIMUNDO, C. d. C.; SANSINGOLO, C. A.; MOLIN, L. C. B. Tendências das classes de precipitação na região metropolitana de são paulo. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 29, n. 3, p. 397–408, 2014.

ROBERTH, C. **The Bayesian choice: from decision-theoretic foundations to computational implementation**. Paris: Springer Science and Business Media, 2007.

ROSSATO, M. S. **Os climas do Rio Grande do Sul: variabilidade, tendências e tipologia**. 2011. 240 f. Tese (Doutor em Geografia) — Universidade Federal rio Grande do Sul. Instituto de Geociências, Porto Alegre, RS - BR, 2011. Disponível em:

<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/32620>. Acesso em: 02 Out. 2018.

ROSSI, R. M. Introdução aos métodos bayesianos na análise de dados zootécnicos com uso do winbugs e r. **Eduem: Maringá**, 2011.

SAGARIKA, S.; KALRA, A.; AHMAD, S. Evaluating the effect of persistence on long-term trends and analyzing step changes in streamflows of the continental united states. **Journal of Hydrology**, Elsevier, v. 517, p. 36–53, 2014.

SALVIANO, M.; GROppo, J.; PELLEGRINO, G. Análise de tendências em dados de precipitação e temperatura no brasil. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 31, n. 1, p. 64–73, 2016.

SILVA, F. *et al.* Abordagem bayesiana da curva de lactação de cabras saanen de primeira e segunda ordem de parto. **Pesquisa agropecuária brasileira**, Embrapa Informação Tecnológica Pesquisa Agropecuária Brasileira, 2005.

SILVA, M. I.; GUIMARÃES, E. C.; TAVARES, M. Previsão da temperatura média mensal de Uberlândia, MG, com modelos de séries temporais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 12, n. 5, p. 480–485, 2008.

SMITH, R. L. Maximum likelihood estimation in a class of nonregular cases. **Biometrika**, Oxford University Press, v. 72, n. 1, p. 67–90, 1985.

SPIEGELHALTER, D. J. *et al.* Bayesian measures of model complexity and fit. **Journal of the royal statistical society: Series b (statistical methodology)**, v. 64, n. 4, p. 583–639, 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/1467-9868.00353>. Acesso em: 10 Mai. 2018.

STONE, J. V. **Bayes' rule: A tutorial introduction to Bayesian analysis**. [S.l.]: Sebtel Press, 2013.

TEAM, R. C. R: a language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Austria. **www. R-project. org**, 2017. Disponível em: <https://cran.r-project.org>. Acesso em: 02 Mai. 2018.

THOMAS, A.; O'HARA, R. B. **OpenBUGS**. 2004. Disponível em: <http://www.openbugs.net/w/Downloads%3E>. Acesso em: 10 Ago. 2019.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”- UNESP. Campus de jaboticabal. **Estação Agroclimatológica**. Disponível em: http://jaguar.fcav.unesp.br/portal_agromet/int_conteudo_sem_img.php?conteudo=368. Acesso em: 10 Abr. 2019.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”- UNESP. Campus de jaboticabal. **Estação Agroclimatológica**. Disponível em: <https://www.fcav.unesp.br/#!/estacao-agroclimatologica/dados/estacao-convencional/>. Acesso em: 10 Abr. 2019.

VOLPE-FILIK, A.; SILVA, L. F. da; LIMA, A. M. L. P. Avaliação da arborização de ruas do

bairro são dimas na cidade de piracicaba/sp através de parâmetros qualitativos. **Revista da Sociedade Brasileira de Arborização Urbana**, v. 2, n. 1, p. 34–43, 2019. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/revsbau/article/view/66234/38111>. Acesso em: 20 Set. 2018.

WETZELS, R.; WAGENMAKERS, E.-J. A default bayesian hypothesis test for correlations and partial correlations. **Psychonomic Bulletin and Review**, v. 19, n. 6, p. 1057–1064, Dec 2012. ISSN 1531-5320. Disponível em: <https://doi.org/10.3758/s13423-012-0295-x>. Acesso em: 10 Dez. 2019.

YUE, S.; PILON, P.; CAVADIAS, G. Power of the mann–kendall and spearman’s rho tests for detecting monotonic trends in hydrological series. **Journal of hydrology**, Elsevier, v. 259, n. 1-4, p. 254–271, 2002. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169401005947>. Acesso em: 06 Set. 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Estimativas esperadas (Níveis de retorno) em tempos de retorno de 5, 10, 15 e 20 anos com a distribuição GEV_E

Tabela 21 – Temperatura máxima esperada (Nr) em um tempo de retorno (Tr) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa com a distribuição GEV_E em Piracicaba-SP

(continua)

MÊS	Tr	PRIORI NÃO INFORMATIVA				PRIORI INFORMATIVA			
		Nr	HPD _{95%}		Precisão	Nr	HPD _{95%}		Precisão
			LI	LS			LI	LS	
JAN	5 anos	35,73	34,84	36,62	1,78	35,22	34,70	35,73	1,03
	10 anos	36,50	35,44	37,76	2,32	35,95	35,31	36,63	1,32
	15 anos	36,88	35,70	38,48	2,78	36,31	35,59	37,16	1,57
	20 anos	37,13	35,86	39,01	3,15	36,55	35,74	37,51	1,77
FEV.	5 anos	35,64	35,13	36,11	0,98	35,37	34,98	35,73	0,75
	10 anos	36,05	35,56	36,55	0,99	35,84	35,45	36,25	0,80
	15 anos	36,22	35,74	36,76	1,02	36,04	35,63	36,48	0,85
	20 anos	36,31	35,84	36,89	1,05	36,16	35,77	36,66	0,89
MAR.	5 anos	34,97	34,06	35,94	1,88	34,63	34,20	35,01	0,81
	10 anos	35,91	34,56	37,67	3,11	35,26	34,74	35,80	1,06
	15 anos	36,49	34,84	38,97	4,13	35,61	35,00	36,25	1,25
	20 anos	36,94	35,02	40,03	5,01	35,84	35,14	36,55	1,41
ABR.	5 anos	33,37	32,84	33,85	1,01	33,04	32,67	33,40	0,73
	10 anos	33,80	33,24	34,41	1,17	33,60	33,07	34,16	1,09
	15 anos	34,01	33,42	34,73	1,31	33,90	33,27	34,63	1,36
	20 anos	34,13	33,52	34,93	1,41	34,10	33,38	34,96	1,58
MAI.	5 anos	31,53	30,80	32,30	1,50	31,37	31,06	31,65	0,59
	10 anos	32,26	31,23	33,62	2,39	31,79	31,43	32,12	0,69
	15 anos	32,69	31,44	34,57	3,13	32,00	31,64	32,40	0,76
	20 anos	33,01	31,57	35,33	3,76	32,14	31,75	32,57	0,77
JUN.	5 anos	30,35	29,71	31,02	1,31	30,29	29,99	30,58	0,59
	10 anos	30,97	30,12	32,12	2,00	30,69	30,35	31,08	0,73
	15 anos	31,33	30,28	32,86	2,58	30,89	30,50	31,33	0,83
	20 anos	31,59	30,39	33,47	3,08	31,02	30,59	31,50	0,91

Tabela 21 – Temperatura máxima esperada (Nr) em um tempo de retorno (Tr) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa, com a distribuição GEV_E em Piracicaba-SP

(conclusão)

MÊS	Tr	PRIORI NÃO INFORMATIVA				PRIORI INFOMATIVA			
		Nr	HPD _{95%}		Precisão	Nr	HPD _{95%}		Precisão
			LI	LS			LI	LS	
JUL.	5 anos	31,30	30,82	31,73	0,91	31,09	30,75	31,38	0,63
	10 anos	31,68	31,23	32,16	0,93	31,49	31,13	31,88	0,75
	15 anos	31,84	31,35	32,33	0,98	31,68	31,30	32,15	0,85
	20 anos	31,93	31,46	32,48	1,02	31,79	31,38	32,30	0,92
AGO.	5 anos	34,12	33,36	34,86	1,50	33,87	33,40	34,34	0,94
	10 anos	34,77	33,88	35,79	1,91	34,46	33,88	35,08	1,20
	15 anos	35,09	34,11	36,36	2,25	34,77	34,13	35,54	1,41
	20 anos	35,30	34,27	36,80	2,53	34,98	34,24	35,83	1,59
SET.	5 anos	36,10	34,89	37,32	2,43	36,13	35,42	36,80	1,53
	10 anos	37,18	35,77	38,91	3,14	36,98	36,18	37,83	1,65
	15 anos	37,72	36,07	39,79	3,72	37,39	36,52	38,37	1,85
	20 anos	38,09	36,35	40,53	4,18	37,65	36,72	38,72	2,00
OUT.	5 anos	36,44	35,63	37,24	1,61	36,35	35,74	36,93	1,19
	10 anos	37,15	36,20	38,30	2,10	37,05	36,34	37,88	1,54
	15 anos	37,51	36,42	38,92	2,50	37,40	36,59	38,39	1,80
	20 anos	37,75	36,58	39,41	2,83	37,62	36,72	38,72	2,00
NOV.	5 anos	36,93	35,63	38,37	2,74	36,48	35,69	37,23	1,54
	10 anos	38,27	36,43	40,54	4,11	37,61	36,50	38,80	2,30
	15 anos	39,04	36,84	42,03	6,19	38,24	36,92	39,80	2,88
	20 anos	39,59	37,09	43,18	6,09	38,69	37,17	40,54	3,37
DEZ.	5 anos	35,12	34,39	35,82	1,43	34,80	34,34	35,26	0,92
	10 anos	35,75	34,93	36,65	1,72	35,41	34,85	35,98	1,13
	15 anos	36,05	35,1300	37,08	1,95	35,71	35,09	36,38	1,29
	20 anos	36,25	35,3100	37,44	2,13	35,90	35,24	36,66	1,42

Fonte: Do autor.

APÊNDICE B - Estimativas esperadas (Níveis de retorno) em tempos de retorno de 5, 10, 15 e 20 anos com a distribuição GEV_{NEL}

Tabela 22 – Temperatura máxima esperada (Nr) em um tempo de retorno (Tr) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa, com a distribuição GEV_{NEL} em Piracicaba-SP

(continua)

MÊS	Tr	PRIORI NÃO INFORMATIVA				PRIORI INFROMATIVA			
		Nr	HPD _{95%}		Precisão	Nr	HPD _{95%}		Precisão
			LI	LS			LI	LS	
JAN.	5 anos	36,71	34,62	38,83	4,21	36,51	35,21	37,74	2,53
	10 anos	37,88	34,88	40,80	5,92	37,69	35,97	39,23	3,26
	15 anos	38,64	34,77	42,29	7,52	38,50	36,42	40,39	3,97
	20 anos	39,26	34,49	43,55	9,06	39,19	36,70	41,36	4,66
FEV.	5 anos	35,81	34,53	37,25	2,72	35,58	34,70	36,33	1,63
	10 anos	36,27	34,68	38,13	3,45	35,99	34,93	36,87	1,94
	15 anos	36,49	34,50	38,73	4,23	36,16	34,89	37,18	2,29
	20 anos	36,63	34,20	39,23	5,03	36,25	34,84	37,48	2,64
MAR.	5 anos	34,99	33,38	36,60	3,22	34,79	33,63	35,85	2,22
	10 anos	35,91	33,49	38,34	4,85	35,46	33,95	36,82	2,87
	15 anos	36,45	33,34	39,73	6,39	35,83	33,99	37,48	3,49
	20 anos	36,88	32,95	40,80	7,85	36,09	33,98	38,07	4,09
ABR.	5 anos	34,71	33,42	36,15	2,73	33,76	33,02	34,40	1,38
	10 anos	35,43	33,88	37,20	3,32	34,47	33,52	35,29	1,77
	15 anos	35,98	34,09	38,11	4,02	34,94	33,84	35,98	2,14
	20 anos	36,49	34,26	39,01	4,75	35,33	34,03	36,51	2,48
MAI.	5 anos	31,98	30,82	33,16	2,34	31,75	31,17	32,41	1,24
	10 anos	32,81	31,19	34,55	3,36	32,26	31,53	33,00	1,47
	15 anos	33,36	31,23	35,55	4,32	32,56	31,75	33,44	1,69
	20 anos	33,79	31,25	36,48	5,23	32,79	31,84	33,76	1,92
JUN.	5 anos	31,20	30,19	32,18	1,99	30,90	30,16	31,58	1,42
	10 anos	31,99	30,67	33,30	2,63	31,47	30,53	32,30	1,78
	15 anos	32,58	30,98	34,22	3,24	31,85	30,76	32,87	2,11
	20 anos	33,08	31,17	35,00	3,83	32,16	30,92	33,37	2,45

