

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

GISELE CAROLINA ALMEIDA

**UMA ABORDAGEM BAYESIANA PARA A MODELAGEM DOS VENTOS
MÁXIMOS DE SOROCABA-SP E BAURU-SP**

Alfenas/MG

2018

GISELE CAROLINA ALMEIDA

**UMA ABORDAGEM BAYESIANA PARA A MODELAGEM DOS VENTOS
MÁXIMOS DE SOROCABA-SP E BAURU-SP**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, área de concentração em Estatística Aplicada e Biometria da Universidade Federal de Alfenas, MG, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre.

Linha de Pesquisa: Modelagem Estatística e Estatística Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Beijo.

Coorientador: Prof. Dr. Fabricio Goencking Avelar

Alfenas/MG

2018

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal de Alfenas

A447a Almeida, Gisele Carolina.
Uma abordagem Bayesiana para a modelagem dos ventos máximos de Sorocaba-SP e Bauru-SP / Gisele Carolina Almeida -- Alfenas/MG, 2018.
72 f.: il. -

Orientador: Luiz Alberto Beijo.
Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) -
Universidade Federal de Alfenas, 2018.
Bibliografia.

1. Ventos – Brasil - Medição. 2. Teoria bayesiana de decisão estatística.
3. Previsão estatística. I. Beijo, Luiz Alberto. II. Título.

CDD-519.54



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Alfenas / UNIFAL-MG
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria

Rua Gabriel Monteiro da Silva, 700. Alfenas - MG CEP 37130-000
Fone: (35) 3299-1392 (Secretaria) (35) 3299-1121 (Coordenação)
<https://www.unifal-mg.edu.br/ppgeab/>



GISELE CAROLINA ALMEIDA

“UMA ABORDAGEM BAYESIANA PARA A MODELAGEM DOS VENTOS MÁXIMOS
DE SOROCABA-SP E BAURU-SP”

A Banca Examinadora, abaixo assinada, aprova a
Dissertação apresentada como parte dos requisitos para
a obtenção do título de Mestre em Estatística Aplicada
e Biometria pela Universidade Federal de Alfenas.
Área de Concentração: Estatística Aplicada e
Biometria

Aprovado em: 26 de fevereiro de 2018.

Prof. Dr. Luiz Alberto Beijo

Instituição: UNIFAL-MG

Assinatura: _____

Prof. Dr. Denismar Alves Nogueira

Instituição: UNIFAL-MG

Assinatura: _____

Prof. Dr. Davi Butturi Gomes

Instituição: UFSJ

Assinatura: _____

Dedico aos meus pais, aos meus irmãos e em memória da minha avó Dairce Teresa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a DEUS, por estar sempre presente na minha vida e por tudo o que alcancei até hoje, pois a força que me faz lutar e persistir provém apenas do TEU poder, meu Pai Celestial.

Aos meus amados pais, Alessandro e Juliana, pelo amor, carinho, paciência e por sempre acreditarem no meu potencial. Aos meus irmãos, Luiz Gustavo e João Augusto pela admiração. Amo vocês!

À toda minha família, meus avós Benevinha e Fátima, meus tios e tias, primos e primas. Em especial a Tia Fernanda e Lídia, pelos conselhos e orações.

À Universidade Federal de Alfenas, aos professores e servidores do programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, pela oportunidade concedida para a realização do mestrado.

À Capes, pela concessão da bolsa de estudos.

À meu orientador Prof. Luiz Beijo, pela amizade, paciência, apoio, confiança, incentivo e ensinamentos. Saiba que sempre foi e será um exemplo de competência. E ao meu coorientador Prof. Fabrício Avelar, pela amizade e todo conhecimento compartilhado durante essa caminhada.

Ao Prof. Dr. Denismar, ao Prof. Dr. Davi e o Dr. Thiago, pelas participações nas bancas examinadoras, sugestões e contribuições para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do Instituto de Ciências Exatas (ICEX), pelo carinho, amizade e ensinamentos. Em especial Anderson Oliveira, Evandro Monteiro e Luciana Borges.

Aos meus amigos, quer estejam longe ou perto, quer sejam recentes ou antigos, muito achegados ou mais distantes, agradeço de coração todas as palavras de incentivo, todos os momentos, sejam eles alegres ou tristes. Vocês me deixaram uma marca que o tempo não poderá apagar. Em especial Amanda, Andreliza, Camila, Cássia, Isabela, Juliana, Luana, Mariana, Rebeca, Renata, Stéfany e Thaís.

Não poderia de deixar de mencionar minha amada avó Dairce (*in memoriam*) que sonhou tanto com esse momento e hoje não está presente. O que sinto hoje, por não poder enxergar em seus olhos orgulhosos, ou escutar a todas as palmas e não poder abraçar é muito doloroso. Mas tenho um sorriso no rosto, por ter tido a chance de compartilhar tudo o que foi possível enquanto estava aqui. Saiba que a senhora não foi apenas uma lição de vida, foi muito mais que posso explicar, obrigada pelos ensinamentos e pela família maravilhosa que construiu.

RESUMO

A previsão probabilística da ocorrência de ventos extremos é de grande importância para o planejamento de projetos na engenharia agrícola e civil, possibilitando evitar ou diminuir os impactos destrutivos. Dessa forma, identificar metodologias que permitam realizar previsões com maior eficiência é extremamente necessário. Diante destes fatos, objetivou-se com esse trabalho comparar a metodologia Bayesiana, avaliando diferentes distribuições a priori, e da máxima verossimilhança na previsão da ocorrência de ventos máximos, por semestre, em Sorocaba-SP e Bauru-SP. Avaliou-se, também, o ajuste da distribuição Gumbel e da distribuição Generalizada de Valores Extremos aos dados semestrais, de janeiro de 2006 a dezembro de 2016, dos referidos lugares. A distribuição normal foi utilizada como priori para a elicitacão da informacão, na metodologia Bayesiana, e as informacões a priori, foram obtidas analisando-se os dados de velocidade máxima de Piracicaba-SP. Para obtençã das marginais das distribuições a posteriori, aplicou-se o método Monte Carlo via Cadeia de Markov utilizando-se os softwares OpenBugs e R. Com intuito de avaliar qual a melhor metodologia de estimacão e o melhor modelo, foram verificados o *Deviance Information Criterion*, a acurácia, a precisão e o erro médio de prediçã das estimativas dos níveis máximos de ventos para determinados tempos de retorno. As distribuições GEV e Gumbel ajustaram-se a séries de dados de velocidade máxima de ventos estudadas. A distribuiçã Gumbel considerando a abordagem Bayesiana com estrutura de variância a priori multiplicada por oito, mostrou-se mais eficiente na previsã de ventos máximos semestral de Sorocaba-SP. Para Bauru-SP, a distribuiçã GEV com estrutura de matriz de covariâncias multiplicada por oito foi a mais propícia, apresentando resultados mais acurados e precisos. A aplicacão da inferência Bayesiana levou a resultados mais precisos, acurados e com menores erros de previsã, mostrando a eficiência da incorporacão de informacões a priori no estudo de velocidade máxima de ventos. A partir desses resultados, foram feitas as predições de ventos máximos em Bauru-SP e Sorocaba-SP, para os tempos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50 e 100 semestres, que podem ajudar no planejamento possibilitando evitar catástrofes na agricultura, na construçã civil e no setor financeiro da regiã.

Palavras-chave: Acurácia. Distribuiçã generalizada dos valores extremos. Distribuiçã Gumbel. Erro de prediçã. Informacão *a priori*. Níveis de retorno.

ABSTRACT

The probabilistic forecast of the occurrence of extreme winds is of great importance for the planning of projects in the agricultural and civil engineering, making possible to avoid or to diminish the destructive impacts. Thus, identifying efficient methodologies for prediction are an urgent matter. In view of these facts, the objective of this work was to compare the Bayesian methodology, evaluating different distributions prior, and maximum likelihood in the prediction of the occurrence of maximum winds, per semester, in Sorocaba-SP and Bauru-SP. It was also evaluated the fitting of the Gumbel distribution and the Generalized Extreme Values (GEV) distribution to the semester data, from January 2006 to December 2016, of the mentioned sites. The normal distribution was used as prior for the elicitation of the information, in the Bayesian methodology, and the prior information was obtained by analyzing the data of maximum speed of Piracicaba-SP. In order to obtain the marginal values of the posterior distributions, the Monte Carlo method was applied via Markov Chain using the software OpenBugs and R. In order to evaluate the best estimation methodology and the best model were verified the Deviance Information Criterion (DIC), the accuracy, precision and mean prediction error of the maximum wind-level estimates for certain return times. The GEV and Gumbel distributions were fitted to the maximum wind speed data series studied. The Gumbel distribution, considering the Bayesian approach with a variance structure prior multiplied by eight, proved to be more efficient in the semi-annual high winds forecast of Sorocaba-SP. For Bauru-SP, the GEV distribution with structure multiplied by eight was the most propitious, presenting more accurate and accurate results. The application of Bayesian inference led to more accurate, accurate and less predictive errors, showing the efficiency of incorporating information prior in the study of maximum wind speed. From these results, predictions of maximum winds were made in Bauru-SP and Sorocaba-SP, for the return times of 2, 5, 10, 25, 50 and 100 semesters, who can help with planning to avoid catastrophes in agriculture , in construction and in the financial sector of the region.

Key-words: Accuracy. Generalized extreme value distribution. Distribution Gumbel. Prediction errors. Prior Information. Return levels.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Escala de vento de Beaufort (OMM, 1970).	17
Tabela 2 –	Variâncias e Covariâncias das estimativas dos parâmetros da distribuição GEV estimadas via método de máxima verossimilhança, para os dados de velocidade máxima semestral de vento (kmh^{-1}) de Piracicaba-SP.	41
Tabela 3 –	Variância das estimativas dos parâmetros da distribuição Gumbel estimadas via método de máxima verossimilhança, para os dados de velocidade máxima semestral de vento (kmh^{-1}) de Piracicaba-SP.	42
Tabela 4 –	Estatísticas descritivas da variável aleatória velocidade máxima semestral de vento (kmh^{-1}), nos períodos de 2006 a 2016, nas regiões de São Paulo, Sorocaba e Bauru.	47
Tabela 5 –	Resultados do teste de Ljung-Box para independência e Mann-Kendall verificando a estacionariedade, para as regiões de Sorocaba-SP e Bauru-SP.	48
Tabela 6 –	Estimativas dos parâmetros das distribuições Gumbel e GEV de Sorocaba-SP via método da máxima verossimilhança e inferência Bayesiana, utilizando diferentes estruturas de variância <i>a priori</i> , com respectivas estimativas intervalares de 95% (IC e HPD) e resultados dos critérios de convergência.	49
Tabela 7 –	Estimativas dos parâmetros das distribuições Gumbel e GEV de Bauru-SP via método da máxima verossimilhança e inferência Bayesiana, utilizando diferentes estruturas de variância <i>a priori</i> , com respectivas estimativas intervalares de 95% (IC e HPD) e resultados dos critérios de convergência.	50
Tabela 8 –	Resultados do teste de Kolmogorov Smirnov verificando aderência, para as regiões de Sorocaba-SP e Bauru-SP via método da máxima verossimilhança.	51

Tabela 9 –	Resultados do Critério de Informação da Deviance (DIC), número de acertos, amplitude média da estimativa intervalar de 95% e Erro Médio de Predição (EPM) do vento máximo predito para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 8 semestres, para a região de Sorocaba-SP e Bauru-SP.	55
Tabela 10 –	Resultados do teste de Ljung-Box para independência e Mann-Kendall verificando a estacionariedade, das séries de ventos máximos de Sorocaba-SP e Bauru-SP.	58
Tabela 11 –	Estimativas dos parâmetros dos modelos Bayesianos selecionados, para as referidas cidades, com seus respectivos intervalos HPD com 95% de probabilidade e os resultados dos critérios de Convergência.	58
Tabela 12 –	Resultados dos Critérios de Convergência para os níveis de retorno (N.R) de 2, 5, 10, 25, 50 e 100 semestres preditos para Sorocaba-SP e Bauru-SP.	59
Tabela 13 –	Níveis de retorno para os tempos de 2, 5, 10, 25, 50 e 100 semestres, seus respectivos intervalos HPD com 95% de probabilidade, calculados a partir dos modelos Bayesianos selecionados, para a regiões de Sorocaba e Bauru.	60
Tabela 14 –	Resultados dos Critérios de Convergência (critério de Geweke (ZG), fator de Raftery-Lewis (R-L) e critério de Heidelberg-Welch (H-W) (valor- <i>p</i>)) para os níveis de retorno (N.R) de 2, 4, 6 e 8 semestres para as distribuições GEV e Gumbel referente a região de Sorocaba-SP, utilizando as cinco estruturas de <i>priori</i> obtidas de Piracicaba-SP.	69
Tabela 15 –	Resultados dos Critérios de Convergência (critério de Geweke (ZG), fator de Raftery-Lewis (R-L) e critério de Heidelberg-Welch (H-W) (valor- <i>p</i>)) para os níveis de retorno (N.R) de 2, 4, 6 e 8 semestres para as distribuições GEV e Gumbel referente a região de Bauru-SP, utilizando as cinco estruturas de <i>priori</i> obtidas de Piracicaba-SP.	70
Tabela 16 –	Estimativas das velocidades máximas semestrais do vento (kmh^{-1}) de Sorocaba-SP, calculadas via distribuição Gumbel e GEV, com as respectivas estimativas intervalares de 95% de probabilidade para os tempos de retorno 2, 4, 6 e 8 semestres, o erro médio de predição (EMP) e o valor observado para os respectivos tempos de retorno (Vobs).	71

Tabela 17 – Estimativas das velocidades máximas do vento (kmh^{-1}) de Bauru-SP, calculadas via distribuição Gumbel e GEV, com as respectivas estimativas intervalares de 95% de probabilidade para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 8 semestres, o erro médio de predição (EMP) e o valor observado para os respectivos tempos de retorno (Vobs).	72
--	----

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Função densidade de probabilidade da distribuição GEV para $\xi = -0.4$ (Weibull), $\xi \rightarrow 0$ (Gumbel) e $\xi = 0,40$ (Fréchet), com $\alpha = 2$ e $\beta = 20$	24
Figura 2 –	Mapa do Estado de São Paulo com as localizações das cidades em estudo, 2018.	37
Figura 3 –	Gráficos PP-Plots para as distribuições GEV e da Gumbel via método da Máxima Verossimilhança (A) e (B) e via inferência Bayesiana com <i>priori</i> não informativa (C) e (D), ajustadas série de máximos de vento para região de Sorocaba, ambos à um intervalo de 95%.	52
Figura 4 –	Gráficos PP-Plots para as distribuições GEV e da Gumbel via método da Máxima Verossimilhança (A) e (B) e via inferência Bayesiana com <i>priori</i> não informativa (C) e (D), ajustadas série de máximos de vento para região de Bauru, ambos à um intervalo de 95%.	53

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	REVISÃO DE LITERATURA	16
2.1	VENTOS	16
2.1.1	Efeitos dos Ventos na Agricultura	18
2.1.2	Efeitos dos Ventos em Edificações	20
2.2	TEORIA VALORES EXTREMOS	21
2.2.1	Valores Extremos por Máximos em Blocos	21
2.2.2	Distribuição Generalizada de Valores Extremos	23
2.2.3	Inferência para os parâmetros da distribuição GEV	26
2.2.4	Método da Máxima Verossimilhança	26
2.3	INFERÊNCIA BAYESIANA	28
2.3.1	Distribuição <i>a priori</i>	30
2.3.2	Distribuição <i>a posteriori</i>	31
2.3.3	Cadeias de Markov	31
2.3.4	Monte Carlo via Cadeias de Markov- MCMC	32
2.3.5	Verificação de Convergência	33
2.3.6	Critério Desvio-Informação (DIC)	34
3	MATERIAL E MÉTODOS	36
3.1	DADOS DE VELOCIDADE MÁXIMA DE VENTO DE BAURU-SP E SOROCABA-SP	36
3.2	ANÁLISE DESCRITIVA	37
3.3	TESTES DE HIPÓTESES PRELIMINARES	38
3.4	TESTES PARA AJUSTES	38
3.5	ESTIMAÇÃO VIA MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA	39
3.6	ESTIMAÇÃO VIA INFERÊNCIA BAYESIANA	40
3.7	OBTENÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES A <i>POSTERIORI</i>	42
3.8	PROBABILIDADES DE OCORRÊNCIA DE VELOCIDADES MÁXIMAS DE VENTO	44
3.9	PERÍODO DE RETORNO	44
3.9.1	Nível de retorno da distribuição GEV e Gumbel	44
3.10	ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DO MCMC	45
3.11	AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS	45
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	47
4.1	ESTATÍSTICA DESCRITIVA	47
4.2	SELEÇÃO DE MODELO PARA PREVISÃO DA VELOCIDADE MÁXIMA DE VENTOS PARA SOROCABA-SP E BAURU-SP	48
4.3	ANÁLISE DA VELOCIDADE MÁXIMA DE VENTO DE SOROCABA-SP E BAURU-SP	57
5	CONCLUSÕES	62
	REFERÊNCIAS	63
	APÊNDICES	69

1 INTRODUÇÃO

O vento é um fenômeno meteorológico de grande importância para o meio ambiente e a saúde humana. Geralmente, apresenta aspectos favoráveis quando é moderado e desfavoráveis quando é intenso. Portanto, ter conhecimento da previsão probabilística da ocorrência de ventos extremos é importante para o planejamento das atividades sujeitas a seus efeitos adversos. Uma maneira de modelar esses eventos é utilizando a distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV, do inglês *Generalized Extreme Values*) (BAUTISTA; ZOCCHI; ANGELOCCI, 2004).