Tabela 22 – Temperatura máxima esperada (Nr) em um tempo de retorno (Tr) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa, com a distribuição GEV_{NEL} em Piracicaba-SP

(conclusão)

MÊS	Tr	PRIORI NÃO INFORMATIVA				PRIORI INFROMATIVA			
		Nr	HPD _{95%}		Precisão	Nr	HPD _{95%}		Precisão
			LI	LS			LI	LS	
JUL.	5 anos	31,41	30,11	32,89	2,78	31,42	30,42	32,41	1,99
	10 anos	31,81	30,02	33,73	3,71	31,89	30,67	33,11	2,44
	15 anos	31,99	29,75	34,37	4,62	32,16	30,67	33,58	2,91
	20 anos	32,11	29,46	34,97	5,51	32,35	30,67	34,05	3,38
AGO.	5 anos	34,82	33,11	36,62	3,51	34,08	33,24	35,01	1,77
	10 anos	35,80	33,31	38,32	5,01	34,56	33,53	35,71	2,18
	15 anos	36,41	33,21	39,61	6,40	34,76	33,59	36,16	2,57
	20 anos	36,89	33,09	40,80	7,71	34,87	33,46	36,40	2,94
SET.	5 anos	37,81	35,39	40,16	4,77	36,84	35,02	38,58	3,56
	10 anos	39,61	36,27	43,12	6,85	37,90	35,70	40,05	4,35
	15 anos	40,86	36,58	45,37	8,79	38,52	35,92	41,08	5,16
	20 anos	41,90	36,57	47,18	10,61	38,99	35,99	41,97	5,98
OUT.	5 anos	37,72	36,09	39,26	3,17	37,69	36,34	39,05	2,71
	10 anos	38,63	36,72	40,57	3,85	38,68	37,02	40,33	3,31
	15 anos	39,27	37,02	41,66	4,64	39,38	37,42	41,37	3,95
	20 anos	39,82	37,14	42,60	5,46	39,98	37,68	42,29	4,61
NOV.	5 anos	38,69	36,70	40,79	4,09	37,58	36,39	38,61	2,22
	10 anos	40,60	37,78	43,65	5,87	38,92	37,34	40,36	3,02
	15 anos	42,02	38,36	45,87	7,51	39,83	37,85	41,60	3,75
	20 anos	43,23	38,92	47,98	9,06	40,58	38,34	42,76	4,42
DEZ.	5 anos	37,01	35,61	38,44	2,83	36,56	35,34	37,58	2,24
	10 anos	38,46	36,34	40,55	4,21	37,67	36,11	39,05	2,94
	15 anos	39,59	36,88	42,33	5,45	38,48	36,59	40,19	3,60
	20 anos	40,59	37,34	43,96	6,62	39,20	36,93	41,16	4,23

Fonte: Do autor.

APÊNDICE C - Estimativas esperadas (Níveis de retorno) em tempos de retorno de 5, 10, 15 e 20 anos com a distribuição GEV_{NENL}

Tabela 23 – Temperatura máxima esperada (Nr) em um tempo de retorno (Tr) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa, com a distribuição GEV_{NENL} em Piracicaba-SP

(continua)

MÊS	Tr	PRIORI NÃO INFORMATIVA				PRIORI INFROMATIVA			
		Nr	HPD _{95%}		Precisão	Nr	HPD _{95%}		Precisão
			LI	LS			LI	LS	
JAN.	5 anos	36,17	35,06	37,40	2,34	35,97	35,13	36,79	1,66
	10 anos	37,14	35,67	38,91	3,24	36,78	35,81	37,87	2,06
	15 anos	37,68	35,95	39,94	3,99	37,22	36,08	38,48	2,40
	20 anos	38,06	36,09	40,72	4,63	37,51	36,24	38,93	2,69
FEV.	5 anos	35,52	34,77	36,24	1,47	35,29	34,74	35,86	1,12
	10 anos	35,92	35,19	36,73	1,58	35,72	35,13	36,33	1,20
	15 anos	36,09	35,34	36,98	1,64	35,91	35,27	36,57	1,30
	20 anos	36,18	35,42	37,16	1,74	36,01	35,35	36,73	1,38
MAR.	5 anos	35,05	34,02	36,12	2,10	34,85	34,21	35,47	1,26
	10 anos	35,96	34,52	37,72	3,20	35,56	34,75	36,36	1,61
	15 anos	36,52	34,74	38,90	4,16	35,94	35,02	36,91	1,89
	20 anos	36,94	34,85	39,86	4,01	36,21	35,18	37,30	2,12
ABR.	5 anos	33,63	32,99	34,30	1,31	33,43	32,87	33,98	1,11
	10 anos	34,01	33,32	34,72	1,40	34,00	33,27	34,86	1,59
	15 anos	34,19	33,48	35,01	1,53	34,33	33,45	35,43	1,98
	20 anos	34,30	33,57	35,22	1,65	34,55	33,56	35,87	2,31
MAI.	5 anos	31,64	30,96	32,37	1,41	31,58	31,09	32,05	0,96
	10 anos	32,26	31,37	33,37	2,00	32,01	31,51	32,54	1,03
	15 anos	32,61	31,55	34,04	2,49	32,23	31,69	32,79	1,10
	20 anos	32,87	31,69	34,60	2,91	32,36	31,82	32,98	1,16
JUN.	5 anos	30,59	29,97	31,22	1,25	30,50	30,06	30,90	0,84
	10 anos	31,05	30,32	31,88	1,56	30,90	30,42	31,40	0,92
	15 anos	31,39	30,48	32,30	1,82	31,10	30,59	31,68	1,09
	20 anos	31,47	30,57	32,62	2,05	31,23	30,67	31,86	1,19

Tabela 23 – Temperatura máxima esperada (Nr) em um tempo de retorno (Tr) de 5, 10, 15, e 20 anos com seus respectivos intervalos (HPD) obtidas pelo método Bayesiana com priori não-informativa e informativa, com a distribuição GEV_{NENL} em Piracicaba-SP

(conclusão)

MÊS	Tr	PRIORI NÃO INFORMATIVA				PRIORI INFROMATIVA			
		Nr	HPD _{95%}		Precisão	Nr	HPD _{95%}		Precisão
			LI	LS			LI	LS	
JUL.	5 anos	31,60	29,71	33,44	3,63	31,73	30,85	32,58	1,73
	10 anos	31,99	29,57	34,33	4,76	32,20	31,24	33,19	1,95
	15 anos	32,15	29,35	34,91	5,56	32,42	31,35	33,48	2,13
	20 anos	32,23	28,95	35,15	6,20	32,57	31,46	33,72	2,26
AGO.	5 anos	34,11	33,34	35,05	1,71	34,38	33,60	35,16	1,56
	10 anos	34,66	33,76	36,10	2,34	35,10	34,13	36,07	1,94
	15 anos	34,928	33,85	36,76	2,34	35,46	34,33	36,58	2,00
	20 anos	35,10	33,96	37,35	3,39	35,70	34,44	36,94	2,50
SET.	5 anos	36,90	35,26	38,76	3,50	36,78	35,64	37,93	2,29
	10 anos	38,01	36,06	40,41	4,35	37,70	36,42	39,00	2,58
	15 anos	38,61	36,39	41,48	5,09	38,14	36,80	39,61	2,81
	20 anos	39,01	36,60	42,33	5,73	38,42	36,98	39,98	3,00
OUT.	5 anos	36,90	35,86	38,01	2,15	36,55	35,89	37,25	1,36
	10 anos	37,51	36,41	38,73	2,32	37,27	36,42	38,29	1,87
	15 anos	37,81	36,70	39,23	2,53	37,64	36,63	38,87	2,24
	20 anos	38,01	36,81	39,55	2,74	37,87	36,81	39,33	2,52
NOV.	5 anos	37,37	36,06	38,80	2,74	37,30	36,28	38,32	2,04
	10 anos	38,62	36,69	40,91	4,22	38,33	37,06	39,73	2,67
	15 anos	39,41	37,06	42,57	5,51	38,92	37,46	40,67	3,21
	20 anos	40,01	37,35	44,00	6,65	39,34	37,65	41,33	3,68
DEZ.	5 anos	35,91	34,77	37,19	2,42	35,62	34,90	36,39	1,49
	10 anos	36,96	35,17	39,23	4,06	36,30	35,35	37,33	1,98
	15 anos	37,68	35,38	41,00	5,62	36,67	35,56	37,93	2,37
	20 anos	38,28	35,49	42,58	7,09	36,93	35,70	38,38	2,68

Fonte: Do autor.

Tabela 24 – Resumo dos critérios de convergência dos tempos de retorno de 5, 10, 15 e 20 anos nas três distribuições avaliados.

Priori	Critérios	GEV_E		GEV_{NEL}		GEV_{NENL}	
		Min	Max	Min	Max	Min	Min
NÃO INFORMATIVA	RL	0,997	1,130	0,999	1,050	0,995	1,110
	$ ZG $	0,040	1,950	0,003	1,907	0,022	1,919
	HW	0,069	0,978	0,084	0,998	0,062	0,964
INFORMATIVA	RL	1,000	1,160	0,993	1,080	0,998	1,110
	$ ZG $	0,037	1,508	0,017	1,836	0,025	1,937
	HW	0,051	0,932	0,091	0,998	0,097	0,980

Fonte: Do autor.