A distribuição GEV foi desenvolvida por Jenkinson (1955) e expressa por uma única função, incluindo os três tipos de distribuição assintótica de valores extremos (Gumbel, Fréchet e Weibull). Existem vários métodos para poder obter as estimativas dos parâmetros desta distribuição. Um deles é o método da máxima verossimilhança, que possui boas propriedades assintóticas, porém, em pequenas amostras essas propriedades não são necessariamente satisfeitas.

Em análises de velocidades máximas de ventos, geralmente, se dispõe de uma série pequena de dados, sendo necessário utilizar mecanismos científicos que possibilite a melhoria do uso de dados existentes, como a metodologia Bayesiana. De acordo com Coles e Powell (1996), uma das vantagens da inferência Bayesiana está no fato de permitir utilizar informação a priori, através de uma distribuição para reduzir as incertezas da estimação dos parâmetros e de quantis da distribuição GEV.

Apesar de diferentes estudos terem analisado o vento máximo para diferentes regiões e com distintos métodos para estimativas dos parâmetros da distribuição GEV e Gumbel, ainda não existem as análises dos níveis de retorno da velocidade máxima de ventos da cidade de Bauru-SP e Sorocaba-SP, utilizando a metodologia Bayesiana para a estimação dos parâmetros destas distribuições.

Logo, a realização deste estudo é fundamental, pois informações sobre técnicas de previsão de vento em determinadas regiões do Brasil como as referidas cidades é de grande importância para evitar catástrofes nas produções do município como a cultura cafeeira e algodoeira, que são predominante na região das duas cidades e bem como na construção, podendo contribuir com a comunidade científica.

Sendo assim, este trabalho tem por objetivo avaliar o ajuste da distribuição GEV e da Gumbel aos dados de velocidade máxima de ventos de Sorocaba-SP e Bauru-SP sob um en-

foque Bayesiano e da máxima verossimilhança, avaliar distribuições a priori não informativas e diferentes combinações de prioris informativas para predição de níveis máximos de ventos. Objetiva, ainda, comparar os resultados obtidos pela inferência Bayesiana com o método de máxima verossimilhança e a partir dos melhores modelos, realizar a predição intervalar para as velocidades máximas de ventos para os tempos de retorno de 2, 5, 10, 25, 50 e 100 semestres.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Nessa seção serão apresentados os conceitos sobre ventos, teoria de valores extremos e inferência Bayesiana, utilizados no presente trabalho.

2.1 VENTOS

Os eventos climáticos extremos ocorrem de muitas formas, como: enchentes, secas prolongadas, ondas de calor, tufões e tornados. No Brasil, ocorreram diversos eventos extremos nos últimos anos. O furacão Catarina provocou enchentes e deslizamentos e causou diversas mortes, assim como perdas econômicas significativas para a região Sul do país. Recentemente, a mesma região sofreu com chuvas torrenciais e ventos fortes que levaram a grandes danos (MARENGO, 2009).

Segundo Tubelis e Nascimento (1980), vento é o movimento do ar em relação à superfície terrestre. É formado pela ação de gradientes de pressão atmosférica, sofrendo interferência do movimento da Terra, da força centrífuga ao seu movimento e do atrito com a superfície terrestre. O aquecimento diferencial dos locais na superfície terrestre faz com que haja diferença na pressão atmosférica. Diante disso, o vento tende a se deslocar horizontalmente para outro lugar onde a pressão esteja contrária buscando o equilíbrio. Além disso, quando se tem uma menor altura da massa de ar em deslocamento, maior será a interferência do atrito com a superfície, considerando que será dado o sentido contrário da velocidade do vento.

O vento influencia diretamente o microclima de uma área ou região, apresentando aspectos positivos e negativos ao crescimento de culturas. Desta maneira, ventos que ocorrem com grande intensidade e continuidade, apresentam-se problemas para o desenvolvimento de atividade agrícola, sendo assim é necessário estabelecer alternativas para proteger as culturas como quebra-ventos (PEREIRA; ANGELOCCI; SENTELHAS, 2007).

A medição do vento é realizada através da obtenção da leitura e o registro dos seguintes parâmetros: direção, velocidade e força da rajada do vento. Diversos aparelhos são utilizados para fazer essa medição como: o anemógrafo, o anemômetro, o cata-vento e a biruta. Nem sempre o observador terá instrumentos meteorológicos para estimar ou medir a velocidade do vento. Sendo assim, é necessário fazer uso da escala do vento de Beaufort, que classifica a intensidade

dos ventos, tendo em conta a sua velocidade e os efeitos resultantes das ventanias no mar e em terra em uma escala que varia de 0 a 12, apresentada na Tabela 1 (VOLPE; SCHOFFEL, 2001).

Grau	Designação	nós	km/h	m/s	Aspecto do mar	Efeitos em terra
0	<i>Calmaria</i>	<1	<2	<1	Espelhado	Fumaça sobe na vertical
1	<i>Bafagem</i>	1 a 3	2 a 6	1 a 2	Pequenas rugas na superfície do mar	Fumaça indica direcção do vento
2	<i>Aragem</i>	4 a 6	7 a 11	2 a 3	Ligeira ondulação sem rebentação	As folhas das árvores movem; os moinhos começam a trabalhar
3	<i>Fraço</i>	7 a 10	13 a 19	4 a 5	Ondulação até 60 cm, com alguns <i>carneiros</i>	As folhas agitam-se e as bandeiras desfraldam ao vento
4	<i>Moderado</i>	11 a 16	20 a 30	6 a 8	Ondulação até 1.5 m, <i>carneiros</i> frequentes	Poeira e pequenos papéis levantados; movem-se os galhos das árvores
5	<i>Fresco</i>	17 a 21	31 a 39	9 a 11	Ondulação até 2.5 m, muitos <i>carneiros</i>	Movimentação de árvores pequenas; superfície dos lagos ondula
6	<i>Muito Fresco</i>	22 a 27	41 a 50	11 a 14	Ondas grandes até 3.5 m; borrifos	Movem-se os ramos das árvores;
7	<i>Forte</i>	28 a 33	52 a 61	14 a 17	Mar revolto até 4.5 m com espuma e borrifos	Movem-se as árvores grandes; dificuldade em andar contra o vento
8	<i>Muito Forte</i>	34 a 40	63 a 74	17 a 21	Mar revolto até 7.5 m com rebentação e faixas de espuma	Quebram-se galhos de árvores; circulação de pessoas difícil
9	<i>Duro</i>	41 a 47	76 a 87	21 a 24	Mar revolto até 9 m; borrifos afectam visibilidade	Danos em árvores; impossível andar contra o vento
10	<i>Muito Duro</i>	48 a 55	89 a 102	25 a 28	Mar revolto até 12 m; superfície do mar branca	Árvores arrancadas; danos na estrutura de construções
11	<i>Tempestade</i>	56 a 63	104 a 117	29 a 32	Mar revolto até 14 m; pequenos navios sobem nas vagas	Estragos abundantes em telhados e árvores
12	<i>Furacão</i>	>64	>119	>33	Mar todo de espuma; visibilidade nula	Grandes estragos

Tabela 1 – Escala de vento de Beaufort (OMM, 1970).

Fonte: ORGANIZAÇÃO METEOROLÓGICA MUNDIAL (1970, p.306).

Segundo Volpe e Schoffel (2001), a direcção principal do vento é dada por uma média estatística que aponta a direcção na qual é esperada uma maior porcentagem de ocorrência do fenómeno em relação ao total de horas por ano. Os mesmo autores mencionam que os ventos com alta velocidade não seguem obrigatoriamente esta direcção, vale ressaltar que as velocidades médias do vento estão relacionadas além da posição geográfica, com a altitude do local. O efeito da altitude pode ser exemplificado com a comparação de duas localidades próximas e na mesma latitude.

As altas velocidades de vento geralmente ameaçam a agricultura e a integridade de estruturas como: linhas aéreas de transmissão de energia, telhados de edificações, pontes, turbinas eólicas, antenas difusoras, entre outras. O correto dimensionamento destas estruturas e da agricultura depende da estimativa de frequência e magnitude de ventos extremos, de tal forma a garantir a segurança e a evitar o superdimensionamento (GONÇALVES, 2007).

2.1.1 Efeitos dos Ventos na Agricultura

O crescimento das plantas sofre influência do vento sob três fatores: transpiração, absorção de CO₂ e efeito mecânico sobre as folhas e ramos. A transpiração aumenta com a velocidade do vento até atingir certo nível, a partir do qual não se verifica mais alterações no valor de transpiração. O efeito do vento sobre a transpiração depende da temperatura e da umidade do ar presentes no microclima em que as plantas se encontram. Por exemplo, podem-se mencionar os climas áridos, nos quais os ventos secos e quentes provocam um murchamento extremamente rápido das plantas e mesmo em circunstâncias que apresentem água disponível no solo a planta não consegue suprir suas necessidades (MOTA, 1983).

Rondon (2002) avaliou o efeito do vento no crescimento e produção de biomassa da parte aérea de Paricá (*Schizolobum amazonicum*) aos 60 meses de idade, de modo a obter subsídios para determinar um espaçamento mais apropriado à região de mata. Ele concluiu, que o Paricá é uma espécie florestal sensível ao vento forte e, portanto, necessário adotar medidas preventivas para o início da implantação do reflorestamento.

De acordo com Borges e Souza (2004), o vento é um fator climático que interfere no cultivo da bananeira, sendo capaz de provocar pequenos danos ou até mesmo destruição do bananal. Segundo esses autores, a maior parte das variedades suporta ventos de até 40 kmh⁻¹, já as velocidades entre 40 e 55 kmh⁻¹ produzem danos moderados e quando são superiores a 55 kmh⁻¹ a destruição da plantação pode ser considerada total. Porém, as variedades de porte baixo conseguem suportar ventos de até 70 kmh⁻¹, sendo consideradas mais resistentes ao vento do que as de porte médio.

Segundo Camargo (1985) e Camargo e Pereira (1994), os efeitos do vento em cafeeiro, podem ser diretos ou exclusivamente mecânicos, quando ocasionam danos às folhas e às gemas, além de intensificar a queda de flores e frutos em desenvolvimento, ou indiretos, como os ecofisiológicos, ocasionando aumento da demanda hídrica ou facilitando a penetração de microorganismos. Ventos frios, quando intensos e perseverantes, podem intensificar o fenômeno conhecido como geada de advecção.

Em contrapartida, Caramori et al. (1986), verificaram os efeitos do vento em mudas de cafeeiro Mundo Novo e Catuaí Vermelho e concluíram que as plantas apresentaram redução nos incrementos de altura, comprimento dos internódios e massa seca, quando as mesmas foram submetidas a ventos com velocidades superiores a 7,6 kmh⁻¹, apresentando baixa tolerância

aos ventos. Sendo assim, Monteiro (2009), afirmam que a ocorrência de vendavais em lavouras cafeeiras é um evento esporádico, localizado e atinge pequenas áreas. Porém, seus danos podem ser muito grandes para a cafeicultura, prejudicando tanto as plantas novas (mudas) de café quanto as plantas adultas, principalmente se estiverem nas fases de floração ou frutificação.

De acordo com Assis, Abad e Aguiar (1996), as velocidades extremas do vento podem provocar a quebra, a inclinação e o tombamento do cultivo de eucalipto. Geralmente esses plantios são afetados a partir da idade de dois anos podendo ocorrer perdas até o final do ciclo. Entretanto, Monteiro (2009), afirmam que os efeitos do vento na plantação de eucalipto, normalmente podem provocar perda de matéria prima, desuniformidade dos plantios e a queda na produtividade. O mesmo autor ressalta que é necessário utilizar materiais genéticos que produzam troncos com maior teor de lignina e maior flexibilidade para evitar ou diminuir esses eventos climáticos.

Neste contexto a partir da década de 70, métodos alternativos começaram a ser utilizados no Brasil para diminuir a incidência dos ventos prejudiciais a plantas como o quebra-ventos. Conforme Volpe e Schoffel (2001), o quebra-vento é considerado um sistema natural ou artificial, que auxilia na precaução da redução de velocidade média e da turbulência do vento, favorecendo melhorias às condições ambientais por meio do controle do microclima da área protegida. Na agricultura, por exemplo, o quebra-vento desenvolve várias funções como: conservação da umidade do solo, através da diminuição das perdas da água; proteção do solo contra a erosão eólica e das culturas evitando a queda de galhos, folhas, flores e frutos; fornecimento de combustível através da madeira; aumenta a eficiência da irrigação e do uso da água diminuindo a evapotranspiração da cultura e a conservação da fauna e outros valores ecológicos ajudando no manejo integrado de pragas. Apesar de todas estas vantagens apresentadas, os autores afirmam que somente uma pequena quantidade de agricultores utilizam os sistemas de quebra-ventos (VOLPE; SCHOFFEL, 2001).

Conforme Camargo et al. (1985), o monitoramento agrometeorológico das produções agrícolas é uma importante ferramenta que auxilia na tomada de decisões do agricultor, como: a determinação de melhores épocas de podas; colheitas; necessidades de irrigação; além da proteção contra adversidades meteorológicas, entre elas, a ocorrência de ventos extremos. Assim, os agricultores podem otimizar a aplicação de defensivos agrícolas, aumentando o lucro e preservando o ambiente.

2.1.2 Efeitos dos Ventos em Edificações

Nas últimas décadas, as edificações começaram a ficar mais altas e grandiosas, devido ao desenvolvimento da tecnologia. Com isso, foi necessário que os edifícios recebessem um maior reforço estrutural e uma fundação compatível com sua magnitude. Assim, teve um aumento da requisição das fundações e do desenvolvimento das estruturas, além da diminuição das áreas úteis das construções. Consequentemente, o custo de construção teve um aumento significativo e para que as edificações se tornassem viáveis é necessário uma boa análise na estrutura (PRIGOL, 2012).

Diversas construções têm sido danificadas pelo vento, inúmeras pontes foram total ou parcialmente destruídas com apenas alguns meses de uso. Torres de transmissão de energia elétrica, torres de rádio, televisão, micro-ondas e radares também são sujeitos às ações do vento. De acordo com Blessmann (2001, p.11-12), os acidentes mais frequentes ocasionados pelo vento em edifícios são arrancamentos de painéis de vedação. Normalmente, esses painéis e suas ancoragens não são mensurados para resistirem às altas sucções que apresentam nas quinas de edifícios altos.

As construções com estruturas leves como: hangares, pavilhões de feiras e indústrias, oficinas, garagens, coberturas de estádios e entre outros também sofrem com a ação do vento, ocorrendo o arrancamento parcial ou total da cobertura. Esse tipo de acidente pode ser impedido quando há uma fixação ou um planejamento da resistência do fixador das estruturas de cobertura. Se isso não for feito, toda estrutura será destruída e carregada a distâncias, como aconteceu em Santa Maria, RS, em 1999 (BLESSMANN, 2001, p.14).

Resumidamente Blessmann (2001, p.23-24) apresenta mais cinco causas estruturais para os acidentes causados pelo vento. São elas: contraventamento insuficiente; dimensionamento insuficiente; fundações inadequadas; paredes inadequadas e deformabilidade excessiva das edificações. Sendo assim, é necessário avaliar as cargas de vento e outras ações dinâmicas que atuam sobre eles, buscando projetá-los da forma mais eficiente e vantajosa, para que não cause diminuição na vida útil da estrutura e evitando catástrofes.

Portanto, a previsão probabilística da ocorrência de ventos extremos é de suma importância para o planejamento das atividades sujeitas a seus efeitos adversos. Uma maneira de modelar esses eventos é utilizando a teoria de valores extremos.

2.2 TEORIA VALORES EXTREMOS

A Teoria dos Valores Extremos (TVE) é um ramo da estatística e probabilidade que estuda o comportamento estocástico de eventos extremos (MENDES, 2004). Os princípios da TVE foram inicialmente descritos por Fisher e Tippett (1928), que definiram os três tipos prováveis (I, II, III) de distribuições assintóticas dos valores extremos, conhecidas como Gumbel, Fréchet e Weibull. Porém, o primeiro a estudar e normalizar a aplicação estatística destas distribuições foi Gumbel (1955), cuja a metodologia tem sido constantemente aplicada à máxima anual de séries de dados relacionados a vazões de rios, precipitações, ventos, finanças e entre outros.

Outras colaborações fundamentais para o desenvolvimento da teoria de valores extremos foram dadas por Gnedenko (1943), que apresentou condições necessárias e suficientes para a existência das distribuições assintóticas dos valores extremos e determinou que as caudas dessas distribuições, ou seja, a parte que trata dos valores máximos ou mínimos menos frequentes, podem ser modeladas por alguns tipos de distribuições contínuas.

Conforme Coles (2001), os dados extremos podem ser obtidos a partir de um conjunto de dados de duas formas diferentes: selecionando os máximos (ou mínimos) de cada período de uma série de dados, que é denominado como máximos (ou mínimos) em blocos, ou através dos valores que extrapolam um determinado limiar alto (ou baixo), que é chamado de excessos sobre um limiar. Neste trabalho, os dados serão separados por máximos em blocos por semestres.

2.2.1 Valores Extremos por Máximos em Blocos

Seja uma amostra com X_1, X_2, \dots, X_n variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d) com distribuição F_X . Desta forma, defini-se $M_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ sendo o máximo das n variáveis aleatórias i.i.d. Então a função de distribuição do máximo é dada por:

$$\begin{aligned}
F_{M_n}(x) &= P(M_n \leq x) \\
&= P(X_1 \leq x \cap X_2 \leq x \cap \cdots \cap X_n \leq x) \\
&= P(X_1 \leq x) \times P(X_2 \leq x) \times \cdots \times P(X_n \leq x) \\
&= [F_X(x)]^n.
\end{aligned}$$

para $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Considerando as constantes de normalização $a_n > 0$ e $b_n \in \mathbb{R}$, o teorema de Fisher-Tippet determina que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \{ a_n^{-1} (M_n - b_n) \leq x \} = \lim_{n \rightarrow \infty} F^n(a_n + b_n x) \rightarrow G(x), \quad (2.1)$$

em que, $G(x)$ é uma função de distribuição não-degenerada.