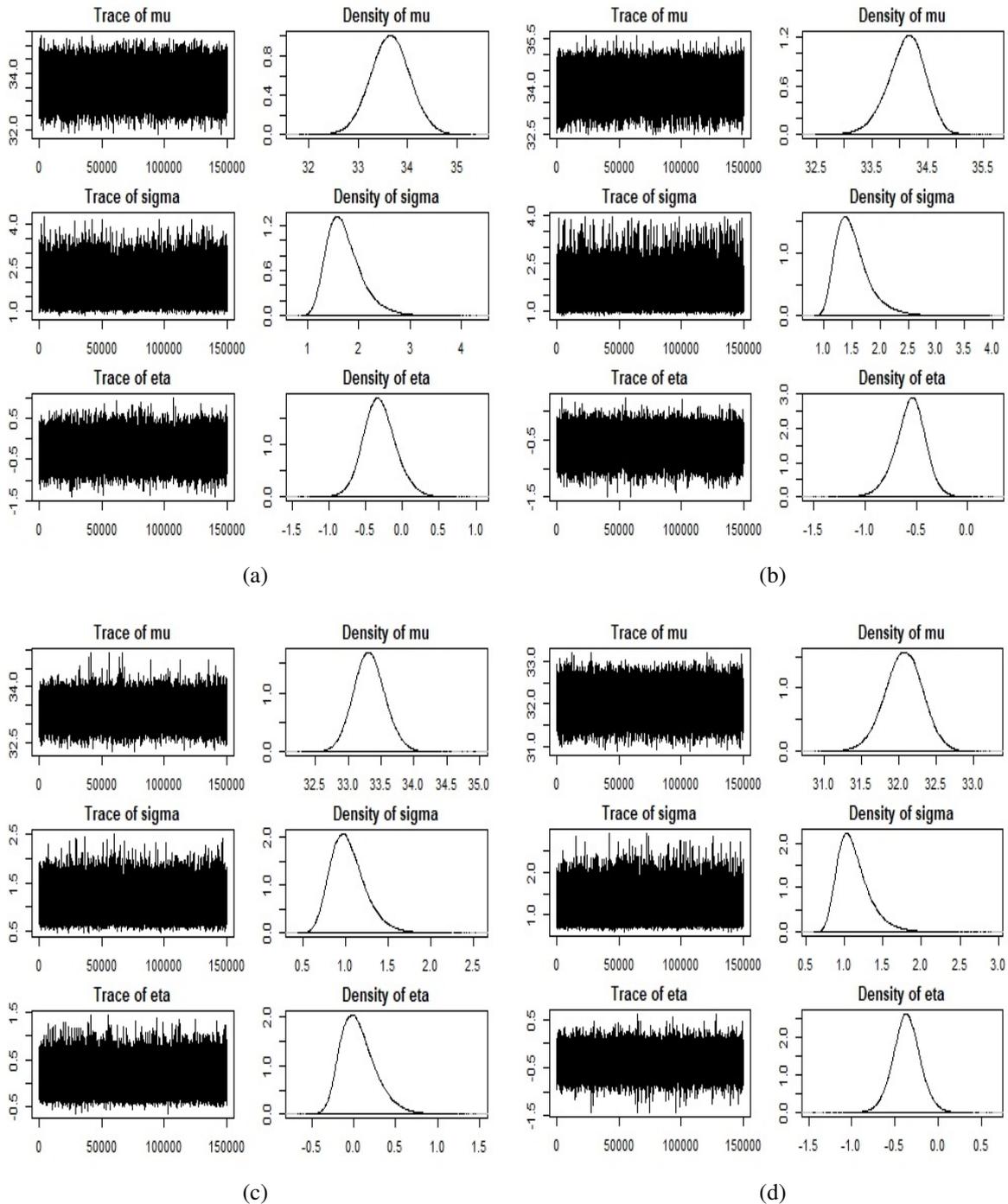
Tabela 25 – Temperaturas máximas mensais ($^{\circ}C$) ocorridas (x_o) em 5, 10, 15 e 20 anos desde 1998 a 2017, em Piracicaba-SP

Mês	5 anos	10 anos	15 anos	20 anos
	x_o	x_o	x_o	x_o
Janeiro	36,40	36,50	36,50	37,00
Fevereiro	34,60	36,80	36,80	37,70
Março	34,60	36,30	36,30	36,80
Abril	34,40	34,80	34,80	34,80
Maiο	32,60	32,80	32,80	33,60
Junho	31,40	32,80	32,80	32,80
Julho	31,20	33,00	33,00	33,00
Agosto	33,50	35,00	35,00	36,00
Setembro	35,70	37,50	37,50	37,80
Outubro	38,40	38,40	38,40	38,60
Novembro	35,40	36,90	36,90	37,00
Dezembro	36,20	36,60	37,20	38,70

Fonte: Do autor.

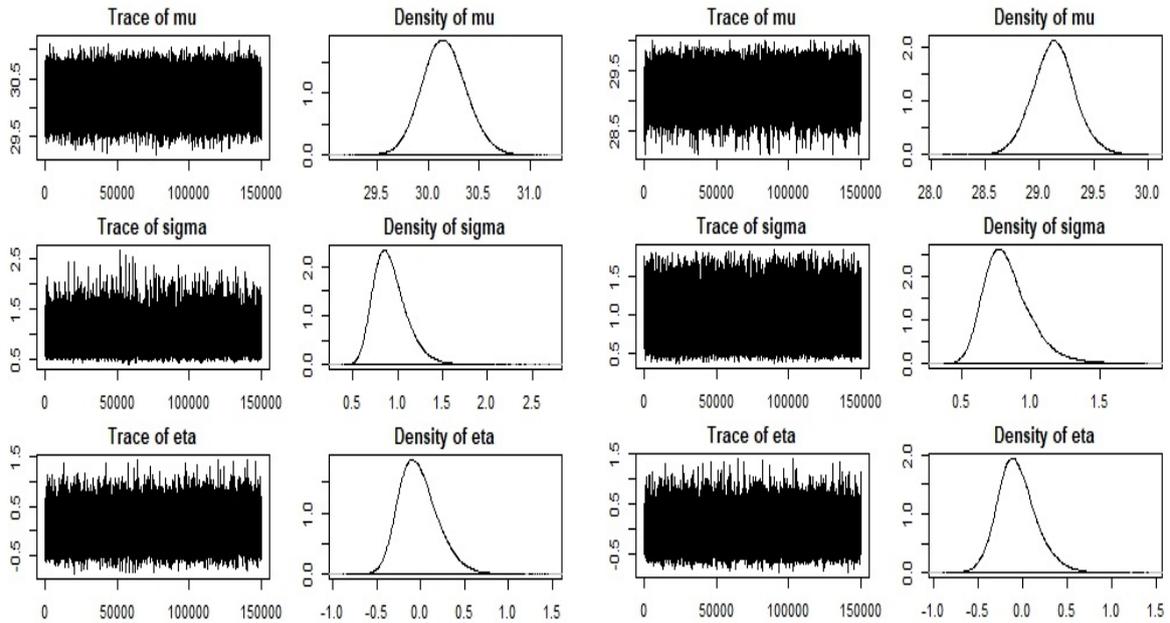
APÊNDICE D - Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E , com priori não informativa e modelo 1

Figura 12 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e abril (d).



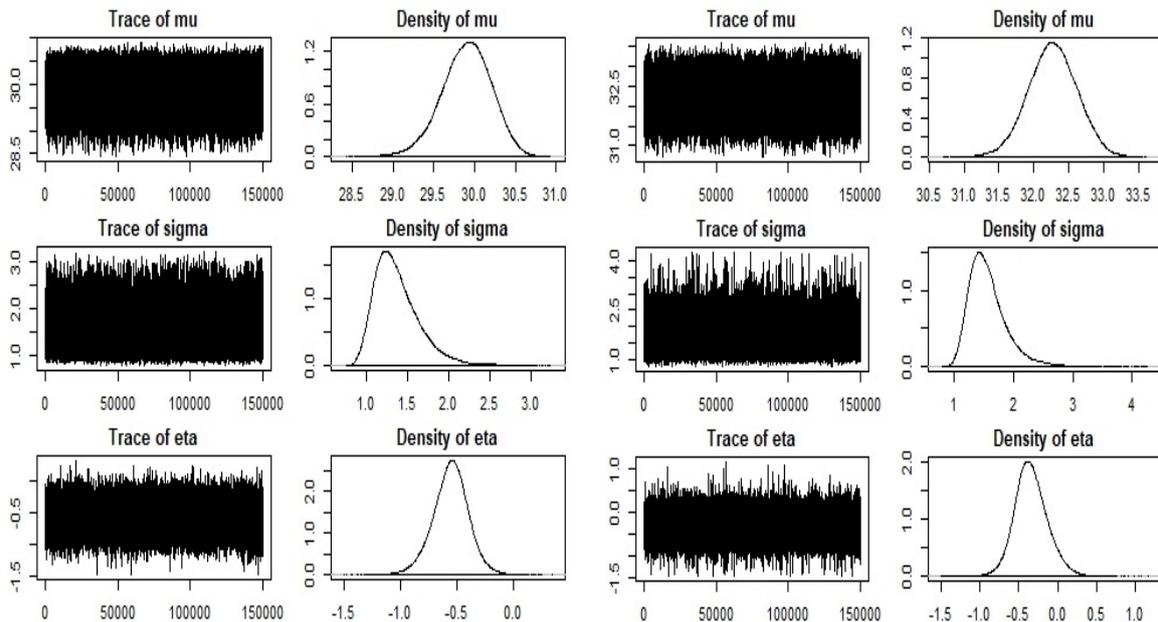
Fonte: Do autor.

Figura 13 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ , σ , ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).



(a)

(b)

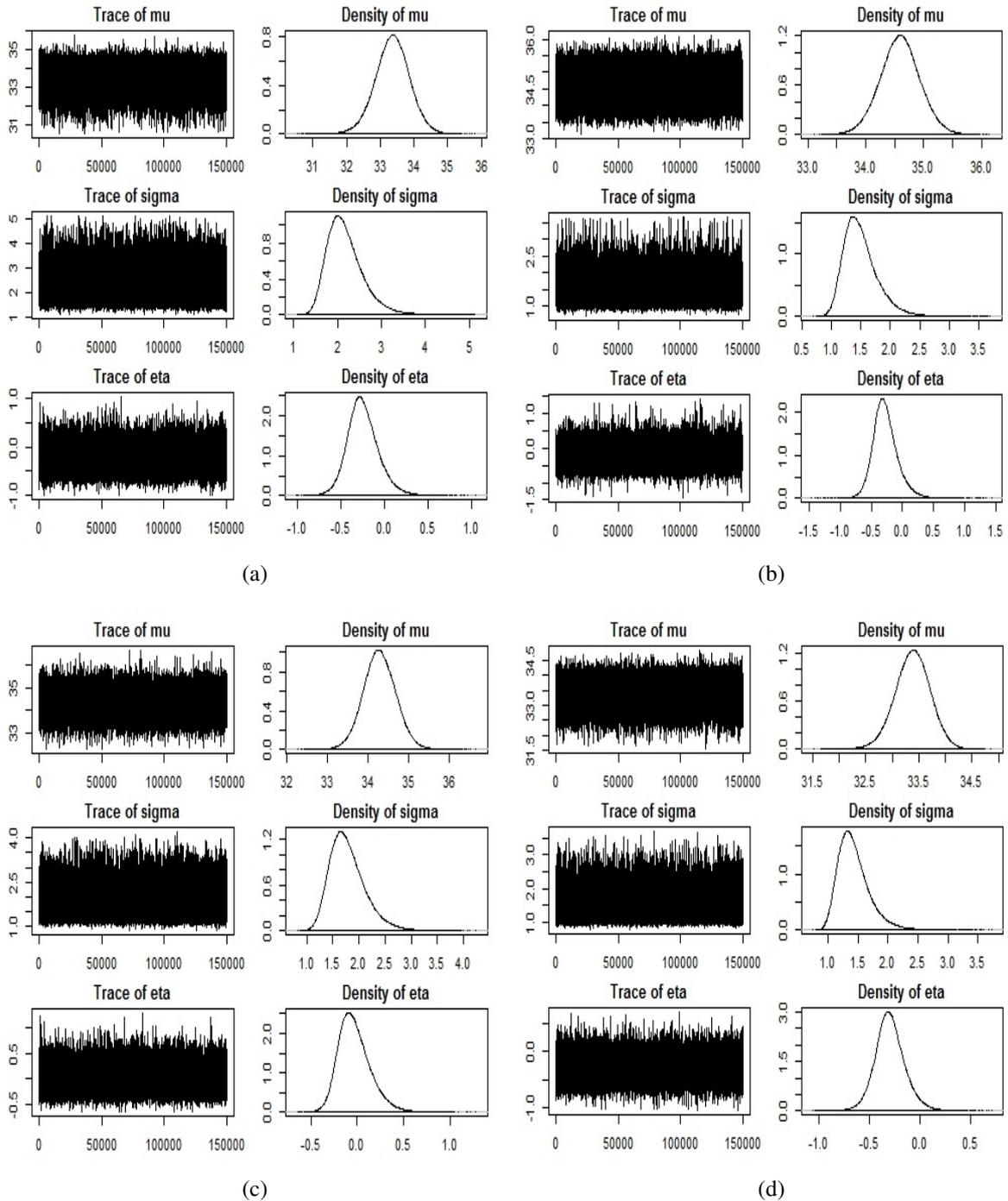


(c)

(d)

Fonte: Do autor.

Figura 14 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ , σ , ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).