A teoria assintótica de valores extremos (FISHER e TIPPET, 1928; GNEDENKO, 1943) estabelece que $G(x)$ tem que ser de uma das três formas a seguir. Considerando $G(x)$ uma função de distribuição não-degenerada, α e β os parâmetros de posição e escala respectivamente, então:

Distribuição Gumbel (Tipo I)

$$G(x) = \exp \left\{ - \exp \left[- \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right] \right\} \quad \text{para } \alpha \in \mathbb{R}, \beta > 0 \text{ e } -\infty < x < \infty. \quad (2.2)$$

Distribuição Fréchet (Tipo II)

$$G(x) = \exp \left\{ - \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right)^{-\delta} \right\} \quad \text{para } \alpha \in \mathbb{R}, \beta > 0, \delta > 0 \text{ e } x > 0. \quad (2.3)$$

Distribuição Weibull (Tipo III)

$$G(x) = \exp \left\{ - \left[- \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right)^\delta \right] \right\} \quad \text{para } \alpha \in \mathbb{R}, \beta > 0, \delta > 0 \text{ e } x \leq 0. \quad (2.4)$$

Em 1955, Jenkinson propôs a distribuição generalizada de valores extremos (GEV), que uniu essas três distribuições em uma única forma paramétrica.

2.2.2 Distribuição Generalizada de Valores Extremos

A distribuição GEV, proposta por Jenkinson (1955) apresenta a seguinte função de distribuição de probabilidade acumulada,

$$F_{GEV}(x) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \right\}, \quad (2.5)$$

definida em $-\infty < x < \alpha - \beta/\xi$ para $\xi < 0$, $-\infty < x < +\infty$ para ξ tendendo a zero, $\alpha - \beta/\xi < x < +\infty$ para $\xi > 0$, sendo α , β e ξ os parâmetros de posição, escala e de forma respectivamente, com $\beta > 0$ e $\xi \neq 0$.

Segundo Coles (2001), as distribuições de valores extremos de Fréchet (2.3) e de Weibull (2.4) correspondem aos casos particulares de (2.5) em que $\xi > 0$ e $\xi < 0$, respectivamente. Já o limite de $F_{GEV}(x)$ com ξ tendendo a zero, tem-se que (2.5) corresponderá à função de distribuição acumulada de Gumbel que é dada por:

$$F_{GU}(x) = \exp \left[- \exp \left(- \frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right], \quad (2.6)$$

definida em $-\infty < x < \infty$.

Derivando-se (2.5) em relação a x , obtém-se a função densidade de probabilidade da distribuição GEV, dada por:

$$f_{GEV}(x; \alpha, \beta, \xi) = \frac{1}{\beta} \left[1 + \xi \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (2.7)$$

definida em $-\infty < x < \alpha - \beta/\xi$ para $\xi < 0$ e $\alpha - \beta/\xi < x < +\infty$ para $\xi > 0$.

Para o caso particular da distribuição GEV, em que limite de $F_{GEV}(x)$ com ξ tendendo a zero, basta derivar (2.6) em relação a x , que se obtém a função densidade de probabilidade da distribuição Gumbel, dada por:

$$f_{GU}(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta} \exp \left\{ - \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right) - \exp \left[- \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right] \right\}, \quad (2.8)$$

definida em, $-\infty < x < \infty$.

A Figura 1 apresenta os gráficos da função densidade de probabilidade da GEV para

$\xi = -0,40$ (Weibull), $\xi \rightarrow 0$ (Gumbel) e $\xi = 0,40$ (Fréchet), com $\alpha = 2$ e $\beta = 20$, a partir dos quais pode observar que o parâmetro ξ determina a natureza das caudas da distribuição.

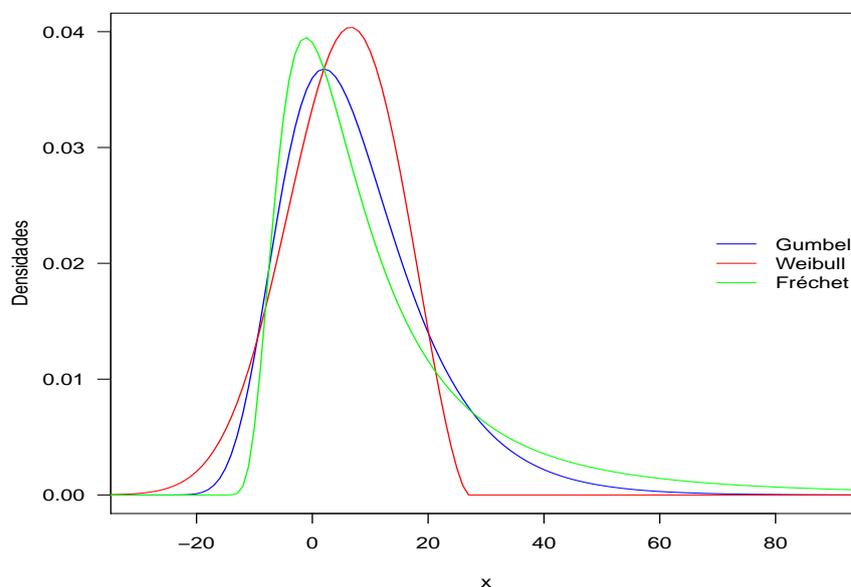


Figura 1 – Função densidade de probabilidade da distribuição GEV para $\xi = -0.4$ (Weibull), $\xi \rightarrow 0$ (Gumbel) e $\xi = 0,40$ (Fréchet), com $\alpha = 2$ e $\beta = 20$.

Fonte: Elaborada pela autora.

Desde sua origem com Jenkinson (1955), a distribuição GEV tem sido utilizada em diversas áreas auxiliando na solução dos problemas relacionados com a hidrologia, meteorologia, engenharias, seguros, economia e finanças, entre outras. Hundedcha et al. (2008), ajustaram as distribuições de probabilidades Gumbel e GEV à velocidade de ventos máximos anuais do golfo de São Lourenço, Canadá. Os parâmetros das distribuições foram estimados pelo método da máxima verossimilhança e via inferência Bayesiana. Os autores verificaram que a distribuição GEV apresentou quantis semelhantes com intervalos de credibilidade mais estreitos em relação a distribuição Gumbel. Brabson e Palutikof (2000) compararam as distribuições generalizada de Pareto com a generalizada de valores extremos na previsão de velocidade máxima de ventos de cinco regiões do norte da Escócia com os parâmetros das distribuições estimados pelo método da máxima verossimilhança e o método de momentos ponderados por probabilidade.

Para estudos sobre velocidades máximas de vento, atualmente, tem sido utilizada a distribuição Gumbel, caso particular da distribuição GEV, como pode ser observado no trabalho de Liska et al. (2013a). Para a aplicação desta distribuição, os autores consideraram-se duas metodologias: "Peaks Over Threshold"(POT) e Blocos Máximos, com objetivo de estimar os níveis máximos de velocidade de ventos do município de Piracicaba-SP e comparar ambas me-

metodologias. Foi verificado que as estimativas dos parâmetros da distribuição Gumbel foram mais precisas quando obtidas via metodologia POT do que via Blocos de Máximos, visto que apresentou menores valores do erro padrão relativo. Em outro trabalho, Liska et al. (2013b), aplicaram a teoria de valores extremos utilizando a distribuição Gumbel e séries temporais ao estudo dos níveis extremos de velocidade de ventos do município de Piracicaba-SP. Concluíram, por ambos métodos, que as maiores frequências de rajadas de vento foram observadas nos meses de setembro a fevereiro.

Bautista, Zocchi e Angelocci (2004), ajustaram a distribuição Gumbel e a distribuição GEV aos dados de velocidade máxima de vento da cidade de Piracicaba-SP e concluiu que a distribuição Gumbel apresentou-se como o modelo mais adequado para estudar o comportamento das velocidades extremas de vento de todos os meses do ano. Diante disso, observou-se que os meses de setembro a dezembro apresentaram as maiores velocidades máximas de vento. Já Sansigolo (2008), verificou que as distribuições teóricas de probabilidade que melhor se ajustaram aos extremos de temperatura máxima e mínima absoluta, precipitação máxima e velocidade máxima do vento em Piracicaba-SP foram, respectivamente, Gumbel, Normal, Gumbel e Weibull, com os parâmetros das distribuições também estimados pelo método da máxima verossimilhança.

Na área de hidrologia, Oliveira et al. (2014) ajustaram a distribuição GEV aos dados de precipitações máximas prováveis na região do sul de Minas Gerais, com seus respectivos parâmetros estimados pelo método dos momentos, método da máxima verossimilhança e Momentos-L. Blain (2011) e Caldeira et al. (2015) também realizaram estudos sobre precipitações pluviárias máximas e concluíram que a distribuição Gumbel é a mais adequada para modelar a série de dados. Em outro estudo Beijo, Vivanco e Muniz (2009), ajustaram a distribuição Gumbel à série de precipitações pluviárias máximas diárias para Jaboticabal-SP. Os parâmetros da distribuição foram estimados pelo método da máxima verossimilhança e inferência Bayesiana. De acordo com os autores, a metodologia Bayesiana, apresentou resultados mais acurados e precisos, tanto na estimação dos parâmetros da distribuição, como na obtenção dos valores de precipitação máxima provável para região de Jaboticabal-SP.

Na região de Cascavel-PR, Quadros, Queiroz e Boas (2011), analisaram séries históricas de precipitações máximas e ajustaram as distribuições GEV e Gumbel, concluindo que a distribuição Gumbel subestima os níveis de retorno em relação a distribuição GEV para grandes períodos de retorno.

Na área de modelos financeiros, a aplicação da teoria de valores extremos se concentra na modelagem dos valores de Risco (VaR), na qual tem como objetivo as perdas que podem ocorrer com uma certa probabilidade pré-especificada e sob condições normais de mercado. Mendes (2004) ajustou técnicas robustas e modelos de TVE em âmbito de mercados emergentes para estimar medidas de risco financeiro, integrando o VaR e a perda em excesso esperada.

2.2.3 Inferência para os parâmetros da distribuição GEV

Existem diversos métodos para fazer inferência sobre os parâmetros α , β e ξ da distribuição generalizada de valores extremos (GEV), sendo que, a estimação do parâmetro forma ξ é de grande importância para determinar o comportamento da cauda da distribuição GEV. Conforme Coles e Dixon (1999), inúmeras sugestões foram propostas, entre elas, técnicas gráficas, estimadores baseados no método dos momentos, mínimos quadrados ordinários, método da máxima verossimilhança, mínimos quadrados generalizados e métodos Bayesianos. Inúmeros estudos têm sido realizados para definir os melhores estimadores, tais como: Queiroz e Chaudhry (2006), Beijo, Vivanco e Muniz (2009), Blain (2011) e Caldeira et al. (2015).

2.2.4 Método da Máxima Verossimilhança

Os fundamentos do método da máxima verossimilhança consistem na busca de valores para θ , na qual maximizam a probabilidade da amostra X_1, X_2, \dots, X_n ter ocorrido. Sendo assim, Mood, Graybill e Boes (1982), define a função de verossimilhança da seguinte maneira:

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n uma série de n variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid), com função densidade de probabilidade $f(x_i, \theta)$ e $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ uma série de observações. A função de verossimilhança é expressa por:

$$L(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta), \quad (2.9)$$

em que, θ pode ser vetor de parâmetros e \mathbf{x} o vetor de dados.

As estimativas dos parâmetros da função $L(\theta|\mathbf{x})$ são encontradas quando for realizada

a maximização da função, ou seja a derivação parcial em relação a cada elemento do vetor θ e igualando-se este a zero. As equações resultantes da distribuição GEV dessas derivações geralmente não possuem solução analítica, portanto, é necessário utilizar métodos iterativos para obter uma solução numérica. Existem diversos métodos iterativos assim como Newton-Raphson, Gradiente Conjugado e Nelder-Mead que são recomendados (BAUTISTA, 2002).

Os estimadores de máxima verossimilhança apresentam boas propriedades assintóticas, tais como: invariância, eficiência, consistência e suficiência. Maiores informações sobre essas propriedades, podem ser encontradas em Mood, Graybill e Boes (1982) e Casella e Berger (2010).

De acordo com Mendes (2004), os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros da distribuição GEV seguem, assintoticamente, uma distribuição Normal. Logo, para construir intervalos de confiança, para α , β e ξ , assim como, os quantis extremos e os níveis de retorno, pode fazer-se uso dessa normalidade assintótica. Logo, um intervalo de, aproximadamente, $(1-\gamma)100\%$ de confiança para um destes parâmetros é dado por:

$$\hat{\theta}_i \pm z_{\frac{\gamma}{2}} \times e_{\theta_i}$$

em que $\theta = (\alpha, \beta, \xi)$ é o vetor dos parâmetros, e é o erro padrão e $z_{\frac{\gamma}{2}}$ é o quantil de $\alpha/2$ de uma Normal padrão. Dado que a distribuição Normal é simétrica, estes intervalos de confiança são centrados nas respectivas estimativas pontuais dos parâmetros.

De acordo com Smith (1985), os métodos baseados em função de verossimilhança são privilegiados devido a teoria dos estimadores de máxima verossimilhança ser bem compreendida e as inferências serem facilmente modificadas ao incorporar modelos com estruturas mais complexas. O mesmo autor citou que devido aos limites da distribuição GEV dependerem de seus parâmetros, as condições de regularidade para a estimação pelo método da máxima verossimilhança não são necessariamente satisfeitas. Obtendo os seguintes resultados:

- (a) quando $\xi > -0,5$, os estimadores de máxima verossimilhança são completamente regulares;
- (b) quando $-1 < \xi < -0,5$, os estimadores de máxima verossimilhança existem, mas são não regulares;
- (c) quando $\xi < -1$, os estimadores de máxima verossimilhança não existem.

A situação em que $\xi < -0,5$ é extremamente rara para dados ambientais, de acordo com Smith (1985), devido ao fato de corresponderem a distribuições com cauda superior, muito

curta e finita. É possível verificar que as limitações teóricas da abordagem da máxima verossimilhança não são triviais na prática. De acordo com Bobee et al. (1993), o método da máxima verossimilhança pode apresentar estimativas ruins em amostras pequenas, principalmente quando a variável aleatória está restrita ao intervalo do qual dependem os parâmetros.

Alternativamente, tem sido utilizada a inferência Bayesiana, baseada no conceito de probabilidade subjetiva, na qual mede o grau de credibilidade que alguém deposita no acontecimento de um determinado evento do espaço amostral.

2.3 INFERÊNCIA BAYESIANA

A teoria Bayesiana surgiu em meados do século XVIII e foi desenvolvida por Thomas Bayes, que apresentou uma teoria subjetiva de probabilidade, fundamentada em um conhecimento a priori em associação a incertezas envolvidas no estudo. Na década de 30, alguns estudos teóricos como o desenvolvido por Jeffreys (1939) aplicados em problemas científicos, exigiam resoluções de integrais complexas o que fez com que os métodos Bayesianos ficassem mais limitados a problemas simples sem ganhar espaço no meio científico.

O problema dos cálculos integrais foi resolvido na década de 90 através do trabalho de Gelfand et al. (1990), que exploraram um recurso de simulação dinâmica, o algoritmo Amostrador de Gibbs, implementado por Geman e Geman (1984), o qual faz uso da teoria das Cadeias de Markov. Os resultados alcançados neste trabalho contribuíram com a ciência, e consequentemente, este algoritmo se estabeleceu como uma das ferramentas mais aplicadas na análise Bayesiana.

Segundo Gelman et al. (2003), a inferência Bayesiana é o processo de encontrar um modelo de probabilidade para um conjunto de dados e resumir o resultado por uma distribuição de probabilidade sobre os parâmetros do modelo e sobre quantidades não observadas tais como predição para novas observações. Consiste de utilizar informações *a priori* dos dados amostrais e do cálculo de uma distribuição *a posteriori* dos parâmetros, na qual todas as decisões e estimativas são executadas.

Aplicando-se a distribuição a priori $P(\theta)$, e a função de verossimilhança, $L(\mathbf{x}|\theta)$, é bem provável, de se obter a distribuição *a posteriori* de θ por meio do Teorema de Bayes, de modo que qualquer conclusão seja com base nessa distribuição (BOX; TIAO, 1992). O teorema é

denotado a seguir:

$$P(\theta|\mathbf{x}) = \frac{L(\mathbf{x}|\theta)P(\theta)}{\int L(\mathbf{x}|\theta)P(\theta)d\theta} \quad (2.10)$$

em que, $\mathbf{x} = x_1, x_2, \dots, x_n$ a amostra. Como o denominador não depende de θ tem-se que:

$$P(\theta|\mathbf{x}) \propto L(\mathbf{x}|\theta)P(\theta), \quad (2.11)$$

portanto, a expressão acima pode ser compreendida como:

$$\text{Posteriori} \propto \text{Verossimilhança} \times \text{Priori},$$

em que, \propto representa proporcionalidade.

Para extrair a informação de θ da distribuição *a posteriori*, nas situações em que possui mais de um parâmetro é necessário integrá-la. De acordo com Sorensen (1996) e Gamerman (1996), a integração dessa distribuição *posteriori* para obtenção de marginais, geralmente, não é analítica, logo é necessário utilizar algoritmos iterativos para solucioná-la como Metropolis-Hastings e o Amostrador de Gibbs, que são métodos fundamentados em Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC).

As técnicas MCMC possibilitam a geração de cadeias de Markov, que podem ser determinadas como processos descrevendo trajetórias, na qual quantidades sucessivas são descritas probabilisticamente de acordo com o valor de seu predecessor imediato. Normalmente, estes processos tendem a um equilíbrio e as quantidades limites seguem uma distribuição probabilística que não varia mais, ou seja, distribuição de equilíbrio (GAMERMAN, 1997).

A análise Bayesiana permite que as incertezas sobre uma estimativa pontual sejam também descritas por um intervalo, o qual é chamado de intervalo de credibilidade, sendo construído com base na distribuição *a posteriori*.

De acordo com Paulino, Turkman e Murteira (2003), a região de credibilidade é definida numericamente e admite uma interpretação probabilística direta e clara, sendo diferenciada da interpretação do intervalo de confiança da estatística clássica. Existe uma infinidade de regiões de credibilidade com o mesmo grau de credibilidade, e que normalmente se interessa em selecionar aquela que englobe todos os valores de θ com menor largura ou amplitude. Esta região é denominada como região de alta densidade posteriori, abreviadamente região HPD (do inglês, *Highest Probability Density*).

2.3.1 Distribuição *a priori*

A diferença essencial entre as abordagens Bayesiana e frequentista em relação à Inferência Estatística começa no fato de a primeira se basear num mecanismo formal que concede a inclusão da informação anterior ou externa ao experimento em questão, dita informação *a priori* (distribuição *a priori*) e a sua conjugação, após apropriada formalização, com a informação substanciada nos dados resultantes dessa experiência (PAULINO; TURKMAN; MURTEIRA, 2003).

Segundo Paulino, Turkman e Murteira (2003), a informação *a priori* que se pretende incorporar na análise é a informação anterior ao experimento possuído por alguém, que se identifica como o especialista do problema concreto (seja ele o pesquisador, o estatístico ou outrem) e contém elementos subjetivos. Estes elementos são muitas vezes radicados em fontes objetivas (dados históricos do problema ou de problemas análogos, fatos), sem nelas se esgotarem pelo envolvimento do perito em processos de elaboração mental conducentes à formação das suas crenças sobre aspectos desconhecidos (logo, incertos) da modelação considerada para o problema.

A distribuição *a priori* pode ser classificada de acordo com o grau de informação de θ , seja ela *priori* informativa ou *priori* não-informativa. Nas situações em que especialistas estabelecem uma certa prioridade para um intervalo de um ou mais valores do parâmetro no espaço paramétrico, pode-se definir a distribuição *a priori* como sendo distribuição informativa. Por outro lado, quando o pesquisador não prioriza nenhum valor do parâmetro no espaço paramétrico é definida como distribuição *a priori* não-informativa. Sendo assim, Box e Tiao (1992) afirmam que, *a priori* é a forma de se quantificar a incerteza sobre o experimento, porém *a priori* não-informativa não evidencia necessariamente o desconhecimento do pesquisador sobre o experimento, logo é necessário ser usada de forma a viabilizar a inferência posteriori.

A informação *a priori* requer uma forma funcional, ou seja, a distribuição de probabilidade e o valor dos seus parâmetros, que são chamados de hiperparâmetros. Em contrapartida, existem outras formas de especificação da distribuição *a priori* como: *a priori* subjetivas e *priori* conjugadas. Mais informações sobre essas especificações podem ser encontradas em Paulino, Turkman e Murteira (2003).

Por outro lado, também existem formas de implementar uma *priori* não-informativa, tais como: método de Bayes-Laplace, método de Jeffreys, método de Box-Tiao, método de entropia

máxima e método de Berger-Bernardo. Mais informações sobre essas estratégias de implementação de *priori* não-informativa podem ser encontrado em Paulino; Turkman e Murteira (2003).

2.3.2 Distribuição *a posteriori*

A distribuição *a posteriori* do parâmetro θ é a base da estimação em inferência Bayesiana. Conforme a equação (2.11), obtém-se essa distribuição através da combinação da distribuição *a priori* e a função de verossimilhança, utilizando o Teorema de Bayes. Logo, a distribuição *a posteriori* favorece o grau de conhecimento prévio sobre o parâmetro (θ) e as informações propiciada pelo experimento (RESENDE,1997).

Segundo Fonseca et al. (2008), para obter as distribuições marginais *a posteriori* quando θ possui mais de um parâmetro e assim realizar as inferências sobre eles (parâmetros), é necessário integrar a distribuição conjunta *a posteriori* em relação a cada parâmetro.

As estimativas dos parâmetros podem ser analisadas através da média da distribuição *a posteriori* e por um intervalo, o qual, nesta teoria, é chamado de intervalo (região) de credibilidade, que é construído a partir da distribuição *a posteriori*. Apesar de existir uma infinidade desses intervalos que apresentam o mesmo grau de credibilidade, apenas um apresenta a menor amplitude e maior densidade dentre todos os possíveis intervalos, conhecido como região HPD (BRUNELLO; NAKANO, 2015).

Gamerman (1996) afirma que, a integração da distribuição conjunta *a posteriori* para a obtenção das marginais para os casos em que possui mais de um parâmetro, geralmente, não possui solução analítica, desta maneira, é necessário utilizar algoritmos iterativos especializados tais como: o Amostrador de Gibbs e o algoritmo de Metropolis-Hastings da técnica MCMC, apresentados a seguir.

2.3.3 Cadeias de Markov

Conforme Gamerman (1997), uma cadeia de Markov é um método estocástico $\theta_0, \theta_1, \dots$ tal que a distribuição de θ_j dados todos os valores anteriores $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{j-1}$ depende apenas de θ_{j-1} . Logo,

$$P(\theta_j \in A | \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{j-1}) = P(\theta_j \in A | \theta_{j-1})$$

para qualquer subconjunto A e sendo j o número de iterações. Mas, os métodos MCMC exigem ainda que a cadeia seja:

- (a) homogênea, i.e. as probabilidades de transição de um estado para outro são invariantes;
- (b) irredutível, i.e. cada estado pode ser atingido a partir de qualquer outro em um número finito de iterações;
- (c) aperiódica, i.e. não haja estados absorventes.

Sendo assim, o algoritmo de Metropolis-Hastings que será apresentado neste trabalho satisfaz a estas condições.

2.3.4 Monte Carlo via Cadeias de Markov- MCMC

Na última década houve um aumento significativo da aplicação da metodologia Bayesiana, devido ao grande desenvolvimento da tecnologia, como os recursos computacionais. Para fazer a inferência sobre os parâmetros das distribuições é necessário estabelecer as marginais a *posteriori*. Sendo assim, é necessário utilizar métodos de simulação para fazer inferência sobre os parâmetros como: Monte Carlo simples, Monte Carlo com função de importância, o método do Bootstrap Bayesiano, MCMC, entre outros.

Os métodos MCMC são uma alternativa aos métodos não iterativos em problemas complexos. O intuito é obter uma amostra da distribuição a *posteriori* e calcular estimativas amostrais de características desta distribuição. Diante dos métodos MCMC, tem-se que os algoritmos amostrador de Gibbs e o algoritmo de Metropolis-Hastings sendo os mais utilizados. Estes estabelecem uma excelente ferramenta para solução de muitas dificuldades práticas na análise Bayesiana (NOGUEIRA, 2004).

O algoritmo de Metropolis-Hastings é um método de MCMC, que foi desenvolvido por Metropolis(1953) e generalizado por Hastings (1970). Este algoritmo permite gerar uma amostra da distribuição conjunta a *posteriori* a partir das distribuições condicionais completas com formas desconhecidas. Desse modo, o mesmo usa a ideia de que um valor é gerado de uma

distribuição auxiliar ou opositora sendo aceito com uma dada taxa de aceitação de probabilidade (METROPOLIS et al.,1953; HASTINGS, 1970).

Caso essas distribuições apresentarem formas conhecidas, utiliza-se um caso especial do Metropolis-Hastings, o Amostrador de Gibbs. As estruturas desses algoritmos podem ser encontrados em Hastings (1970), Gelman et al.(2003), Paulino, Turkman e Murteira (2003).

2.3.5 Verificação de Convergência

Os métodos MCMC têm sido aplicados em diversas áreas e se tornaram uma excelente ferramenta na análise bayesiana porém, apresentam algumas limitações. Conforme Cowles e Carlin (1996), essas dificuldades estão totalmente interligadas na incerteza sobre qual o número necessário de iterações para que se garanta que a cadeia convergiu para o estado de equilíbrio, influências dos valores iniciais da cadeia e o fato das sequências de valores apresentarem correlações entre si.

Segundo Gamerman (1997), a avaliação da convergência da cadeia de Markov é efetuada através de métodos formais e informais. Os métodos informais estão relacionados a análise visual da trajetória da cadeia ao longo das iterações. Já os métodos formais estão relacionados aos métodos de convergência. Conforme Nogueira, Sádafi e Ferreira (2004), existem diversos métodos na literatura para verificar convergência, sendo que alguns critérios podem ser classificados como sendo puramente computacionais, outros necessitam de dispendioso gasto computacional e outros são facilmente implementáveis. Logo, neste trabalho foram utilizados os seguintes critérios, por apresentar facilidade na interpretação de convergência e implementação: critério de Geweke (1992), Raftery e Lewis (1992) e Heidelberger e Welch (1993).

O método de Geweke (1992), consiste em designar a não convergência da média *a posteriori* da quantidade amostrada, ou seja a diferença padronizada entre as médias não podem ser muito grande para não ocorrer a não convergência da cadeia (NOGUEIRA; SÁDAFI; FERREIRA, 2004).

O critério de Raftery e Lewis (1992) é um método que define quantas iterações são suficientes para que o algoritmo de Metropolis-Hastings obtenha convergência à distribuição estacionária. De acordo com Nogueira (2004), o método concede as estimativas do "burn-in", sendo este o número de iterações que devem ser descartadas e o "thin" que está relacionado a

distância mínima de uma iteração a outra, com objetivo de diminuir a autocorrelação amostral até chegar-se a independência.

O critério de Heidelberg e Welch (1993) foi desenvolvido para determinar o valor inicial de uma sequência discreta de eventos, sendo apropriada para avaliar a convergência de determinados métodos MCMC.

2.3.6 Critério Desvio-Informação (DIC)

Existem diversos métodos para comparar diferentes modelos ajustados a um mesmo conjunto de dados e escolher aquele que melhor descreve o comportamento dos dados, tais como: o critério de informação do desvio (DIC) (SPIEGELHALTER et al., 2002), o critério de Akaike (AIC) (BROOKS, 2002) e o critério de informação Bayesiano (BIC) (SPIEGELHALTER et al., 2002). Esses critérios mencionados, são baseados na média *a posteriori* da deviance, a qual é uma medida de ajuste. Será utilizado neste trabalho o DIC, por estar implementado no software OpenBugs e R.

O DIC (*Deviance Information Criterion*) é particularmente usual nos problemas Bayesianos de seleção de modelos para os quais amostras da distribuição *a posteriori* dos parâmetros dos modelos foram obtidas por simulação de MCMC. Conforme Spiegelhalter et al. (2002), este critério é uma aproximação assintótica para amostras grandes e é válido quando a distribuição *a posteriori* é aproximadamente uma distribuição normal multivariada. Desta forma, define-se o desvio (*Deviance*) como:

$$D(\theta) = -2 \ln L(\theta) + C \quad (2.12)$$

em que θ é o vetor de parâmetros do modelo; $L(\theta)$ a função de verossimilhança e C é uma constante que se cancela e, portanto não é necessário ser conhecida na comparação de dois modelos. Sendo assim, o critério DIC introduzido por Spiegelhalter et al. (2002) é dado por:

$$DIC = D(\hat{\theta}) + 2p_D \quad (2.13)$$

em que $D(\hat{\theta})$ é o desvio avaliado na média *a posteriori* e p_D é o número efetivo de parâmetros no modelo, que é dado por:

$$p_D = \bar{D} - D(\hat{\theta}) \quad (2.14)$$

sendo $\bar{D} = E[D(\hat{\theta})]$ o desvio médio *a posteriori* o qual mede a qualidade do ajuste do modelo aos dados. Os melhores modelos são aqueles que possuem um menor valor para o DIC.

Spiegelhalter et al. (2002), sugerem utilizar o seguinte critério para o módulo da diferença entre os valores de DIC de dois modelos, A e B analisados. Esse critério é apresentado pela equação:

$$D = |DIC_A - DIC_B| \quad (2.15)$$

Assim,

- (a) se $D < 5$, não se pode escolher o modelo somente por ter o menor DIC, logo, é necessário utilizar outros métodos;
- (b) se $5 \leq D \leq 10$, considera-se que a diferença entre os modelos são substanciais;
- (c) se $D > 10$, definitivamente descarta-se o modelo com maior DIC.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 DADOS DE VELOCIDADE MÁXIMA DE VENTO DE BAURU-SP E SOROCABA-SP

Os dados utilizados foram obtidos junto ao Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), referente às cidades de Bauru e Sorocaba do interior do estado de São Paulo (SP). A estação Meteorológica Automática de Bauru está situada nas seguintes coordenadas geográficas: latitude $22^{\circ}18'S$, longitude $49^{\circ}42'W$ e altitude de 550m. Já, a estação Meteorológica Automática de Sorocaba encontra-se nas seguintes coordenadas geográficas: latitude $23^{\circ}21'S$, longitude $47^{\circ}40'W$ e altitude de 609m. Segundo CEPAGRI (2010), o clima de Bauru é *Cwa*, conforme a classificação de Köppen, este clima tem como características: inverno seco (temperaturas inferiores a 18°) e verão quente (temperaturas superiores a 22°). De acordo com a classificação de Köppen, o clima predominante em Sorocaba é *Cwa* na depressão periférica e *Cwb* nas áreas elevadas, ou seja esse clima é considerado tropical quente e úmido com um inverno seco e um verão chuvoso (SCHIEVENIN et al., 2012). Na Figura 2, é apresentado um mapa indicando a localidade das cidades de Bauru e Sorocaba, bem como, a proximidade de Piracicaba.

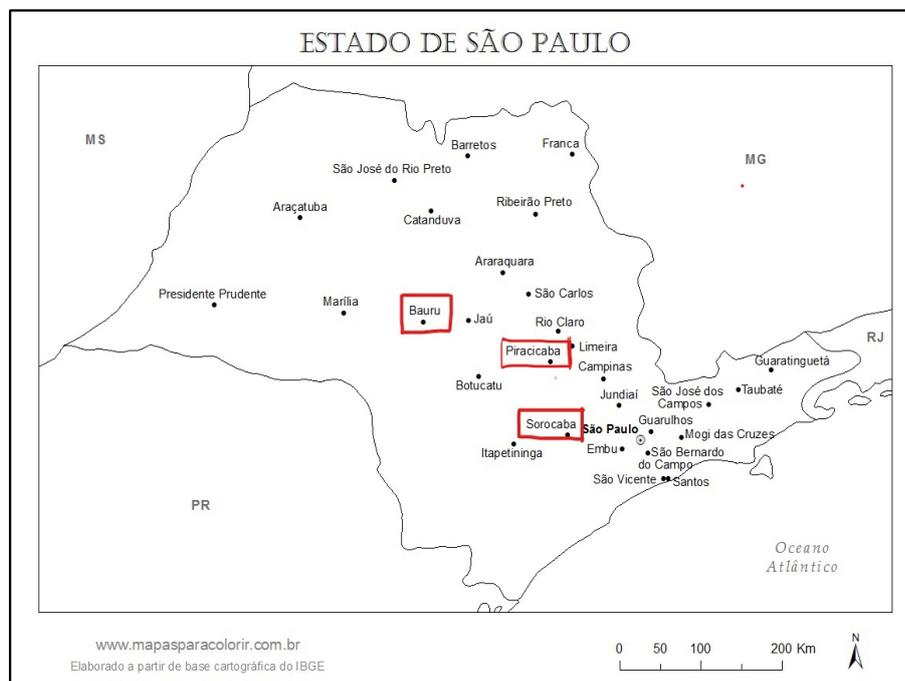


Figura 2 – Mapa do Estado de São Paulo com as localizações das cidades em estudo, 2018.

Fonte: Elaborado a partir de base cartográfica do IBGE. *

Os dados das duas cidades correspondem às velocidades máximas de vento diários do mês, expressas em kmh^{-1} referente ao período de janeiro de 2006 a dezembro de 2016. A partir desses dados foi obtida a série de máximos semestrais, selecionando a maior velocidade do vento observada durante os semestres, formando assim uma série de máximos com 22 observações, para cada local.

As observações de 2006/1 à 2012/2 foram usadas para estimar os parâmetros dos modelos e calcular a velocidade máxima provável para os tempos de retorno para 2, 4, 6 e 8 semestres. Foram utilizadas as séries restantes (2013/1 à 2016/2) para extrair as velocidades máximas observadas em 2, 4, 6 e 8 semestres e verificar a acurácia e o erro médio de predição das velocidades máximas esperadas, obtidas via método da máxima verossimilhança e via inferência Bayesiana.

3.2 ANÁLISE DESCRITIVA

A análise descritiva dos dados foi baseada na estimação de medidas de posição (média e mediana), de dispersão (amplitude interquartílica, desvio padrão e coeficiente de variação), de

assimetria, para as variáveis aleatórias velocidades máximas semestrais de ventos, para Sorocaba e Bauru.