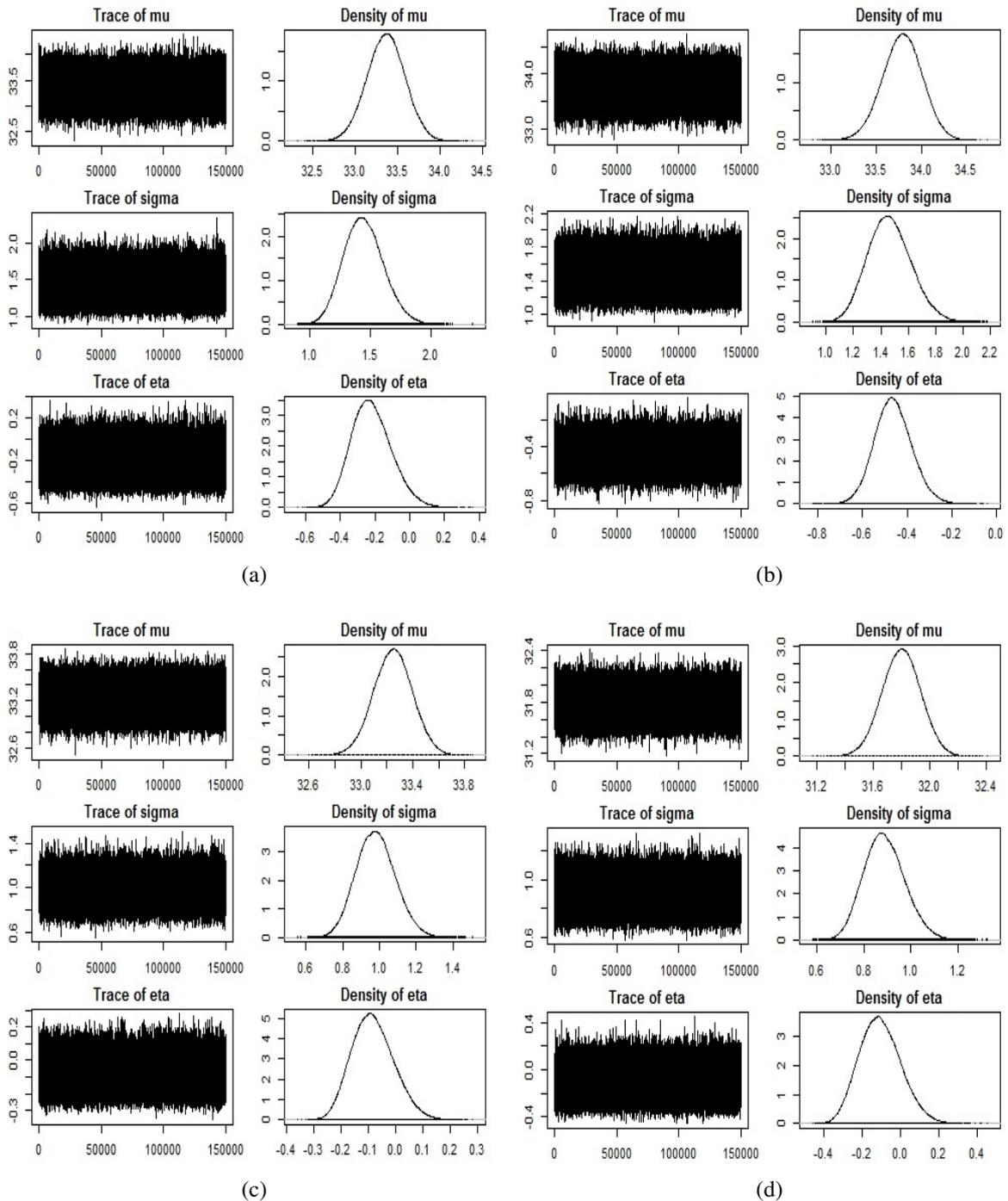


Fonte: Do autor.

APÊNDICE E - Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros

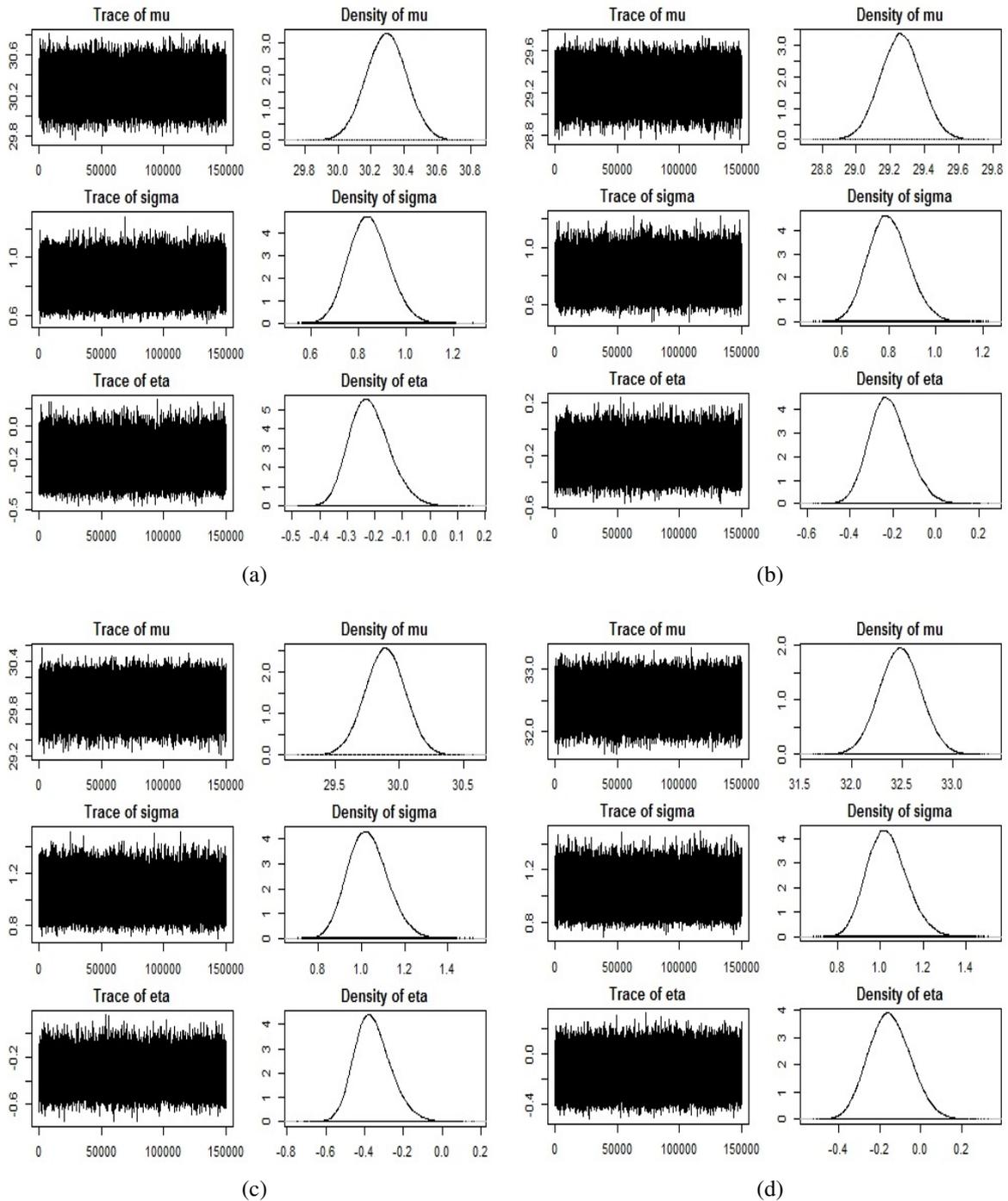
μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E , com priori informativa

Figura 15 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e abril (d).



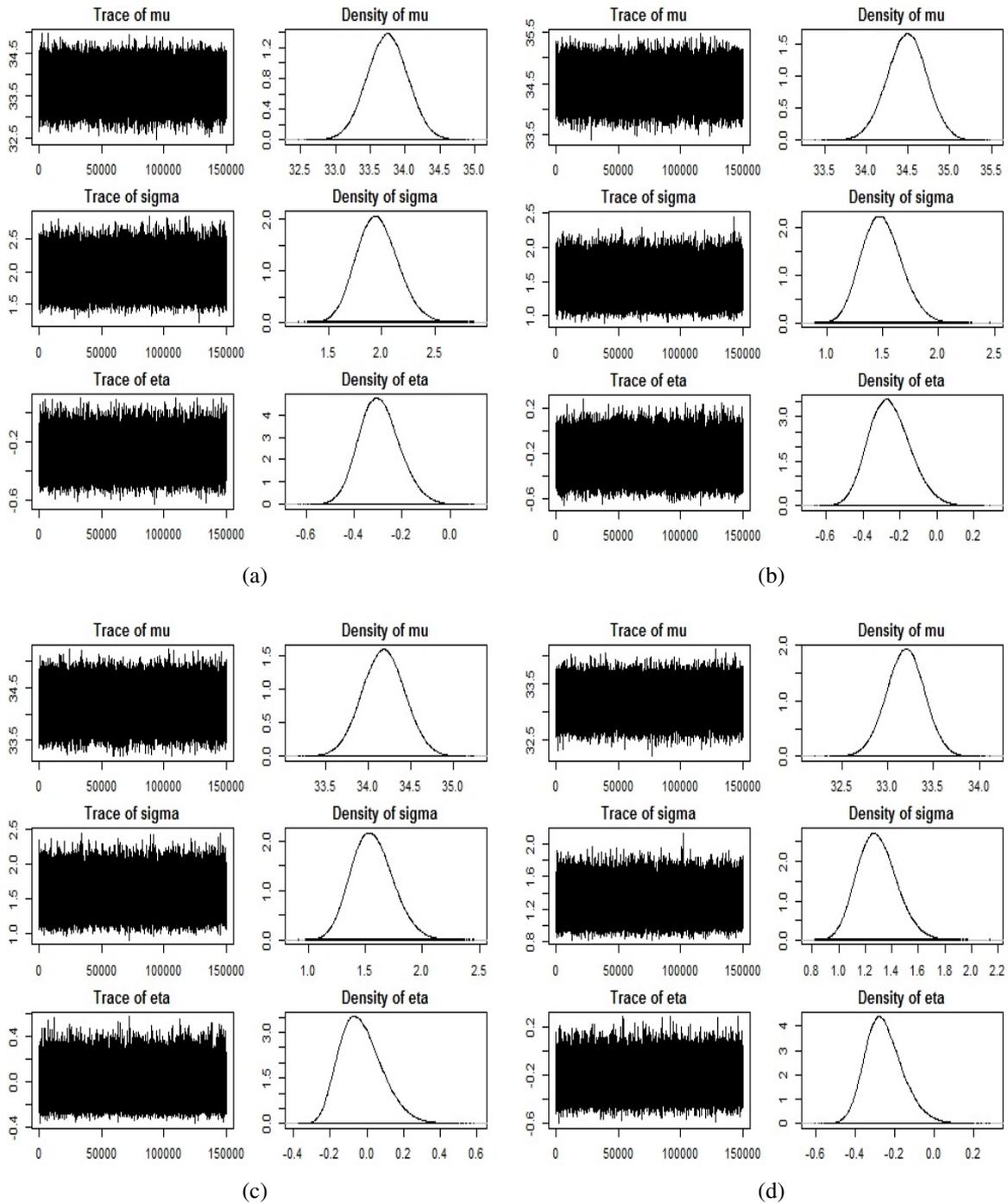
Fonte: Do autor.

Figura 16 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ , σ , ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).



Fonte: Do autor.

Figura 17 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ , σ , ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_E aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).

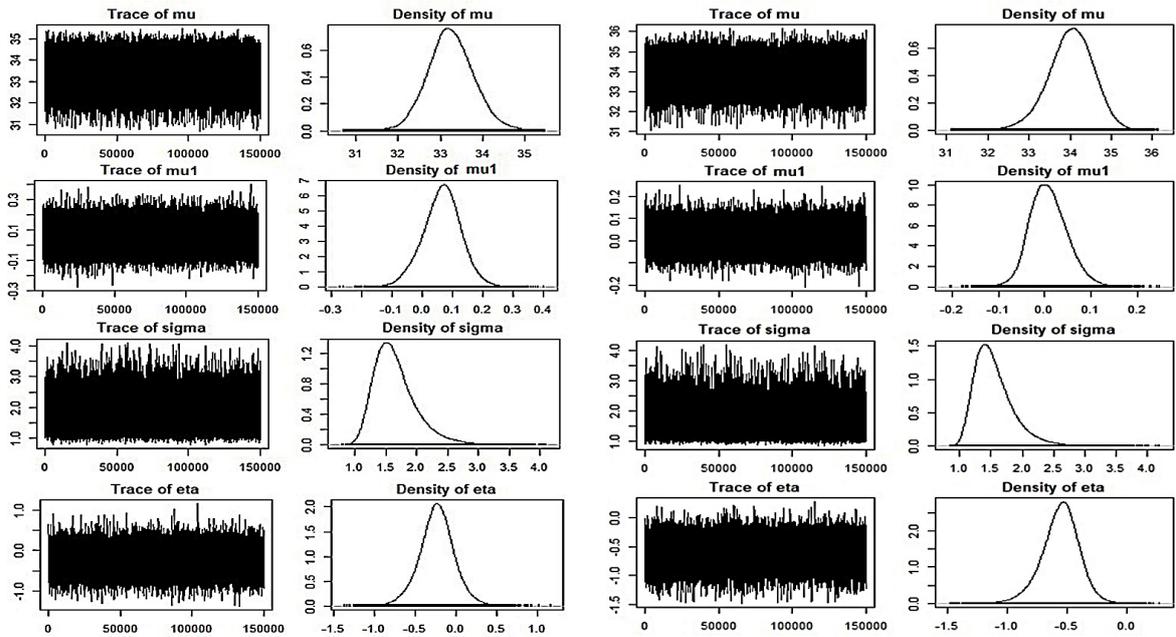


Fonte: Do autor.

APÊNDICE F - Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros

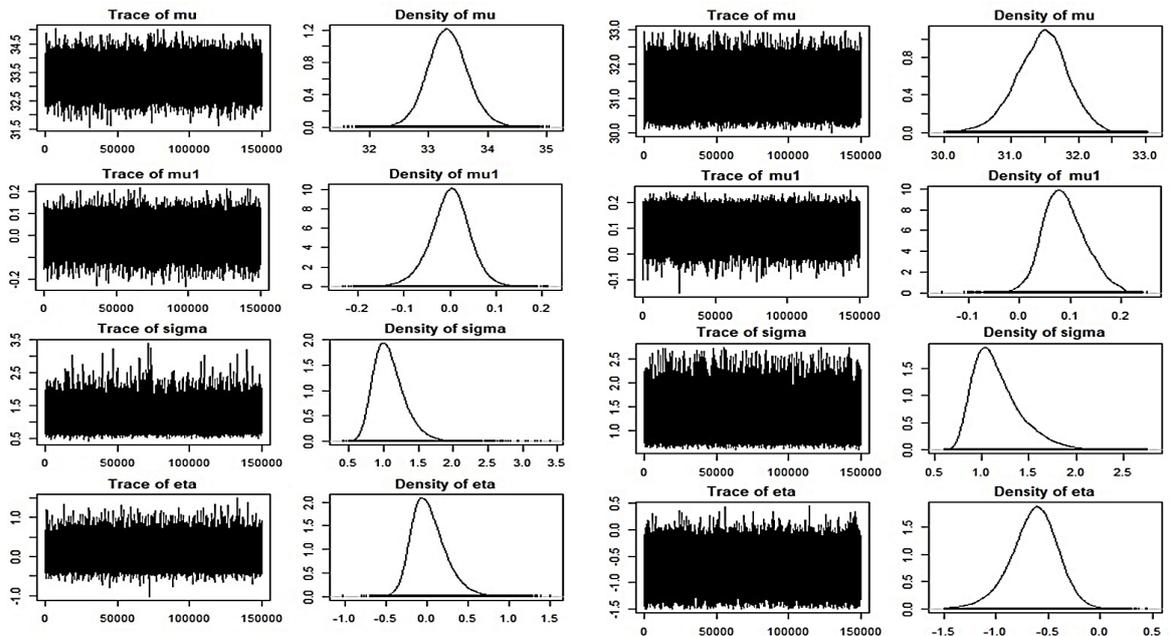
μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} , com priori não informativa

Figura 18 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e maio (d).



(a)

(b)

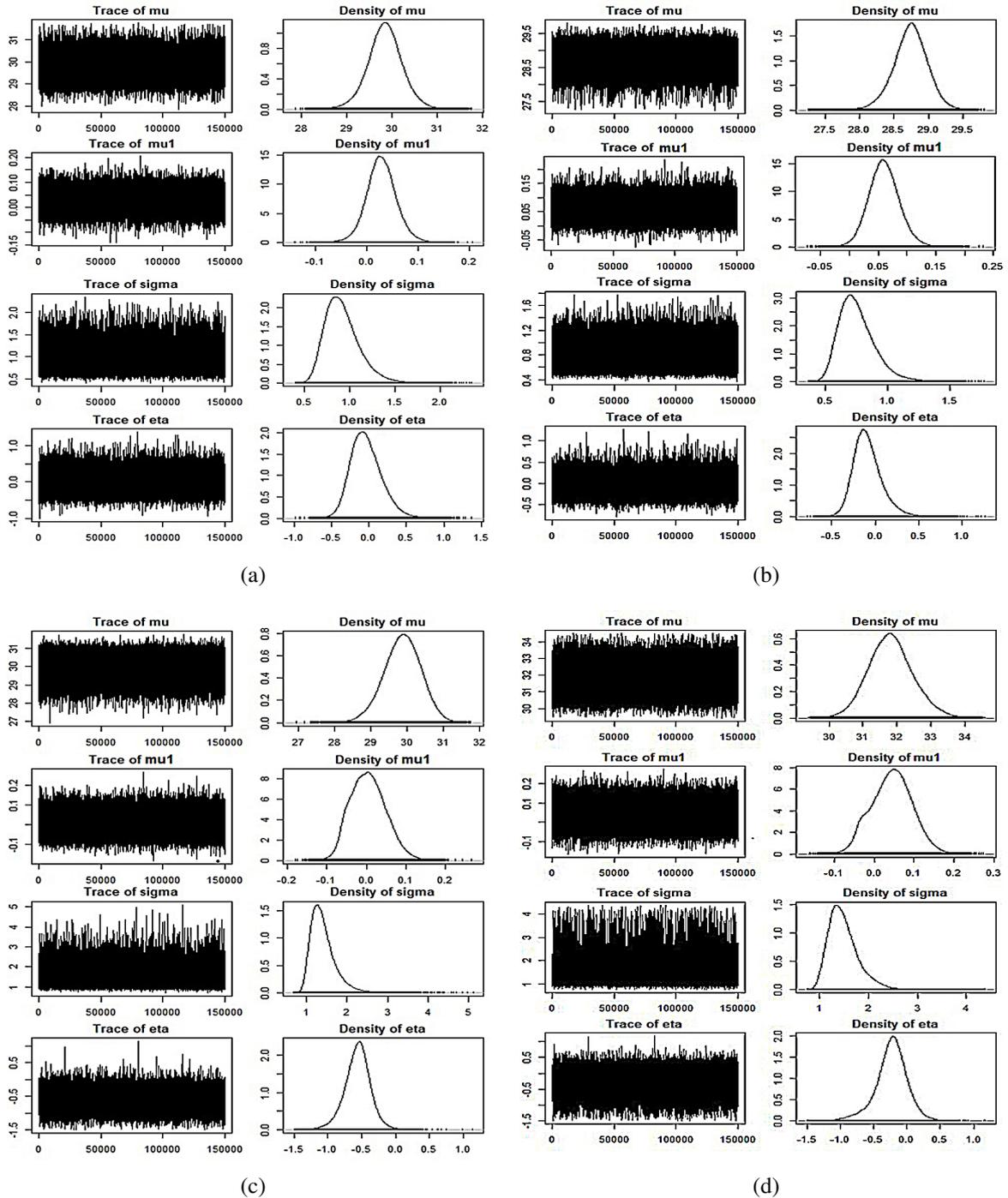


(c)

(d)

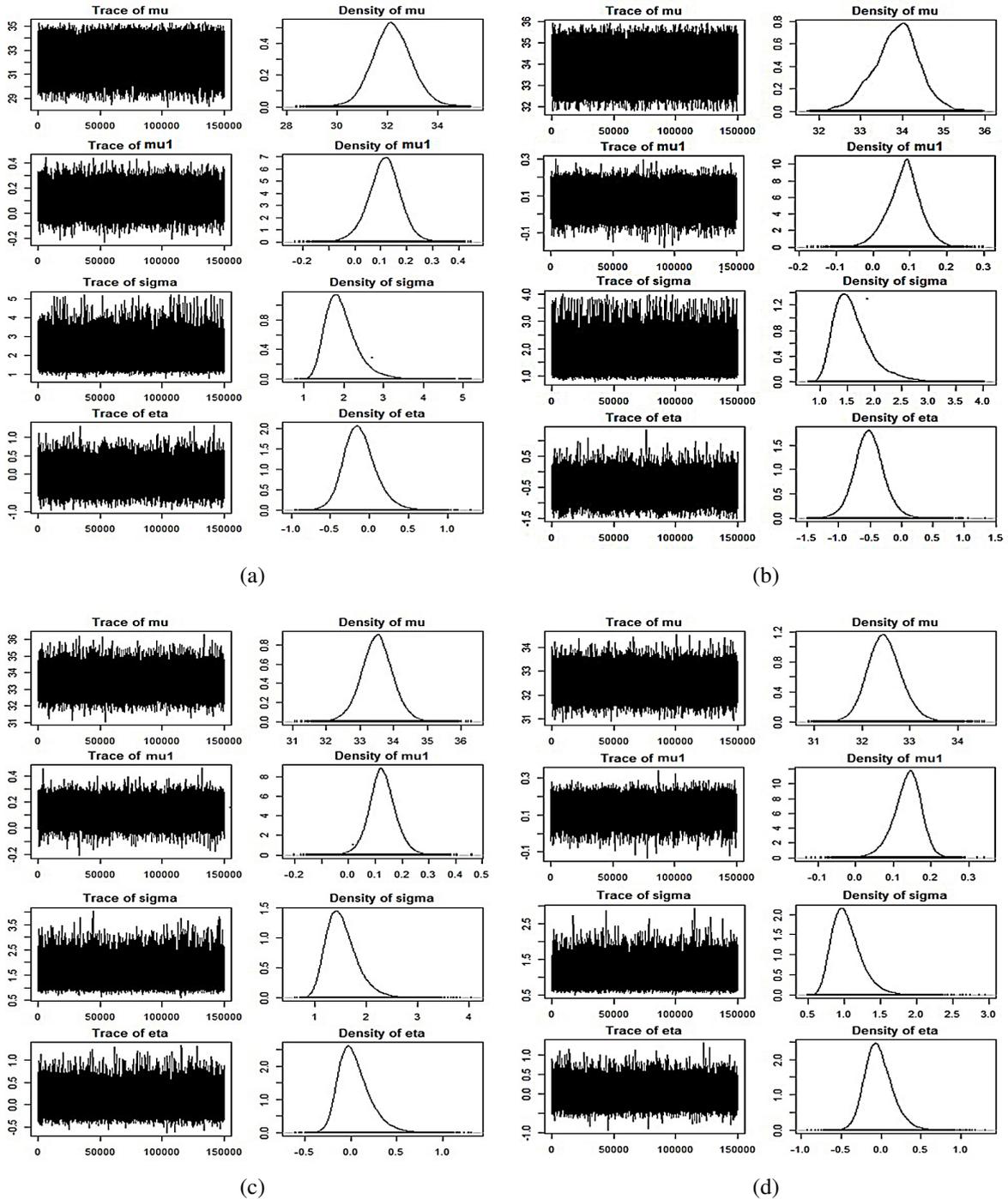
Fonte: Do autor.