3.3 TESTES DE HIPÓTESES PRELIMINARES

Primeiramente, é necessário verificar se as observações satisfazem à pressuposição de independência da função de verossimilhança. Com esse fim foi realizado o teste de Ljung-Box (LJUNG; BOX, 1978) com um nível de 5% de significância e com as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : & \text{A série de velocidade máxima semestral de vento é independente.} \\ H_1 : & \text{A série de velocidade máxima semestral de vento não é independente.} \end{cases}$$

Para analisar se as séries de velocidades máxima semestral de vento da região de Bauru e Sorocaba são estacionárias ou não, ou seja, se esses dados possuem tendência ou não, foi utilizado o teste de Mann-Kendall (MANN, 1945; KENDALL, 1975) ao nível de 5% de significância e com as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : & \text{A série de velocidade máxima semestral de vento é estacionária.} \\ H_1 : & \text{A série de velocidade máxima semestral de vento não é estacionária.} \end{cases}$$

3.4 TESTES PARA AJUSTES

O teste de Kolmogorov-Smirnov, ao nível de 5% de significância foi realizado após a modelagem, com objetivo de analisar o ajuste das distribuições GEV e Gumbel à série de velocidades máxima semestral de ventos das respectivas cidades. Sendo que, o teste possui as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : & \text{A série de velocidade máxima semestral de vento segue a distribuição teórica} \\ H_1 : & \text{A série de velocidade máxima semestral de vento não segue a distribuição teórica.} \end{cases}$$

A qualidade do ajuste das distribuições também foi verificada utilizando os gráficos de Probabilidade-Probabilidade (PP-Plots). Os gráficos PP-Plots buscam representar no plano cartesiano a função de distribuição acumulada empírica de uma série de dados *versus* a função de distribuição acumulada teórica de determinada distribuição.

3.5 ESTIMAÇÃO VIA MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Para estimação dos parâmetros da distribuição GEV *via* método de máxima verossimilhança, assumindo independência, tem-se a seguinte função de verossimilhança:

$$L(\alpha, \beta, \xi | \mathbf{x}) = \frac{1}{\beta^n} \prod_{i=1}^n \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \right\} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \right\}. \quad (3.1)$$

Logo, o logaritmo da função de verossimilhança ou função suporte é dado por:

$$l(\alpha, \beta, \xi | \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left\{ -\ln \beta - \left(\frac{1+\xi}{\xi} \right) \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right] - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}. \quad (3.2)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança de α , β e ξ são obtidos pela solução do sistema de equações não lineares formado pelas derivadas de primeira ordem da eq (3.2), em relação a cada parâmetro, igualadas a zero, isto é, pela solução de:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\hat{\beta}} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1 + \hat{\xi} - w_i^{-\frac{1}{\hat{\xi}}}}{\hat{\beta}} \right) &= 0; \\ -\frac{n}{\hat{\beta}} + \frac{1}{\hat{\beta}^2} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{(x_i - \hat{\alpha}) \left[(1 + \hat{\xi})^{-w_i^{-\frac{1}{\hat{\xi}}}} \right]}{w_i} \right\} &= 0; \\ \sum_{i=1}^n \left\{ \left(1 - w_i^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \right) \left[\frac{1}{\hat{\xi}^2} \ln(w_i) - \frac{(x_i - \hat{\alpha})}{\hat{\xi} \hat{\beta} w_i} \right] - \frac{(x_i - \hat{\alpha})}{\hat{\beta} w_i} \right\} &= 0, \end{aligned}$$

em que $w_i = 1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \right)$.

A função suporte da verossimilhança da distribuição Gumbel pode ser expressa por:

$$l(\alpha, \beta | \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left\{ -\ln \beta - \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) - \exp \left(-\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right\}. \quad (3.3)$$

e os estimadores de máxima verossimilhança de α e β são obtidos pela solução do sistema de equações:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\hat{\beta}} \left\{ \left[\sum_{i=1}^n \exp \left(-\frac{x_i - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \right) \right] - n \right\} &= 0; \\ \frac{1}{\hat{\beta}} \left\{ \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{x_i - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \right) - \left(\frac{x_i - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \right) \exp \left(-\frac{x_i - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \right) \right] \right\} - n \right\} &= 0. \end{aligned}$$

3.6 ESTIMAÇÃO VIA INFERÊNCIA BAYESIANA

Para estimação dos parâmetros da distribuição GEV via inferência Bayesiana, utilizou-se, basendo-se em Coles e Powell (1996), a distribuição a *priori* Normal Trivariada (NT), dada por:

$$p(\theta) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\theta - \Phi_0)^T \Sigma_0^{-1} (\theta - \Phi_0) \right\}, \quad (3.4)$$

em que $\theta = (\alpha; \ln(\beta); \xi)$ é o vetor dos parâmetros da distribuição GEV, $\Phi_0 = (\alpha_0; \beta_0; \xi_0)$ o vetor de médias dos hiperparâmetros e Σ_0 a matriz de variâncias e covariâncias (3x3) dada por:

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} Var(\alpha_0) & Cov(\alpha_0, \beta_0) & Cov(\alpha_0, \xi_0) \\ Cov(\alpha_0, \beta_0) & Var(\beta_0) & Cov(\beta_0, \xi_0) \\ Cov(\alpha_0, \xi_0) & Cov(\beta_0, \xi_0) & Var(\xi_0) \end{bmatrix}$$

Para estimação dos parâmetros da distribuição Gumbel via inferência Bayesiana, utilizou-se distribuições Normais univariadas para cada parâmetro sendo: $\alpha \sim N(a_\alpha, b_\alpha)$ e $\beta \sim N(a_\beta, b_\beta)$, dadas por:

$$p(\alpha | a_\alpha, b_\alpha) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} b_\alpha (\alpha - a_\alpha)^2 \right\} \quad (3.5)$$

$$p(\alpha | a_\beta, b_\beta) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} b_\beta (\ln \beta - \ln a_\beta)^2 \right\} \quad (3.6)$$

em que $(\alpha; \beta)$ é o vetor de parâmetros da distribuição Gumbel, $(a_\alpha; a_\beta)$ são os hiperparâmetros da média e $(b_\alpha; b_\beta)$ são os hiperparâmetros da precisão, sendo que a precisão é o inverso da variância do parâmetro.

As informações para os hiperparâmetros foram extraídas das distribuições GEV e Gumbel, ajustadas via máxima verossimilhança para a velocidade máxima semestral de vento da região de Piracicaba-SP, do período de 1974 à 2000. A escolha dessa cidade se justifica pelo fato de possuir uma série histórica de registros mais antiga, possuir características semelhantes e estar próxima às cidades de Bauru e Sorocaba (Figura 2). Os dados de velocidade máxima de vento de Piracicaba-SP, foram obtidos junto a estação agrometeorológica da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ). As coordenadas geográficas da estação são dadas por: latitude $22^\circ 42' 30'' S$, longitude $47^\circ 30' 00'' W$ e altitude de 545m. De acordo com, Villa

Nova (2003), o clima de Piracicaba-SP é tropical úmido com chuvas de verão e seca de inverno. Conforme a classificação de Koppen, a classificação do clima é *Cwa*.

Para o caso da *priori* informativa, os respectivos valores dos hiperparâmetros da média (a_α, a_β) das distribuições Normais para a distribuição Gumbel e o Φ_0 da normal trivariada para a GEV, foram obtidos através das estimativas dos parâmetros em cada ajuste e do logaritmo natural dessa estimativa para o parâmetro β da distribuição GEV. Já, para o caso da *priori* não informativa, foram utilizados hiperparâmetros das médias iguais a zero e variâncias altas. Sendo assim, para a distribuição GEV as *prioris* foram:

$$\textbf{Priori não informativa: } \Phi_0 = (0; 0; 0) \text{ e } \Sigma_0 = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix}$$

$$\textbf{Priori informativa: } \Phi_0 = (80,08; 10,90; -0,69) \text{ e } \Sigma_0 = \begin{bmatrix} 2,6800 & 0,5113 & -0,0455 \\ 0,5113 & 1,3097 & -0,0291 \\ -0,0455 & -0,0291 & 0,0072 \end{bmatrix}$$

Para a distribuição Gumbel as *priori* foram:

$$\textbf{Priori não informativa: } (a_\alpha, a_\beta) = (0; 0) \text{ e } (b_\alpha; b_\beta) = (0,00001; 0,00001).$$

$$\textbf{Priori informativa: } (a_\alpha, a_\beta) = (79,68; 2,3784) \text{ e } (b_\alpha; b_\beta) = (0,418410; 0,819672).$$

Com intuito de analisar diferentes estruturas de variabilidade e, conseqüentemente refinar ou calibrar a influência das informações a *priori*, a matriz de variância e covariância da *priori* da GEV (Σ_0), foram multiplicadas por 1, 2, 4 e 8 e apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Variâncias e Covariâncias das estimativas dos parâmetros da distribuição GEV estimadas via método de máxima verossimilhança, para os dados de velocidade máxima semestral de vento (kmh^{-1}) de Piracicaba-SP.

Distribuição	Estrutura	Var (α_0)	Var (β_0)	Var (ξ_0)	Cov (α_0, β_0)	Cov(α_0, ξ_0)	Cov(β_0, ξ_0)
GEV	1 var	2,6800	1,3097	0,0072	0,5113	-0,0455	-0,0291
	2 var	5,3600	2,6194	0,0144	1,0226	-0,0910	-0,0582
	4 var	10,7200	5,2388	0,0288	2,0452	-0,1820	-0,1164
	8 var	21,4400	10,4776	0,0576	4,0904	-0,3640	-0,2328

Fonte: Elaborada pela autora

E a variância da *priori* da Gumbel ($1/b_\alpha; 1/b_\beta$), também foram multiplicadas por 1, 2, 4 e 8 e apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Variância das estimativas dos parâmetros da distribuição Gumbel estimadas via método de máxima verossimilhança, para os dados de velocidade máxima semestral de vento (kmh^{-1}) de Piracicaba-SP.

Distribuição	Estrutura	b_α	b_β
Gumbel	1 var	0,4184	0,8197
	2 var	0,2092	0,4098
	4 var	0,1046	0,2049
	8 var	0,0523	0,1025

Fonte: Elaborada pela autora

Logo, foram ajustados dois modelos por meio do método da máxima verossimilhança, dois modelos com *priori* não informativa e oito modelos Bayesianos com *priori* informativa, sendo duas distribuições averiguadas (GEV e Gumbel) para cada região (Bauru-SP e Sorocaba-SP), totalizando doze modelos para cada cidade.

3.7 OBTENÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES A *POSTERIORI*

A partir das distribuições *a priori* propostas (3.4), (3.5) e (3.6) e as funções de verossimilhança (3.2) e (3.3) das respectivas distribuições (GEV e Gumbel), obtiveram-se as distribuições *a posteriori* conjuntas para ambas distribuições.

Considerando-se as distribuições *a priori* informativas para os elementos de θ , a distribuição *a posteriori* conjunta para distribuição GEV é dada por:

$$\begin{aligned}
 P(\theta|\mathbf{x}) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\theta - \Phi_0)^T \Sigma_0^{-1} (\theta - \Phi_0) \right\} \times \\
 \times \sum_{i=1}^n \left\{ -\ln \beta - \left(\frac{1+\xi}{\xi} \right) \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right] - \right. \\
 \left. - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

em que $\theta = (\alpha; \ln(\beta); \xi)$ é o vetor dos parâmetros da distribuição GEV.

Agora a distribuição *a posteriori* conjunta para a distribuição Gumbel é dada por:

$$\begin{aligned}
P(\theta|\mathbf{x}) \propto & \exp \left\{ -\frac{1}{2}b_\alpha(\alpha - a_\alpha)^2 \right\} \exp \left\{ -\frac{1}{2}b_\beta(\ln \beta - \ln a_\beta)^2 \right\} \times \\
& \times \sum_{i=1}^n \left\{ -\ln \beta - \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) - \exp \left(\frac{-x_i - \alpha}{\beta} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

tal que $\theta = (\alpha; \beta)$ é o vetor dos parâmetros, $(a_\alpha; a_\beta)$ os hiperparâmetros da média e $(b_\alpha; b_\beta)$ os hiperparâmetros da precisão.

Como a integração da distribuição conjunta *a posteriori* para obtenção das marginais das distribuições GEV e Gumbel, geralmente não apresentam forma analítica, foi utilizado método MCMC por meio do algoritmo iterativo Metropolis-Hastings.

Para obter cadeias com simulações eficientes para o caso da distribuição Gumbel, foram criadas cadeias com 96000 iterações, descartando as 36000 primeiras (burn-in) e realizando saltos a cada 10 iterações (thin de 10), resultando em uma cadeia final de 6000 iterações. Os ajustes das distribuições Gumbel, foram executados no software R (R Core Team, 2017) e integrado no OpenBugs (THOMAS; O'HARA, 2004), utilizando os pacotes: *coda* (PLUMMER et al., 2006), *evd* (STEPHENSON, 2002) e o *R2OpenBugs* (STURTZ; LIGGES; GELMAN, 2010).

Para a distribuição GEV com *priori* informativa, foram criadas cadeias com 1,75 milhões iterações, excluídas as 250000 primeiras e saltos a cada 200 iterações, resultando numa cadeia final de 7500 iterações. E para *priori* não informativa, foram geradas cadeias com 330 milhões de iterações, um descarte de 80 milhões e saltos a cada 40000 iterações, totalizando cadeias finais com 6250 iterações. A análise do ajuste das distribuições GEV foram realizadas no software R (R Core Team, 2017) utilizando os pacotes: *coda* (PLUMMER et al., 2006), *evd* (STEPHENSON, 2002), *evdbayes* (STEPHENSON; RIBATET, 2010) e o *tseries* (TRAPLETTI; HORNIK; LEBARON, 2007).

3.8 PROBABILIDADES DE OCORRÊNCIA DE VELOCIDADES MÁXIMAS DE VENTO

As probabilidades de ocorrência semestrais de velocidades máximas de vento acima de $x \text{ kmh}^{-1}$, são obtidas pela seguinte expressão:

$$P(X > x) = 1 - F(x) = 1 - \exp \left\{ - \left[1 + \hat{\xi} \left(\frac{x - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \right) \right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \right\} \quad (3.9)$$

cujo limite para $\xi \rightarrow 0$ é dado por:

$$P(X > x) = 1 - \exp \left\{ - \exp \left(- \frac{x - \hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \right) \right\} \quad (3.10)$$

sendo que x é um valor de velocidade máxima de vento do período e $0 < x < \infty$.

3.9 PERÍODO DE RETORNO

Seja B um evento e T o tempo aleatório entre ocorrências consecutivas de eventos B . O valor médio da variável T é denominado período de retorno do evento B . No caso em estudo, B é o evento : "vento máximo excede um determinado valor x ". Logo, o período de retorno para esse evento, é dado por:

$$T = \frac{1}{P(B)} = \frac{1}{1 - F(x)}, \quad (3.11)$$

sendo T expresso em semestres para esse estudo.

3.9.1 Nível de retorno da distribuição GEV e Gumbel

O nível de retorno (x_p), associado ao período de retorno T , é obtido a partir da solução da equação:

$$\int_{-\infty}^{x_p} f(x; \theta) dx = 1 - p \quad (3.12)$$

para $p = 1/T$, ou seja,

$$F(x_p) = (1 - p) \quad (3.13)$$

Ao aplicar a função inversa de F nos dois membros da equação (3.13) e relacionar com a probabilidade de ocorrência de velocidades máximas de vento (3.9) e (3.10), tem-se que:

$$\hat{x}_p = \hat{\alpha} - \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left\{ 1 - [-\ln(1 - p)]^{-\hat{\xi}} \right\}, \quad (3.14)$$

para $\xi \neq 0$, cujo limite para $\xi \rightarrow 0$ é dado por:

$$\hat{x}_p = \hat{\alpha} - \hat{\beta} \{\ln[-\ln(1 - p)]\}. \quad (3.15)$$

A estimativa \hat{x}_p do nível de retorno x_p para períodos de retorno $T = 1/p$ é obtido por substituição das estimativas de máxima verossimilhança de α , β e ξ e para inferência Bayesiana é obtido através da média da *posteriori*.

3.10 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DO MCMC

A análise de convergência das cadeias foram feitas por meio de três critérios: Critério de Geweke, Critério de Raftery e Lewis e Critério de Heidelberger-Welch. Conforme Nogueira (2004), na prática deve-se observar para o critério de Geweke (1992) que: rejeita-se a hipótese de convergência da cadeia, considerando um nível de 5% de significância, se o valor da estatística $|ZG| > 1,96$. No critério de Raftery e Lewis (1992) foi verificado se o Fator de Dependência é próximo de 1,0. No critério de Heidelberger-Welch (1983) verificou-se se o valor- p do teste é maior do que o nível de significância adotado (5%).

3.11 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS

Para a escolha do melhor método de estimação foi analisada a acurácia e a precisão das predições dos níveis de retorno para 2, 4, 6 e 8 semestres e o erro médio de predição (EMP). A acurácia foi avaliada analisando-se um determinado nível de retorno, quando o valor observado

pertencer à estimativa intervalar de 95% de probabilidade. A precisão foi analisada através da amplitude da estimativa intervalar.

O erro médio de predição (EMP) é expresso por:

$$EMP = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right| \times 100\%,$$

em que, x_i é o vento máximo observado em kmh^{-1} , \hat{x}_i vento máximo previsto para i -ésimo tempo de retorno em kmh^{-1} e $N = 4$ é quantidade de previsões realizadas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Inicialmente, foi realizada uma análise exploratória das variáveis aleatórias velocidades máximas semestrais de ventos, expressas em kmh^{-1} das regiões de Sorocaba-SP e Bauru-SP, apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Estatísticas descritivas da variável aleatória velocidade máxima semestral de vento (kmh^{-1}), nos períodos de 2006 a 2016, nas região de São Paulo, Sorocaba e Bauru.

Regiões	N ^o *	Média	Mediana	DP [†]	AI [‡]	CA [§]	CV(%) [¶]
Sorocaba	22	73,35	73,08	9,42	10,80	-0,28	12,84
Bauru	22	59,28	61,56	9,44	14,04	-0,58	15,93

Fonte: Elaborada pela autora

Pôde-se observar na Tabela 4, que em média, a velocidade máxima semestral de vento de Sorocaba-SP é de $73,35 \text{ kmh}^{-1}$, enquanto para Bauru-SP é de $59,28 \text{ kmh}^{-1}$. Verificou-se também, que a velocidade máxima mediana de Sorocaba é $73,35 \text{ kmh}^{-1}$. Enquanto, para Bauru é $61,56 \text{ kmh}^{-1}$.