Figura 19 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).



Fonte: Do autor.

Figura 20 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).

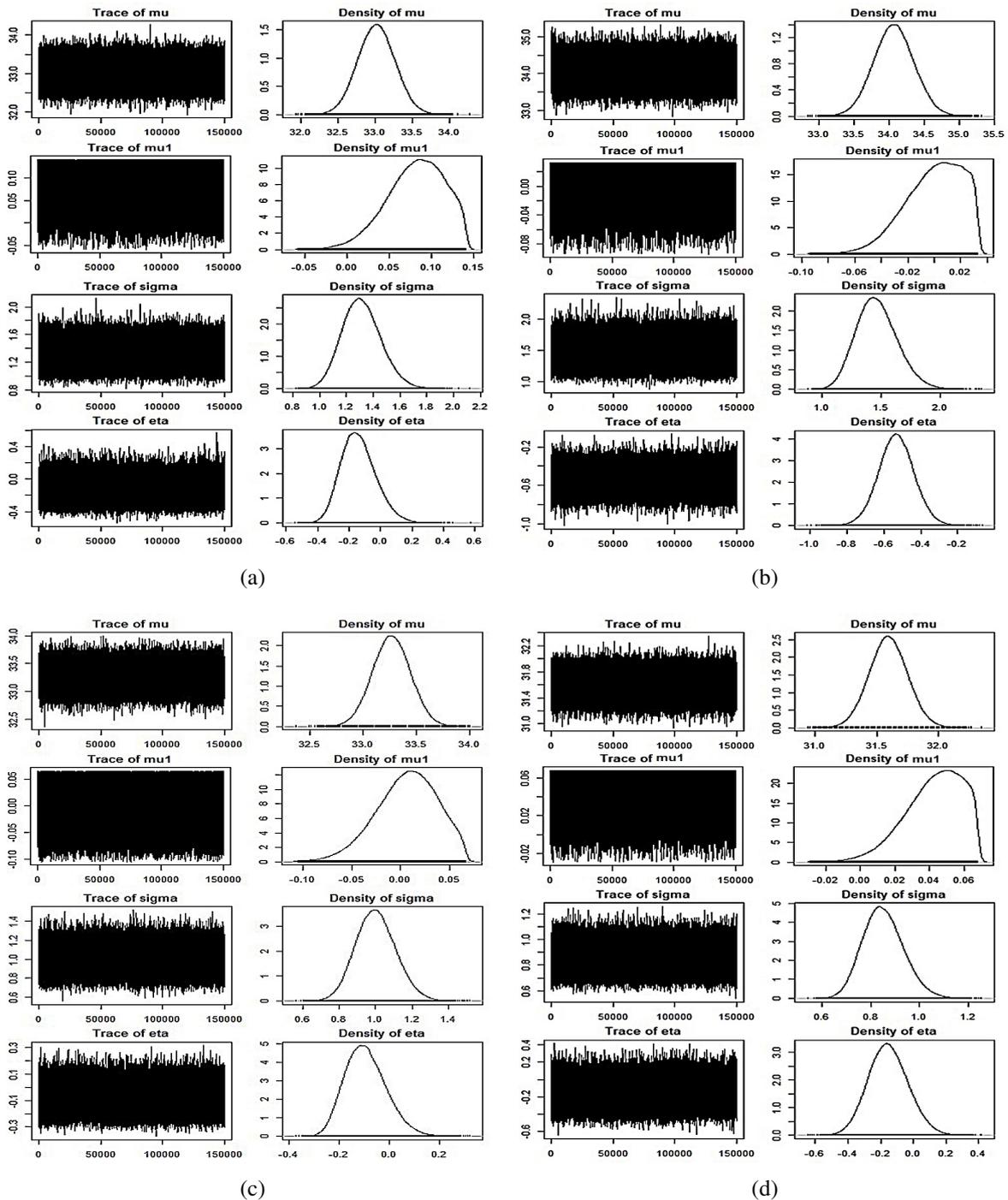


Fonte: Do autor.

APÊNDICE G - Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros

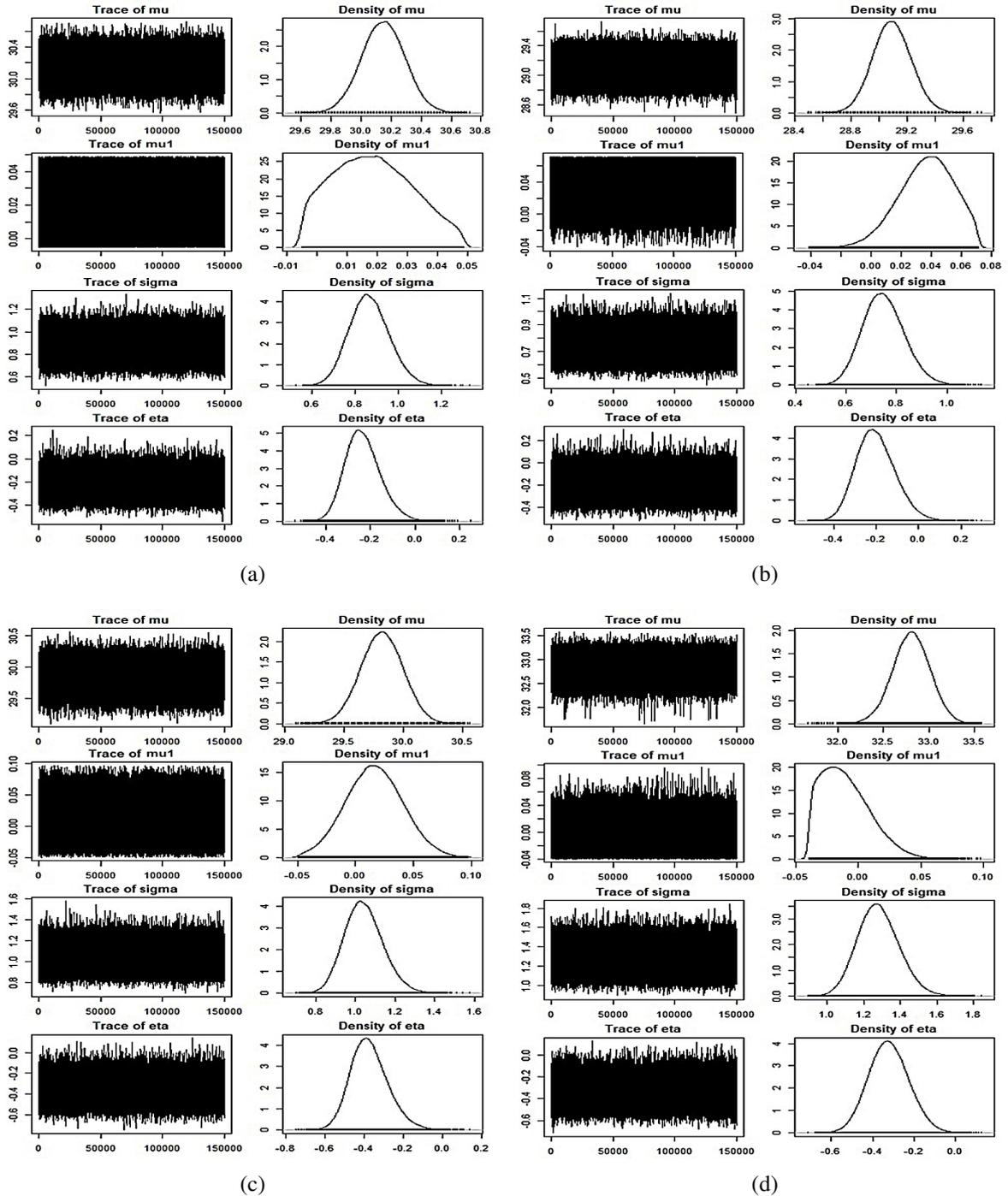
μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} , com priori informativa

Figura 21 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, μ_1, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e maio (d).



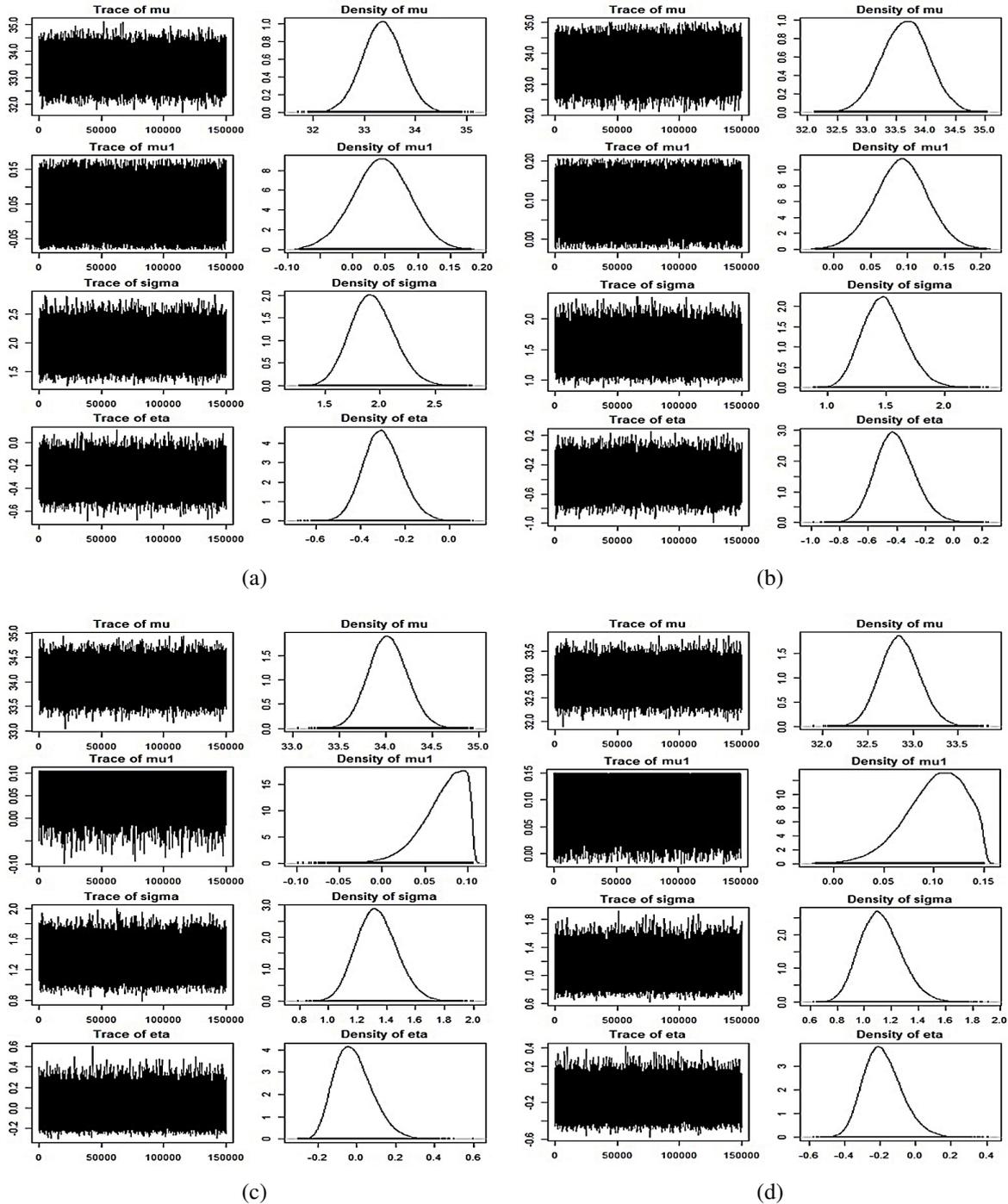
Fonte: Do autor.

Figura 22 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ , μ_1 , σ , ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).