Também foi possível observar na Tabela 4, que o coeficiente de variação da série de Bauru é maior que a de Sorocaba, diferença esta que pode ser observada na amplitude interquartilica.

Observa-se, ainda, na Tabela 4, que os valores dos coeficientes de assimetrias, para ambos lugares são negativos, o que demonstra que as distribuições sejam assimétrica à esquerda. Enquanto, no trabalho do Bautista (2002), os coeficientes obtidos foram positivos. Foi possível observar também, que a variabilidade para dados mensais obtidos no trabalho do Bautista (2002) variam entre 18,30 à 28,40 (kmh^{-1}), sendo maiores do que os semestrais obtidos no presente trabalho.

*Número de elementos

†Desvio Padrão

‡Amplitude Interquartilica

§Coeficiente de Assimetria

¶Coeficiente de Variação

4.2 SELEÇÃO DE MODELO PARA PREVISÃO DA VELOCIDADE MÁXIMA DE VENTOS PARA SOROCABA-SP E BAURU-SP

Na Tabela 5, são apresentados os resultados dos testes de Ljung-Box e Mann-Kendall, das regiões de Sorocaba-SP e Bauru-SP. Pôde-se observar pelo teste de Ljung-Box que, ao nível de 5% de significância, as séries de dados são independentes e pelo teste de Mann-Kendall que as séries são estacionárias, ou seja não possuem tendências.

Tabela 5 – Resultados do teste de Ljung-Box para independência e Mann-Kendall verificando a estacionariedade, para as regiões de Sorocaba-SP e Bauru-SP.

Regiões	Testes (valor- p)	
	Ljung-Box	Mann-Kandall
Sorocaba	0,9405	0,0667
Bauru	0,1165	0,1301

Fonte: Elaborada pela autora

Satisfeitas as pressuposições de independência e estacionariedade, foi possível ajustar as distribuições GEV e Gumbel com estimação via máxima verossimilhança e inferência Bayesiana, para os referidos lugares. Os resultados são apresentados na Tabela 6 para Sorocaba-SP e na Tabela 7 para Bauru-SP.

Pôde-se observar pela Tabela 6, que o parâmetro forma é $\xi > -0,5$, logo de acordo com Smith (1985), para o método da máxima verossimilhança as condições de regularidade foram satisfeitas. Porém, analisando a estimativa intervalar do parâmetro forma e as condições de regularidade, temos que os estimadores de máxima verossimilhança existem, mas podem não serem regulares. Por outro lado, pela Tabela 7, pôde-se observar que a estimativa do parâmetro forma é $\xi = -0,7882$, de acordo com as condições de regularidade os estimadores de máxima verossimilhança existem, mas podem não serem regulares, ou seja, podem influenciar as estimativas.

Também foi possível observar nas Tabela 6 e 7, que para todos os parâmetros de todas as estruturas de prioris, os fatores de dependência de Raftery e Lewis foram próximos de 1, a estatística de Geweke $|ZG| < 1,96$ e os valores- p do teste de Heidelberg-Welch foram não significativos ($p > 0,05$), indicando que não há evidências de não convergência das cadeias a *posteriori*.

Tabela 6 – Estimativas dos parâmetros das distribuições Gumbel e GEV de Sorocaba-SP via método da máxima verossimilhança e inferência Bayesiana, utilizando diferentes estruturas de variância *a priori*, com respectivas estimativas intervalares de 95% (IC e HPD) e resultados dos critérios de convergência.

Modelos	Estru	Parâmetro	Estimativa	$IC_{95\%}$ e $HPD_{95\%}$	Critério de Convergência *			
					ZGI	R.L	H.W	
Gumbel	MV	α	72,8050	[68,9024; 76,7070]	-	-	-	
		β	6,7730	[4,0133; 9,5324]	-	-	-	
	NI	α	72,8561	[68,1100; 77,6300]	0,376	1,00	0,574	
		β	7,9800	[4,687; 11,9306]	1,245	1,000	0,186	
	1var	α	75,5793	[73,3700; 77,8200]	0,999	1,010	0,308	
		β	5,8870	[4,7030; 7,0780]	0,251	1,000	0,617	
	2var	α	74,8182	[72,0900; 77,4700]	0,923	1,000	0,185	
		β	6,2282	[4,6820; 7,7890]	1,361	0,986	0,250	
	4var	α	74,1123	[70,9300; 77,3500]	0,567	1,000	0,337	
		β	6,599	[4,7130; 8,6330]	0,060	1,010	0,686	
	8var	α	73,6392	[70,0100; 77,3100]	0,822	0,995	0,799	
		β	6,959	[4,7470; 9,4470]	1,446	1,000	0,058	
	GEV	MV	α	74,1672	[69,4562; 78,8782]	-	-	-
			β	7,3918	[3,7335; 11,0502]	-	-	-
ξ			-0,3702	[-0,9469; 0,2066]	-	-	-	
NI		α	73,5689	[67,9262; 79,2589]	1,007	1,900	0,181	
		β	8,9193	[4,7922; 14,5378]	1,359	0,980	0,932	
		ξ	0,3235	[-0,9975; 0,3151]	1,305	1,010	0,123	
1var		α	75,8748	[73,1036; 78,4729]	0,467	1,050	0,881	
		β	11,0056	[6,4612; 17,1410]	1,180	1,020	0,080	
		ξ	-0,4926	[-0,6427; -0,3402]	0,893	0,974	0,984	
2var		α	75,3987	[72,2228; 78,6101]	0,891	1,030	0,688	
		β	9,3654	[5,8554; 13,4542]	0,839	0,963	0,502	
		ξ	-0,4733	[-0,6830; -0,2637]	0,909	0,974	0,617	
4var		α	75,0296	[71,0627; 78,7283]	1,599	0,974	0,189	
		β	8,9257	[5,6258; 12,6086]	0,617	1,020	0,711	
	ξ	-0,4568	[-0,7305; -0,1785]	0,314	1,020	0,661		
8var	α	74,6263	[70,2965; 78,9190]	0,594	0,974	0,498		
	β	8,7651	[5,2285; 12,6106]	0,109	1,020	0,993		
	ξ	-0,4265	[-0,7868; -0,0788]	1,857	0,974	0,412		

Fonte: Elaborada pela autora

*Critério de Geweke (|ZGI|), fator de Raftery-Lewis (R.L) e Heidelberg-Welch (H.W)

Tabela 7 – Estimativas dos parâmetros das distribuições Gumbel e GEV de Bauru-SP via método da máxima verossimilhança e inferência Bayesiana, utilizando diferentes estruturas de variância a priori, com respectivas estimativas intervalares de 95% (IC e HPD) e resultados dos critérios de convergência.

Modelos	Estru	Parâmetro	Estimativa	$IC_{95\%}$ e $HPD_{95\%}$	Critério de Convergência *			
					ZGI	R.L	H.W	
Gumbel	MV	α	55,3400	[50,3777; 60,3014]	-	-	-	
		β	8,8980	[5,4980; 12,2988]	-	-	-	
	NI	α	55,3981	[49,5700; 61,3800]	0,496	1,010	0,910	
		β	10,2624	[6,7620; 15,8900]	0,625	0,992	0,892	
	1var	α	70,2702	[67,5600; 72,9400]	1,003	1,010	0,195	
		β	10,4624	[9,2000; 11,7400]	0,602	0,996	0,209	
	2var	α	67,4742	[63,8800; 70,9900]	1,119	1,000	0,549	
		β	10,6705	[8,8300; 12,4700]	1,628	0,997	0,094	
	4var	α	63,8925	[59,4200; 68,3200]	-0,795	0,987	0,530	
		β	10,4363	[7,9490; 12,9400]	0,522	0,999	0,486	
	8var	α	60,8390	[56,020; 65,9100]	-0,865	1,010	0,368	
		β	10,1073	[7,2690; 13,2800]	0,556	1,000	0,575	
	GEV	MV	α	58,9726	[53,6049; 64,3403]	-	-	-
			β	9,3684	[4,3538; 14,3831]	-	-	-
ξ			-0,7882	[-1,2699; -0,3065]	-	-	-	
NI		α	57,9049	[51,5134; 63,9103]	0,668	0,999	0,594	
		β	10,7269	[5,8314; 17,4833]	1,091	1,050	0,779	
		ξ	-0,7157	[-1,2875; -0,1562]	0,989	1,020	0,470	
1var		α	75,8170	[72,5626; 79,0564]	0,247	1,030	0,782	
		β	29,997	[14,9270; 49,2347]	0,932	1,000	0,890	
		ξ	-0,475	[-0,6282; -0,3151]	0,024	1,010	0,790	
2var		α	73,4607	[68,8939; 78,4868]	0,875	1,010	0,871	
		β	21,4656	[11,4447; 34,3863]	0,043	1,000	0,389	
		ξ	-0,4282	[-0,6556; -0,2198]	0,702	1,070	0,666	
4var		α	67,6589	[61,2972; 74,2481]	0,217	1,040	0,686	
		β	14,0876	[6,2073; 23,4696]	0,695	1,040	0,860	
	ξ	-0,4021	[-0,6880; -0,1137]	1,021	0,991	0,320		
8var	α	61,9631	[57,2642; 66,6160]	0,522	1,020	0,868		
	β	9,0469	[5,2554; 13,8609]	1,085	1,040	0,627		
	ξ	-0,5245	[-0,8694; -0,1606]	1,052	1,080	0,215		

Fonte: Elaborada pela autora

*Critério de Geweke (|ZGI|), fator de Raftery-Lewis (R.L) e Heidelberg-Welch (H.W)

Pelos resultados do teste de Kolmogorov Smirnov (Tabela 8) e juntamente com a análise dos gráficos PP-Plots (Figura 3 e Figura 4), verificou-se que as distribuições via máxima verossimilhança ajustaram às séries de velocidade máximas semestrais de vento de Sorocaba-SP e Bauru-SP.

Tabela 8 – Resultados do teste de Kolmogorov Smirnov verificando aderência, para as regiões de Sorocaba-SP e Bauru-SP via método da máxima verossimilhança.

Regiões	Distribuição	
	GEV	Gumbel
Sorocaba	0,4565	0,6859
Bauru	0,5574	0,3660

Fonte: Elaborada pela autora

Nas Figuras 3 e 4, estão apresentados os gráficos, na qual o eixo das abcissas (x) é a função de distribuição acumulada empírica ($F_e(x)$) e no eixo das ordenadas (y) a função de distribuição acumulada teórica.

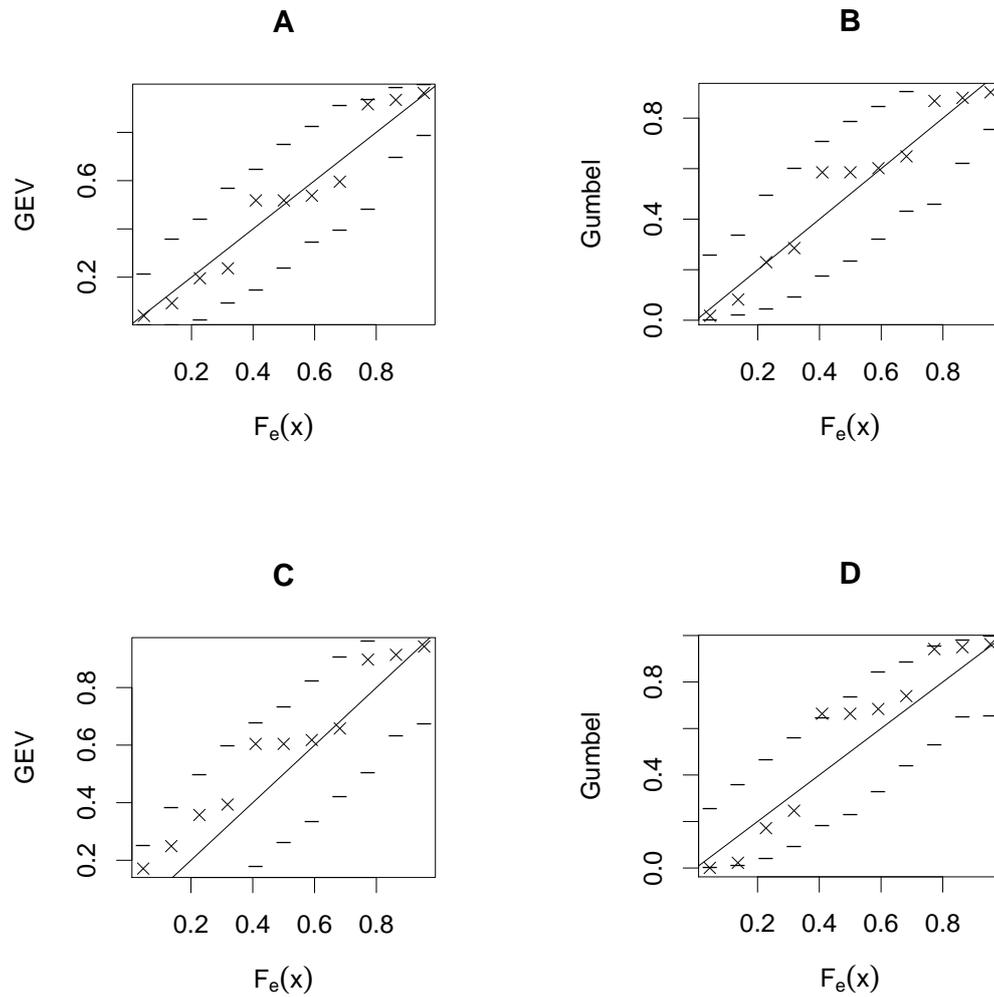


Figura 3 – Gráficos PP-Plots para as distribuições GEV e da Gumbel via método da Máxima Verossimilhança (A) e (B) e via inferência Bayesiana com *priori* não informativa (C) e (D), ajustadas série de máximos de vento para região de Sorocaba, ambos à um intervalo de 95%.

Fonte: Elaborada pela autora.

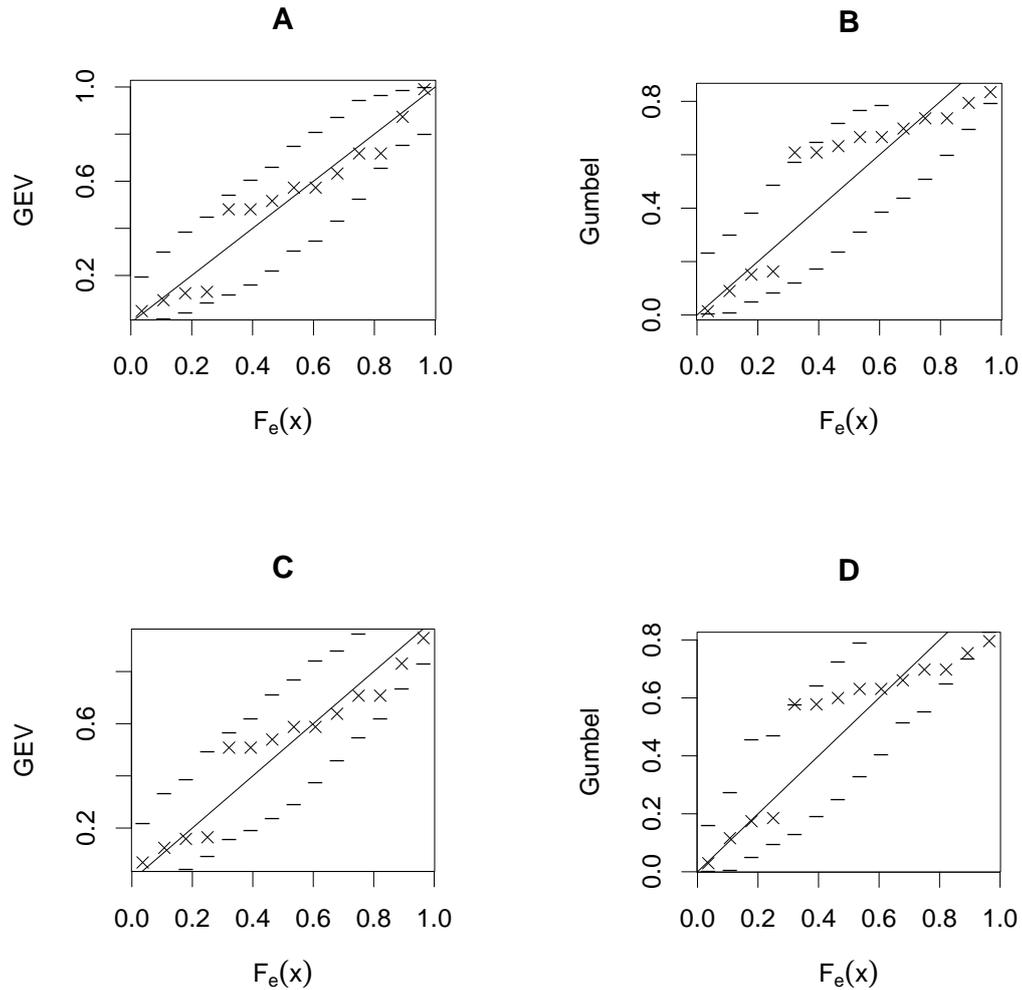


Figura 4 – Gráficos PP-Plots para as distribuições GEV e da Gumbel via método da Máxima Verossimilhança (A) e (B) e via inferência Bayesiana com *priori* não informativa (C) e (D), ajustadas série de máximos de vento para região de Bauru, ambos à um intervalo de 95%.

Fonte: Elaborada pela autora.

No intuito de avaliar qual das duas distribuições é mais adequada para o presente trabalho, foi analisado também o DIC para os modelos bayesianos, a acurácia, a precisão e o Erro Médio de Predição (EMP) das duas distribuições na previsão dos níveis de retorno, utilizando o método da máxima verossimilhança e inferência Bayesiana, para as respectivas cidades.

Posteriormente, foram calculados as estimativas da velocidade máxima de vento para os níveis de retorno de 2, 4, 6 e 8 semestres com seus respectivos intervalos de confiança (IC) e HPD de 95%, a amplitude e o EMP, para ambas cidades. Além disso, para avaliar os níveis de retorno e seus respectivos intervalos via inferência Bayesiana, primeiramente foram analisados os critérios de convergência das cadeias dos níveis de retorno.

Analisando os resultados dos critérios de convergência (Tabela 14- Apêndice A e Tabela 15- Apêndice B), foi possível observar que os fatores de dependência de Raftery e Lewis estão próximos de 1, a estatística de Geweke $|ZG| < 1,96$ e os valores- p do teste de Heidelberg-Welch foram não significativos ($p > 0,05$), indicando convergência das cadeias *a posteriori* dos níveis de retorno de ambas distribuições, para as referidas cidades.

Diante disso, foi calculado o Critério de Informação da Deviance (DIC), com intuito de comparar os melhores modelos ajustados Bayesianos e escolher o que melhor se ajusta aos dados de velocidade máxima de ventos de Sorocaba e Bauru. Também foi calculado, o número de acertos, a amplitude média da estimativa intervalar de 95% e o EMP, cujos resultados estão apresentados na Tabela 9. As estimativas para os níveis de retorno com as respectivas estimativas intervalares de 95% e a amplitude para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 8 semestres, para as referidas cidades, são apresentados nas Tabelas 16 e 17.

Tabela 9 – Resultados do Critério de Informação da Deviance (DIC), número de acertos, amplitude média da estimativa intervalar de 95% e Erro Médio de Predição (EPM) do vento máximo predito para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 8 semestres, para a região de Sorocaba-SP e Bauru-SP.

Regiões	Modelos	Estruturas	DIC	Nº de acertos	Amp Média *	EMP
Sorocaba	Gumbel	<i>NI</i>	93,73	4	15,33	3,07%
		<i>1var</i>	97,03	2	6,75	3,75%
		<i>2var</i>	94,23	2	9,80	3,70%
		<i>4var</i>	93,03	3	10,10	3,58%
		<i>8var</i>	92,87	4	11,51	3,36%
		<i>EMV</i>	-	2	11,18	4,03%
	GEV	<i>NI</i>	93,14	4	12,96	3,48%
		<i>1var</i>	93,20	3	11,36	3,51%
		<i>2var</i>	91,67	3	9,09	3,40%
		<i>4var</i>	91,53	2	8,82	3,87%
		<i>8var</i>	91,86	2	9,43	4,02%
		<i>EMV</i>	-	2	8,89	5,17%
Bauru	Gumbel	<i>NI</i>	107,40	4	18,87	3,88%
		<i>1var</i>	148,80	0	8,06	19,80%
		<i>2var</i>	129,30	0	11,05	16,17%
		<i>4var</i>	116,50	1	14,42	10,64%
		<i>8var</i>	110,30	4	16,42	5,65%
		<i>EMV</i>	-	2	9,05	4,56%
	GEV	<i>NI</i>	100,05	2	8,53	5,26%
		<i>1var</i>	134,53	0	34,97	47,40%
		<i>2var</i>	128,70	0	28,79	33,97%
		<i>4var</i>	116,62	3	29,64	16,34%
		<i>8var</i>	103,68	4	15,36	2,56%
		<i>EMV</i>	-	1	6,56	5,71%

Fonte: Elaborada pela autora

*Para os modelos com estruturas *EMV* foram construídos intervalos de 95% de confiança. Para os modelos Bayesianos com diferentes estruturas de *priori* foram obtidos os intervalos HPD de 95% de credibilidade.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 9, foi feita a seleção do melhor modelo para cada cidade. Primeiramente, foram analisados os valores do DIC, de acordo com as informações do trabalho de Spiegelhater et al. (2002), se a diferença entre os modelos do DIC são maiores que cinco, a escolha do melhor modelo é baseado no menor valor de DIC. E se a diferença for menor que cinco, não se pode escolher o modelo somente por ter menor DIC, pois a diferença entre os DIC é não substancial, conseqüentemente, é necessário utilizar outros métodos.

Desta forma, para Sorocaba os melhores modelos foram: o modelo Gumbel com estrutura de *priori 8var* e o modelo GEV com estrutura de *priori 4var*, já para Bauru os melhores modelos foram: o modelo Gumbel com estrutura de *priori NI* e o modelo GEV com estrutura de *priori 8var*.

Logo após, foi verificado quais desses modelos apresentaram o maior número de acertos, ou seja, maior acurácia. Sendo assim, pôde-se observar que para Sorocaba o modelo Gumbel com estrutura de *priori 8var* obteve acurácia em todos os níveis de retorno comparado ao modelo GEV com estrutura de *priori 4var*. Enquanto, para Bauru, os dois modelos que apresentaram os menores valores de DIC, também apresentaram acurácia para os quatro níveis de retorno.

Diante disso, foram analisadas, também, a amplitude média das estimativas intervalares, e pôde-se observar que para Bauru, o modelo GEV com estrutura de *priori 8var* apresentou a menor amplitude comparado com o modelo Gumbel com estrutura *NI*. Para Sorocaba, o modelo GEV com estrutura *4var* obteve menor amplitude média comparado com o modelo Gumbel com estrutura *8var*. E por último, foi analisado diante esses modelos, o que apresentou o menor EMP. Sendo assim, para Sorocaba o modelo Gumbel com estrutura *8var* obteve o menor EMP comparado com o GEV *4var*. Enquanto, para Bauru, o modelo GEV com estrutura *8var* apresentou o menor EMP.

Pôde-se observar também na Tabela 9, que as estimativas dos modelos via método da máxima verossimilhança para Sorocaba, apresentaram acurácia somente para dois níveis de retorno. Enquanto, para Bauru o modelo Gumbel via método da máxima verossimilhança, também apresentou acurácia para dois níveis de retorno e o modelo GEV apresentou em apenas um nível de retorno.

Observa-se na Tabela 17, que as estimativas intervalares via método da máxima verossimilhança para o vento máximo previsto para 6 e 8 semestres são iguais, e geralmente isso

acontece quando $\xi = 0$. Conforme observado na Tabela 7, a estimativa do parâmetro forma pode não possuir regularidade, de acordo com Smith (1985), a situação em que $\xi < -0,5$ é extremamente rara para dados ambientais.

Portanto, têm-se que o modelo Gumbel com estrutura de variância de *priori* multiplicada por oito, é considerado o melhor modelo para Sorocaba-SP, de acordo com essas observações mencionadas. Enquanto, para Bauru-SP o melhor modelo foi GEV com estrutura de variância de *priori* multiplicada por oito.

Analisando os modelos que utilizaram a inferência Bayesiana com os modelos que fizeram uso do método da máxima verossimilhança, foi possível observar que os modelos Bayesianos apresentaram resultados com maior acurácia e precisão, levando a menores erros de predições. Portanto, a metodologia Bayesiana melhorou o processo de inferência. Esses resultados concordaram com os resultados encontrados por Coles e Powell (1996) que ajustaram a distribuição GEV a velocidade do vento, e observaram que os melhores resultados para as estimativas dos parâmetros da GEV e para velocidade máxima de vento foram obtidos pela inferência Bayesiana em comparação com o método da máxima verossimilhança.

Esses resultados também corroboram com os apresentados por Beijo, Vivanco e Muniz (2009), que analisaram dados de precipitações máximas e observaram que os melhores resultados obtidos são através da estimação por inferência Bayesiana em comparação a máxima verossimilhança. Também foi possível observar, que esses resultados corroboram com os resultados obtidos por Hundedcha et al. (2008), que ajustaram as distribuições GEV e Gumbel aos dados de velocidade de ventos máximos anuais do golfo de São Lourenço, Canadá e concluíram que a inferência Bayesiana apresentou melhores resultados do que o método da máxima verossimilhança.

4.3 ANÁLISE DA VELOCIDADE MÁXIMA DE VENTO DE SOROCABA-SP E BAURU-SP

Considerando-se os valores de DIC, a acurácia, a amplitude média dos intervalos e os EMP, selecionou-se a distribuição Gumbel com estimação via inferência Bayesiana considerando a estrutura de *priori* δvar , para realizar a predição da velocidade máxima semestral de Sorocaba-SP. Enquanto para Bauru-SP, selecionou-se a distribuição GEV com estrutura de *pri-*

ori δ var.

Sendo assim, foram realizados alguns testes preliminares para verificação das pressuposições apresentados na Tabela 10, utilizando a série completa de velocidade máxima de vento, compreendendo o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2016. Desta forma, pelo teste de Ljung-Box, observou-se que as séries são independentes e pelo teste de Mann-Kendall observou-se que as séries são estacionárias, ou seja, não possuem tendências. Em seguida, foi realizado o ajuste dos modelos Bayesianos selecionados conforme a seção (4.2).

Tabela 10 – Resultados do teste de Ljung-Box para independência e Mann-Kendall verificando a estacionariedade, das séries de ventos máximos de Sorocaba-SP e Bauru-SP.

Regiões	Testes (valor- p)	
	Ljung-Box	Mann-Kandall
Sorocaba	0,3094	0,0600
Bauru	0,0783	0,1301

Fonte: Elaborada pela autora

Na Tabela 11, são apresentadas as estimativas dos parâmetros com respectivos intervalos HPD de 95% de probabilidade e os resultados dos critérios de convergências. Logo, pode ser observado que os fatores de dependência de Raftery e Lewis estão próximos de 1, a estatística de Geweke $|ZG| < 1,96$, o valores- p do teste de Heidelberg-Welch foram não significativos ($p > 0,05$), indicando convergência das cadeias *a posteriori* dos parâmetros dos modelos Bayesianos selecionados.

Tabela 11 – Estimativas dos parâmetros dos modelos Bayesianos selecionados, para as referidas cidades, com seus respectivos intervalos HPD com 95% de probabilidade e os resultados dos critérios de Convergência.

Regiões	Modelos	Parâmetros	Estimativas	$HPD_{95\%}$	Critério de Convergência *		
					ZG	R.L	H.W
Sorocaba	Gumbel	α	70,184	[66,230; 74,031]	0,347	1,010	0,460
		β	9,657	[7,492; 12,035]	0,115	1,010	0,637
Bauru	GEV	α	59,757	[56,528; 62,875]	0,651	1,080	0,990
		β	9,481	[7,409; 11,826]	0,870	1,100	0,197
		ξ	-0,559	[-0,816; -0,298]	1,186	1,230	0,973

Fonte: Elaborada pela autora

*Critério de Geweke (|ZG|), fator de Raftery-Lewis (R.L) e Heidelberg-Welch (H.W)

Uma vez obtidas as estimativas dos parâmetros, foram realizadas a predição dos tempos de 2, 5, 10, 25, 50 e 100 semestres. Sendo que, primeiramente foram verificados os três critérios de convergência das cadeias dos níveis de retorno, apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Resultados dos Critérios de Convergência para os níveis de retorno (N.R) de 2, 5, 10, 25, 50 e 100 semestres preditos para Sorocaba-SP e Bauru-SP.

Regiões	Modelos	N.R *	R-L	ZG	H-W
Sorocaba	<i>Gumbel</i>	Q_2	1,000	0,293	0,446
		Q_5	1,020	0,152	0,463
		Q_{10}	1,010	0,097	0,485
		Q_{25}	0,998	0,055	0,508
		Q_{50}	0,996	0,031	0,523
		Q_{100}	1,000	0,016	0,539
Bauru	<i>GEV</i>	Q_2	1,060	0,856	0,949
		Q_5	1,030	0,768	0,310
		Q_{10}	1,030	0,411	0,248
		Q_{25}	1,000	0,073	0,301
		Q_{50}	1,020	0,068	0,352
		Q_{100}	1,030	0,151	0,394

Fonte: Elaborada pela autora

Como pode ser observado na Tabela 12, os fatores de dependência de Raftery e Lewis estão próximos de 1, a estatística de Geweke $|ZG| < 1,96$, os valores- p do teste de Heidelberg-Welch foram não significativos ($p > 0,05$), indicando convergência das cadeias *a posteriori* dos níveis de retorno para os modelos Bayesianos selecionados de ambas cidades. Sendo assim, foram analisados os níveis de retorno apresentados na Tabela 13.

*Critério de Geweke (|ZG|), fator de Raftery-Lewis (R.L) e Heidelberg-Welch (H.W)

Tabela 13 – Níveis de retorno para os tempos de 2, 5, 10, 25, 50 e 100 semestres, seus respectivos intervalos HPD com 95% de probabilidade, calculados a partir dos modelos Bayesianos selecionados, para a regiões de Sorocaba e Bauru.

Regiões	Modelos	Níveis de Retorno	Estimativas	HPD _{95%}
Sorocaba	<i>Gumbel</i>	Q_2	73,72	[69,36; 78,05]
		Q_5	84,67	[78,47; 90,96]
		Q_{10}	91,92	[84,58; 100,00]
		Q_{25}	101,07	[91,86; 111,20]
		Q_{50}	107,87	[97,15; 119,50]
		Q_{100}	114,61	[102,20; 127,60]
Bauru	<i>GEV</i>	Q_2	62,90	[59,78; 65,90]
		Q_5	69,42	[66,56; 72,80]
		Q_{10}	72,00	[68,85; 75,87]
		Q_{25}	74,10	[70,88; 79,18]
		Q_{50}	75,13	[71,59; 80,85]
		Q_{100}	75,85	[72,14; 82,21]

Fonte: Elaborada pela autora

Uma interpretação prática para os níveis de retorno de Sorocaba-SP, considerando a Tabela 13 e o tempo de retorno do 100 semestre é a seguinte: espera-se que em um tempo médio de 100 semestres que ocorra pelo menos um dia com velocidade de vento maior ou igual a $93,48 \text{ kmh}^{-1}$, além disso, acredita-se com 95% de probabilidade que ocorra uma velocidade de vento maior ou igual a um valor que esteja entre $87,54 \text{ kmh}^{-1}$ e $101,52 \text{ kmh}^{-1}$. Enquanto para Bauru-SP: espera-se em um tempo médio de 100 semestres que ocorra pelo menos um dia com velocidade de vento maior ou igual a $75,85 \text{ kmh}^{-1}$, além disso, acredita-se com 95% de probabilidade que ocorra uma velocidade de vento maior ou igual a um valor que esteja entre $72,14 \text{ kmh}^{-1}$ e $82,21 \text{ kmh}^{-1}$.

Analisando as estimativas apresentadas na Tabela 13, da região de Sorocaba-SP, foi possível observar para os tempos de retorno de 2 e 5 semestres, registram-se rajadas de ventos com velocidades entre 76 a 87 kmh^{-1} , classificadas como ventos duros segundo a Escala de Beaufort (OMM, 1970), com grau 9 e podendo causar danos em árvores e sendo impossível andar contra o vento. Por outro lado, as rajadas de ventos para o tempo de retorno de 10 semestres, são classificados como ventos muito duros, variando entre 89 e 102 kmh^{-1} , com grau 8 e podem causar danos na estrutura de construções e arrancamento de árvores. Enquanto para os tempos de retorno de 25, 50 e 100 semestres, as rajadas são classificadas como tempestades,

variando entre 104 e 117 kmh^{-1} , com grau 11 e podem causar estragos abundantes em telhados e árvores.

De acordo, com a Escala de Beaufort (OMM, 1970), as estimativas das rajadas de ventos para os tempos de retorno de 2, 5 e 10 semestres apresentadas na Tabela 13 da região de Bauru-SP, são classificadas como muito fortes, variando entre 63 a 74 kmh^{-1} , com grau 8 e podem causar quebra de galhos de árvores e dificultar a circulação das pessoas nas regiões. Por outro lado, para os tempos de retorno de 25, 50 e 100 semestres os ventos são classificados como duro, com grau 9 e têm grande importância, já que podem causar danos em árvores e sendo impossível andar contra o vento. Segundo Tubelis e Nascimento (1980), esta variação da velocidade máxima ao longo do semestre pode ser considerada como típica da região sudeste do Brasil, atingindo os valores máximos (altos) na primavera e mínimos (baixos) no outono e inverno.

Outros estudos apresentaram a inferência Bayesiana como importante método para diferentes áreas como Giannone et al. (2014), que averiguaram que a Inferência Bayesiana pode melhorar os resultados na projeção da inflação. Silva e Portela (2016), que utilizaram a metodologia Bayesiana para estimar os níveis de retorno das precipitações máximas em Portugal Continental. Carvalho (2016), que também aplicou a inferência Bayesiana no ajuste da isoterma de Langmuir. Ambos autores, concluíram que os resultados Bayesianos foram mais precisos nas suas estimativas.

Para os agricultores e construtores, a escolha da metodologia correta e o modelo é de extrema importância, pois a utilização de um modelo que forneça estimativas com baixa acurácia e/ou baixa precisão podem acarretar diversos problemas nas produções dos municípios de Sorocaba-SP e Bauru-SP. Portanto, o modelo Bayesiano com distribuição Gumbel e estrutura de *priori* δ var, é o mais adequado para descrever o comportamento da velocidade máxima do vento de Sorocaba-SP. Enquanto, para Bauru-SP, o mais adequado foi o com distribuição GEV e estrutura de *priori* δ var, de forma a evitar catástrofes nas produções dos municípios como: a cultura cafeeira e algodoeira predominantes nas regiões, as edificações e entre outros fatores.