Fonte: Do autor.

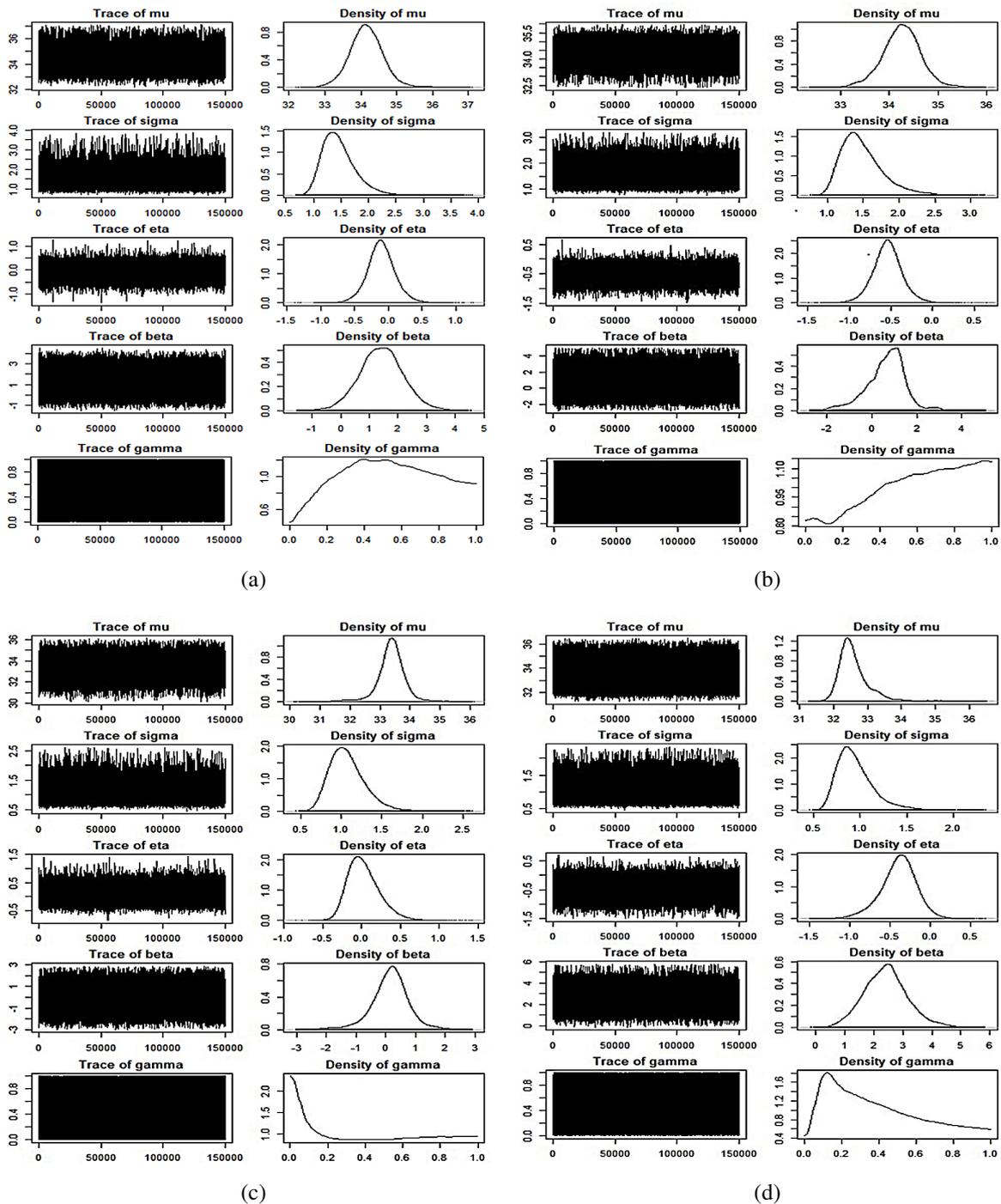
Figura 23 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ , μ_1 , σ , ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NEL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).



Fonte: Do autor.

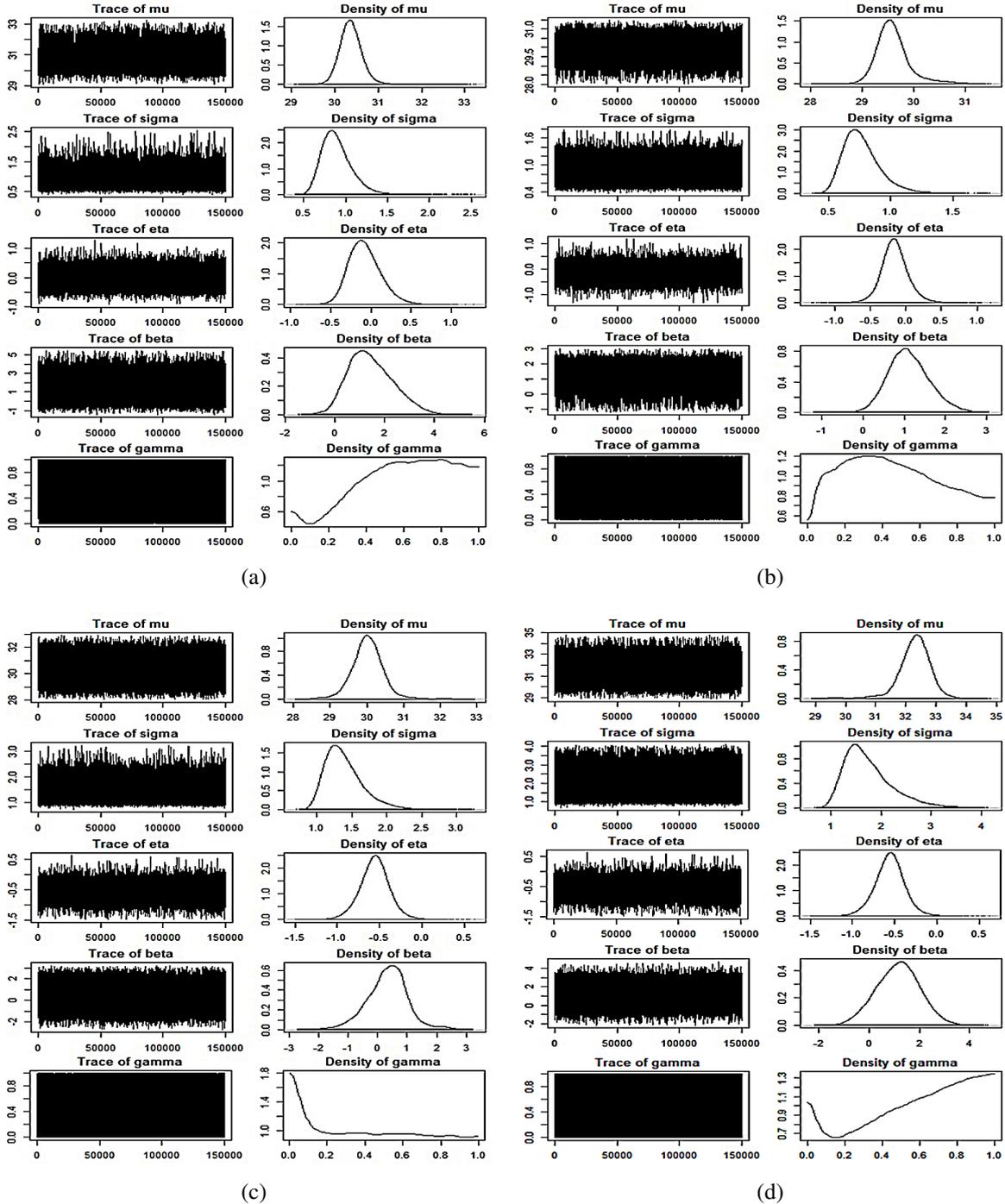
APÊNDICE H - Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} , com priori não informativa

Figura 24 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e abril (d).



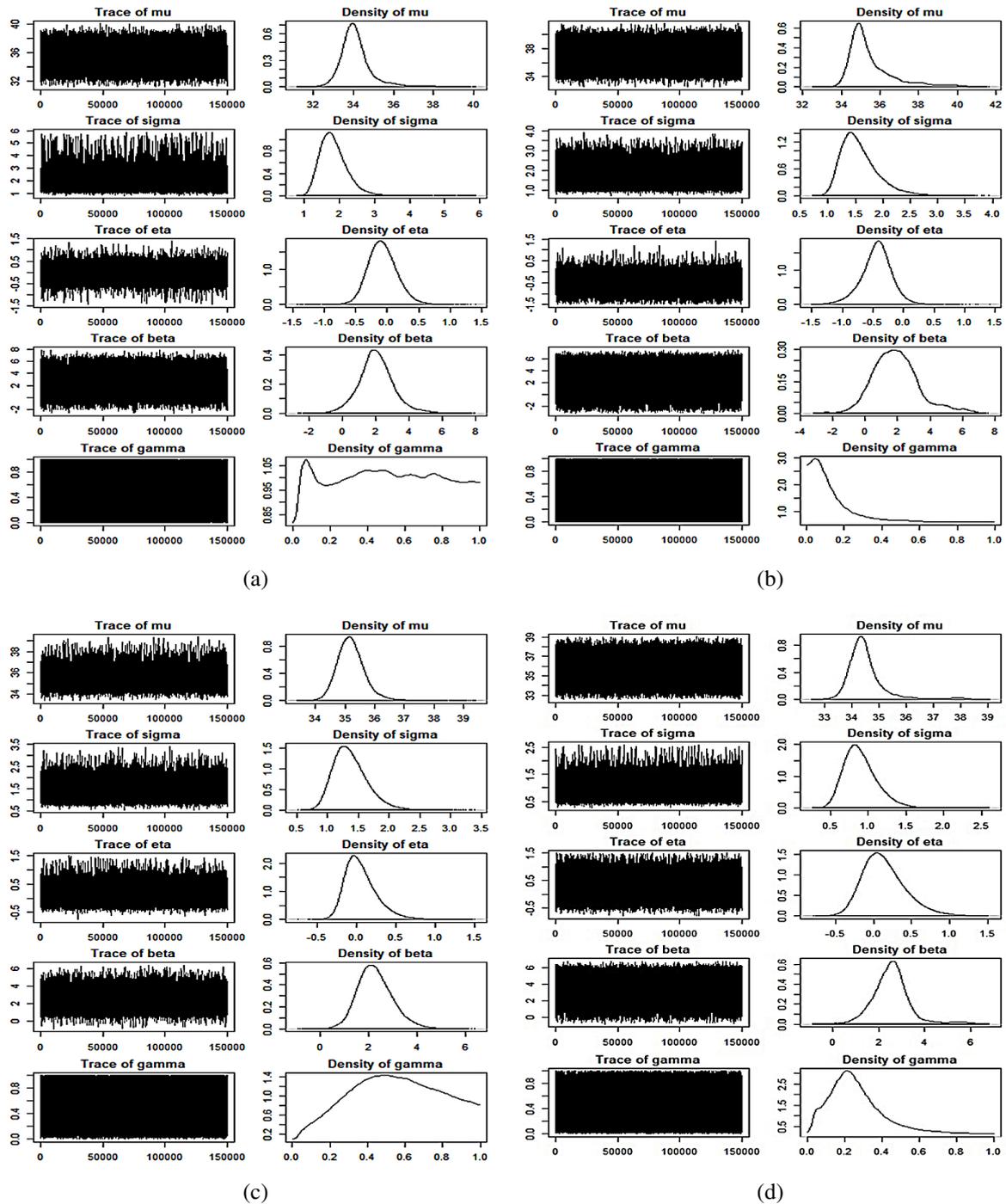
Fonte: Do autor.

Figura 25 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).



Fonte: Do autor.

Figura 26 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori não informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).

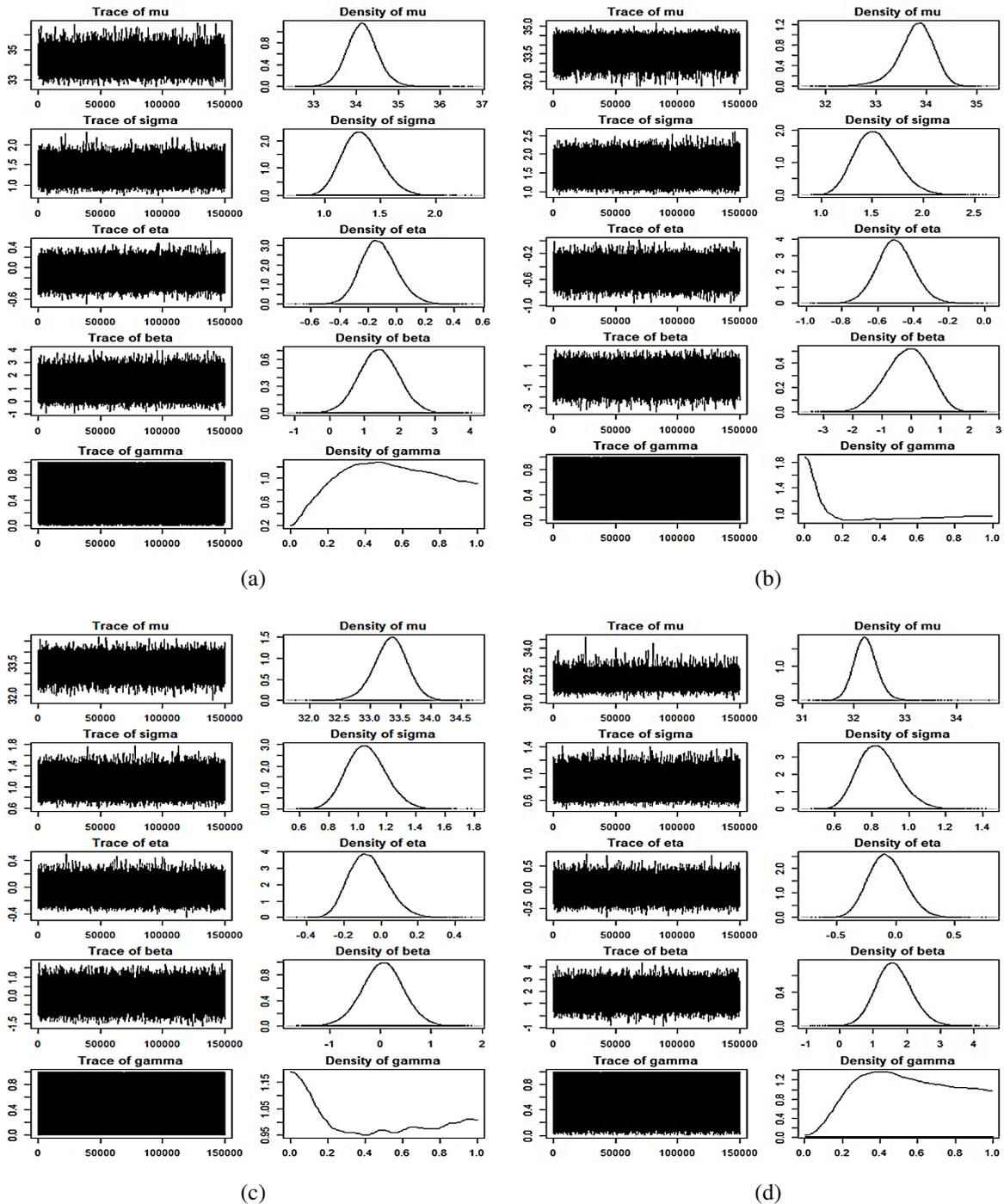


Fonte: Do autor.

APÊNDICE I - Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros

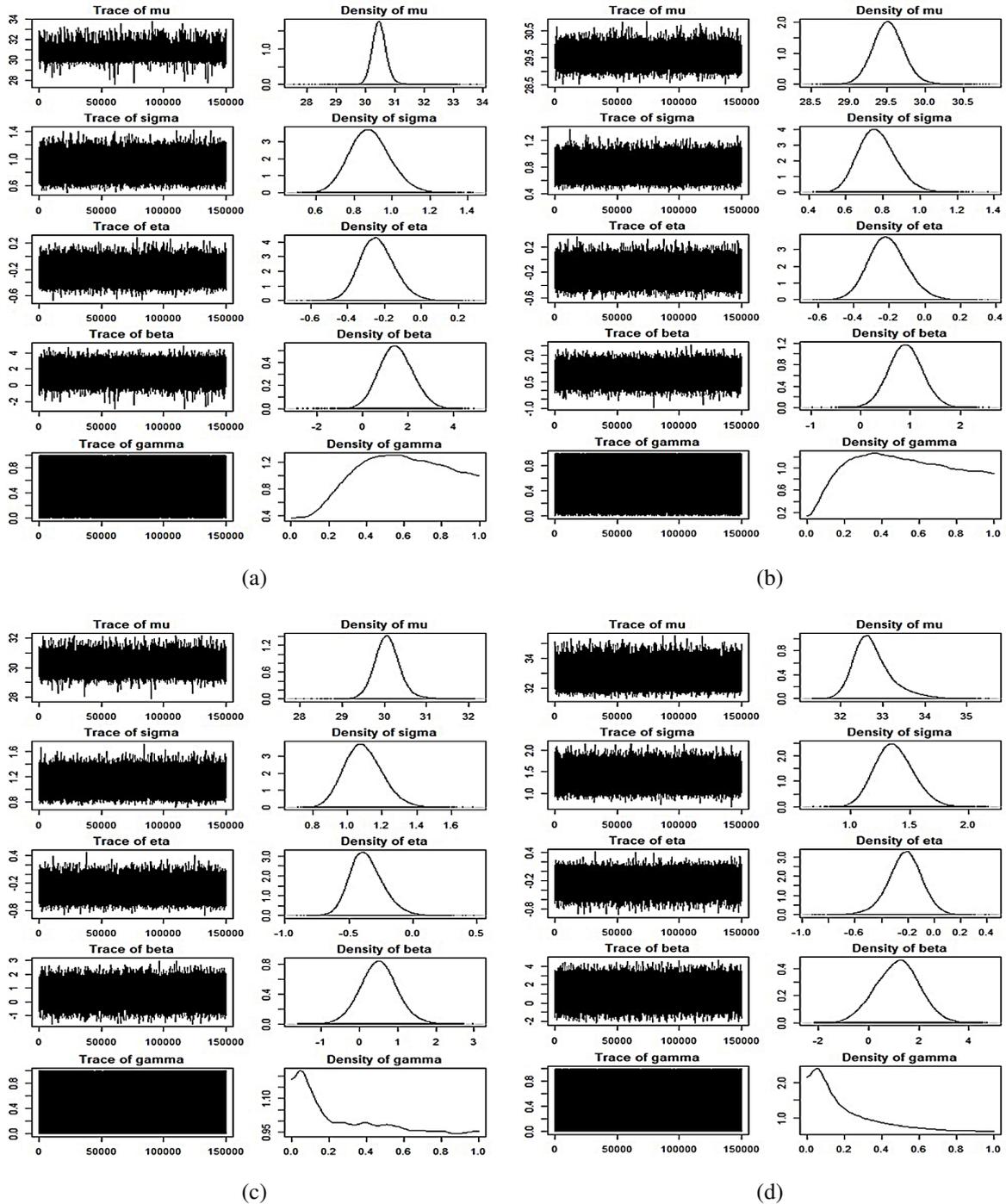
μ, σ, ξ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} , com priori informativa

Figura 27 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de janeiro (a), fevereiro (b), março (c) e abril (d).



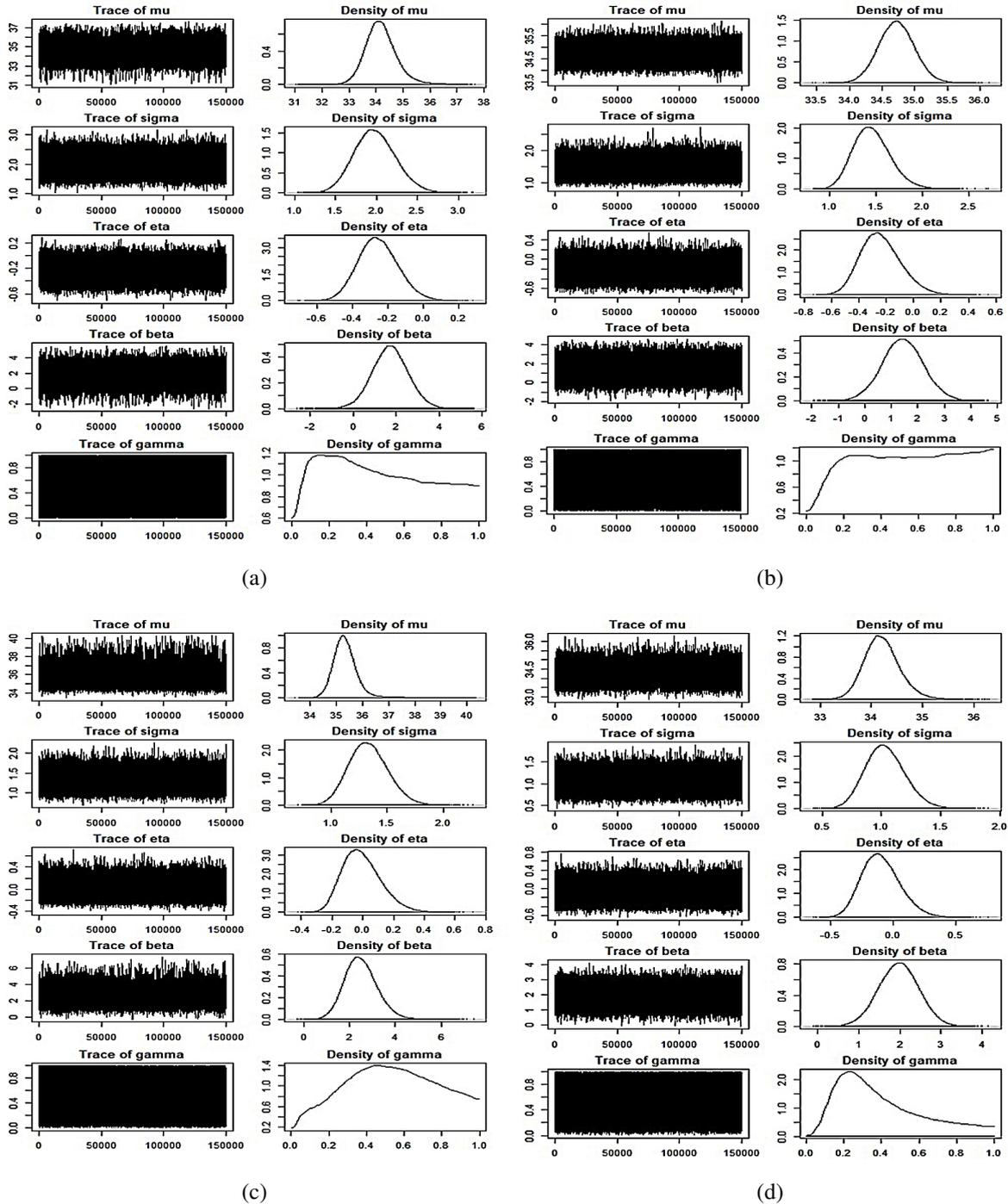
Fonte: Do autor.

Figura 28 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de maio (a), junho (b), julho (c) e agosto (d).



Fonte: Do autor.

Figura 29 – Gráficos do traço e densidade das cadeias a posteriori dos parâmetros $\mu, \sigma, \xi, \beta, \gamma$ resultantes do ajuste da distribuição GEV_{NENL} aos dados de temperatura máxima, utilizando priori informativa dos meses de setembro (a), outubro (b), novembro (c) e dezembro (d).



Fonte: Do autor.