5 CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, pôde-se concluir que as distribuições GEV e Gumbel ajustaram-se às séries de dados de velocidade máxima de ventos de Sorocaba-SP e Bauru-SP. A metodologia Bayesiana foi mais eficaz, permitindo estimar os parâmetros e realizar previsões. A distribuição Gumbel com estrutura de variância *a priori* multiplicada por oito foi a mais adequada para prever o comportamento da velocidade máxima do vento de Sorocaba-SP, e para Bauru-SP a mais apropriada foi a distribuição GEV com estrutura de variância *a priori* multiplicada por oito, pois ambas distribuições forneceram resultados acurados e precisos. Para o método de máxima verossimilhança, ambas distribuições apresentaram resultados com baixa acurácia e menor precisão.

Sendo assim, os resultados obtidos no presente trabalho podem ser usados por agricultores e construtores, que tenham interesse em saber a influência do vento sobre vários fenômenos ambientais e construtores nas regiões de Sorocaba e Bauru como: erosão do solo, precipitação, deformação da paisagem, dispersão de sementes e poluentes, destelhamento de prédios, queda de rede de transmissão de energia elétrica, entre outros fatores. Como trabalhos futuros, sugere-se realizar o aprofundamento do tema do presente trabalho como: blocos de tempos diferentes (bimestral, trimestral, quadrimestral, anual).

REFERÊNCIAS

- ASSIS, T. F. de; ABAD, J. I. M.; AGUIAR, A. M. Melhoramento genético do eucalipto. **Informe Agropecuário**, Belo Horizonte (Brazil), v. 18, p. 32-51, 1996.
- BAUTISTA, E. A. L. **A distribuição generalizada de valores extremos no estudo da velocidade máxima do vento em Piracicaba, SP**. 2002. 61 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica). Universidade de São Paulo. 2002.
- BAUTISTA, E. A. L.; ZOCCHI, S. S.; ANGELOCCI, L. R. A distribuição generalizada de valores extremos aplicada ao ajuste dos dados de velocidade máxima do vento em Piracicaba, São Paulo, Brasil. **Revista de Matemática e Estatística**, v. 22, p. 95-111, 2004.
- BEIJO, L. A.; VIVANCO, M. J. F.; MUNIZ, J. A. Análise bayesiana no estudo do tempo de retorno das precipitações pluviiais máximas em Jaboticabal (SP). **Ciência e Agrotecnologia**, v. 33, p. 261-270, 2009.
- BLAIN, G. C. Cento e vinte anos de totais extremos de precipitação pluvial máxima diária em Campinas, Estado de São Paulo: Análises estatísticas. **Agrometeorologia**, v. 70, n. 3, 2011.
- BLESSMANN, J. **Acidentes causados pelo vento**. 4.ed. revisada e ampliada. Porto Alegre: Editora da UFRGS, p. 11-24, 2001.
- BOBEE, B. et al. Towards a systematic approach to comparing distributions used in flood frequency analysis. **Journal of Hydrology**, v. 142, n. 1-4, p. 121-136, 1993.
- BORGES, A. L.; SOUZA, L. S. **O cultivo da bananeira**. Cruz das Almas: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2004. 279 p.
- BOX, G. E. P.; TIAO, G. **Bayesian inference in statistical analysis**. New York: Wiley, 1992.
- BRABSON, B. B.; PALUTIKOF, J. P. Tests of the generalized Pareto distribution for predicting extreme wind speeds. **Journal of Applied Meteorology**, v. 39, p. 1627-1640, 2000.
- BROOKS, S. P. et al. Discussion on the paper by Spiegelhalter, best, Carlin and Van der Linde. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B: Statistical Methodology**, v. 64, n. 4, p. 616-639, 2002.
- BRUNELLO, G. H. V.; NAKANO, E. Y. Inferência bayesiana no modelo weibull discreto em dados com presença de censura. **TEMA** (São Carlos), v. 16, n. 2, p. 97-110, 2015.
- CALDEIRA, T. L. et al. Modelagem probabilística de eventos de precipitação extrema no estado do Rio Grande do Sul. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental-Agriambi**, v. 19, n. 3, 2015.

CAMARGO, A. P. O clima e a cafeicultura no Brasil. **Informe Agropecuário**, Belo Horizonte, v. 11, n. 126, p. 13-26, 1985.

CAMARGO, A. P.; PEREIRA, A. R. **Agrometeorology of the coffee crop**. Geneva, 1994. 43 p. (WMO. TD, n. 615).

CARAMORI, P. H. et al. Efeitos do vento sobre mudas de cafeeiro Mundo Novo e Catuaí Vermelho. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 21, n. 11, p. 1113-1118, 1986.

CARVALHO, D. T. de et al. **Abordagem bayesiana da isoterma de langmuir**. Alfenas: UNIFAL, 2016. 77 p. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) - Universidade Federal de Alfenas. 2016.

CASELLA, G.; BERGER, R. L. **Inferência estatística**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010, 281-288p.

CENTRO DE PESQUISAS METEOROLÓGICAS E CLIMÁTICAS APLICADAS À AGRICULTURA (CEPAGRI)- UNICAMP. **Clima dos municípios paulistas**. Disponível em: <<http://www.cpa.unicamp.br/outras-informacoes/vclima-dos-municipios-paulistas.html>>. Acesso em: 14 out. 2017.

COLES, S. G. **An introduction to statistical modeling of extreme values**. London: Springer, 2001.

COLES, S. G.; DIXON, J. Likelihood-based inference for extreme value models. **Extremes**, Tyresoe, v. 2, n. 1, p. 5-23, 1999.

COLES, S. G.; POWELL, E. A. Bayesian methods in extreme value modelling: a review and new developments. **International Statistics Review**, Voorburg, v. 64, n. 1, p. 119-136, Apr. 1996.

COWLES, M. K.; CARLIN, B. P. Markov chain Monte Carlo convergence diagnostics: a comparative review. **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 91, n. 434, p. 883-904, June 1996.

FISHER, R. A.; TIPPETT, L. H. C. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. **Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**, v. 24, p.180-190, 1928.

FONSECA, F. et al. Comparação bayesiana de modelos de previsão de diferenças esperadas nas progênies no melhoramento genético de gado Nelore. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 43, n. 1, p. 37-45, 2008.

GELFAND, A. E. et al. Illustration of Bayesian inference in normal data models using Gibbs sampling. **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 85, n. 410, p. 972-985, June 1990.

GAMERMAN, D. **Simulação Estocástica Via Cadeias de Markov**. São Paulo: Associação

Brasileira de Estatística, 1996. 196 p.

GAMERMAN, D. **Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference**. Texts in Statistical Sciences. Chapman and Hall/CRC, 1997.

GELMAN, A. et al. **Bayesian data analysis**. London: Chapman Hall, 2003. 668 p.

GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, Washington, v. 6, n. 6, p. 721-741, 1984.

GEWEKE, J. **Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments (with discussion) in Bayesian Statistics**. 4^o ed. Oxford University Press, Oxford, p. 169-193, 1992.

GIANNONE, D. et al. Short-term ination projections: A Bayesian vector autoregressive approach. **International Journal of Forecasting**, v.30, n.3, p. 635-644, 2014.

GNEDENKO, B. V. Sur la distribution limite du terme maximum d' une série aléatoire. **Annales des Mathématiques**, v. 44, p. 423-453, 1943.

GONÇALVES, R.C. **Análise de frequência regional de ventos extremos no Paraná**. 2007. 206 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de recursos hídricos e ambiental). Universidade Federal de Paraná. 2007. Paraná.

GUMBEL, E. J. **Statistics of Extremes**. New York: Columbia University Press, 1955. 375 p.

HASTINGS, W. K. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. **Biometrika**, London, v. 57, n. 1, p. 97-109, Apr. 1970.

HEIDELBERGER, P.; E WELCH, P. D. Simulation run length control in the presence of na initial transiente. **Operations Research**, 31, p. 97-109, 1983.

HUNDECHA, Y. et al. A nonstationary extreme value analysis for the assessment of changes in extreme annual wind speed over the Gulf of St. Lawrence, Canada. **Journal of Applied Meteorology and Climatology**, v. 47, n. 11, p. 2745-2759, 2008.

JEFFREYS, H. The times of P, S and SKS, and the velocities of P and S. **Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 4, n. 7, p. 498-533, 1939

JENKINSON, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society**, v. 81, p.158-171, Apr. 1955.

KENDALL, M. Rank correlation methods; charles grifn: London, 1975. **There is no corresponding record for this reference**, 1975.

LISKA, G. R. et al. Níveis de retorno de rajadas de vento via metodologias POT e blocos máximos no município de Piracicaba-SP. **Matemática e Estatística em Foco**, v. 1, n. 2, 2013a.

LISKA, G. R. et al. Estimativas de velocidade máxima de vento em Piracicaba-SP via Séries Temporais e Teoria de Valores Extremos. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 31, n. 2, p. 295-309, 2013b.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978.

MANN, H. B. Nonparametric tests against trend. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 245–259, 1945.

MARENGO, J. A. **Mudanças climáticas, condições meteorológicas extremas eventos climáticos no Brasil**. Fundação Brasileira para o Desenvolvimento Sustentável - FBDS, 2009. p. 4-18.

MENDES, B. V. **Introdução à análise de eventos extremos**. São Paulo: E-papers Editora, 2004.

METROPOLIS, N. et al. Equations of state calculations by fast computing machines. **Journal of Chemical Physics**, New York, v. 21, p. 1087-1092, 1953.

MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, C. D. **Introduction to the theory of Statistics**. 3 ed. New York: Joh Wiley & Sons. 1982.

MONTEIRO, J. E. et al. **Agrometeorologia dos cultivos: o fator meteorológico na produção agrícola**. Brasília: Instituto Nacional de Meteorologia, 2009. 530p.

MOTA, F.S. **Meteorologia Agrícola**. São Paulo: Livraria Nobel, 1983. p.376.

NOGUEIRA, D. A. **Proposta e avaliação de critérios de convergência para o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov: casos uni e multivariados**. 2004. 135 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária). Universidade Federal de Lavras, Lavras - MG, 2004.

NOGUEIRA, D. A.; SÁDAFI, T.; FERREIRA, D.F. Avaliação de critérios de convergência para o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov. **Revista Brasileira de Estatística**, v. 65, p. 59-88, 2004.

OLIVEIRA, A. S. de. et al. Aplicabilidade da distribuição GEV ao estudo da precipitação máxima diária anual na região sul de Minas Gerais. **Revista Agrogeoambiental**, v. 6, n. 1, 2014.

ORGANIZAÇÃO METEOROLÓGICA MUNDIAL (OMM). **Manual on Codes: International Codes**. Vol. 1, Part A – Alphanumeric Codes. WMO - No. 306. 1970

PAULINO, D. C.; TURKMAN, M. A. A.; MURTEIRA, B. **Estatística Bayesiana**. Lisboa: FCG, 2003. 446 p.

PEREIRA, A. R.; ANGELOCCI, L. R.; SENTELHAS, P. C. **Meteorologia Agrícola**. Piracicaba: Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” – USP, 2007. p.125.

PLUMMER, M. et al. CODA: convergence diagnosis and output analysis for MCMC. **R news**, v. 6, n. 1, p. 7-11, 2006.

PRIGOL, T. **Análise estrutural de edifício com altura variada sob ação do vento segundo a NBR 6123**. 2012. 85 p. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. 2012.

QUADROS, L. E.; QUEIROZ, M. M. F.; BOAS, M. A. V. Distribuição de frequência e temporal de chuvas intensas. **Acta Scientiarum Agronomy**, v. 33, n. 3, 2011.

QUEIROZ, M. M. DE; CHAUDHRY, F. H. Análise de eventos hidrológicos extremos, usando-se a distribuição GEV e momentos LH. **R. Bras. Eng. Agríc. Ambiental**, v. 10, n. 2, p. 381-389, 2006.

R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2017. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.

RAFTERY, A. E.; LEWIS, S. **How many iterations in the Gibbs sampler, in Bayesian Statistics**. 4. ed, Oxford University Press, Oxford, p. 763-773, 1992.

RESENDE, M. D. V. de. Avanços da genética biométrica florestal. In: ENCONTRO SOBRE TEMAS DE GENÉTICA E MELHORAMENTO, 14., 1997, Piracicaba. **Anais**. Piracicaba: ESALQ, 1997. p. 150-158.

RONDON, E. V. Produção de biomassa e crescimento de árvores de *Schizolobium amazonicum* (Huber) Ducke sob diferentes espaçamentos na região de mata. **Revista Árvore**, v. 26, n. 5, 2002.

SANSIGOLO, C. A. Distribuições de extremos de precipitação diária, temperatura máxima e mínima e velocidade do vento em Piracicaba, SP (1917-2006). **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 23, n. 3, p. 341-346, 2008.

SCHIEVENIN, D. F. et al. Monitoramento de indicadores de uma área de restauração florestal em Sorocaba–SP. **Revista Científica Eletrônica de Engenharia Florestal**, v. 19, n. 1, p. 95-108, 2012.

SILVA, A. T.; PORTELA, M. M. Esquema Bayesiano para estimar a distribuição de precipitações máximas anuais com duração subdiária em Portugal Continental. **Recursos Hídricos**, v. 37, n. 1, 2016.

SMITH, R. L. Maximum likelihood estimation in a class of nonregular cases. **Biometrika**, v.72, p.67-92, 1985.

- SORENSEN, D. **Gibbs Sampling in quantitative genetic**. Copenhagen: Foulun, 1996. 186 p.
- SPIEGELHALTER, D. J. et al. Bayesian measures of model complexity and fit. **Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)**, v. 64, n. 4, p. 583-639, 2002.
- STEPHENSON, A. G. evd: Extreme value distributions. **R News**, v. 2, n. 2, p. 31-32, 2002.
- STEPHENSON, A. G.; RIBATET, M. evdbayes: Bayesian analysis in extreme value theory. **R package version**, p. 1.0-8, 2010.
- STURTZ, S.; LIGGES, U.; GELMAN, A. R2OpenBUGS: a package for running OpenBUGS from R. < <http://cran.rproject.org/web/packages/R2OpenBUGS/vignettes/R2OpenBUGS.pdf>>, 2010.
- THOMAS, A.; O'HARA, R. B. **OpenBUGS**. 2004. <>
- TRAPLETTI, A.; HORNIK, K; LEBARON, B. Tseries: time series analysis and computational finance. **R package version 0.10-11**, 2007.
- TUBELIS, A.; NASCIMENTO, F. J. L. DO. **Meteorologia descritiva**. São Paulo: Nobel, 1980.
- VILLA NOVA, N. A. **Dados meteorológicos do município de Piracicaba**. Piracicaba: ESALQ/Departamento de Ciências Exatas, 2003, 2p.
- VOLPE, C. A.; SCHOFFEL, E. R. Quebra-vento. **Bananicultura**. Jaboticabal: Funep, 2001. p. 196-211

APÊNDICES

APÊNDICE A - Resultados obtidos na análise de convergência pelos critérios: Critério de Geweke, Critério de Raftery Lewis e Heidelberg Welch, das cadeias dos níveis de Retorno de Sorocaba-SP.

Tabela 14 – Resultados dos Critérios de Convergência (critério de Geweke (ZG), fator de Raftery-Lewis (R-L) e critério de Heidelberg-Welch (H-W) (valor- p)) para os níveis de retorno (N.R) de 2, 4, 6 e 8 semestres para as distribuições GEV e Gumbel referente a região de Sorocaba-SP, utilizando as cinco estruturas de *priori* obtidas de Piracicaba-SP.

Método Gumbel					Método GEV				
Estruturas	N.R	R-L	ZG	H-W	Estruturas	N.R	R-L	ZG	H-W
<i>NI</i>	Q_2	1,000	0,085	0,807	<i>NI</i>	Q_2	1,860	1,369	0,140
	Q_4	0,996	0,574	0,701		Q_4	1,100	1,460	0,850
	Q_6	0,993	0,727	0,579		Q_6	1,050	1,007	0,792
	Q_8	0,996	0,798	0,517		Q_8	1,030	0,701	0,511
<i>var</i>	Q_2	1,020	0,853	0,316	<i>var</i>	Q_2	1,020	0,399	0,291
	Q_4	1,000	0,561	0,363		Q_4	1,030	1,012	0,065
	Q_6	1,000	0,456	0,386		Q_6	1,050	1,111	0,095
	Q_8	0,999	0,392	0,401		Q_8	1,030	1,153	0,093
<i>2var</i>	Q_2	1,010	1,093	0,168	<i>2var</i>	Q_2	0,995	1,206	0,424
	Q_4	1,000	1,286	0,165		Q_4	0,963	1,172	0,317
	Q_6	1,000	1,330	0,168		Q_6	0,974	1,085	0,327
	Q_8	0,994	1,352	0,171		Q_8	0,974	1,023	0,337
<i>4var</i>	Q_2	1,000	0,519	0,430	<i>4var</i>	Q_2	0,985	1,396	0,232
	Q_4	1,020	0,399	0,615		Q_4	1,010	0,764	0,425
	Q_6	1,010	0,351	0,669		Q_6	1,010	0,548	0,498
	Q_8	1,000	0,329	0,694		Q_8	1,010	0,426	0,538
<i>8var</i>	Q_2	0,995	0,822	0,799	<i>8var</i>	Q_2	1,010	0,503	0,513
	Q_4	0,998	1,346	0,308		Q_4	0,995	0,204	0,523
	Q_6	1,000	1,404	0,229		Q_6	1,030	0,682	0,480
	Q_8	1,000	1,431	0,196		Q_8	1,050	0,968	0,446

Fonte: Elaborada pela autora

APÊNDICE B - Resultados obtidos na análise de convergência pelos critérios: Critério de Geweke, Critério de Raftery Lewis e Heidelberg Welch, das cadeias dos níveis de Retorno de Bauru-SP.

Tabela 15 – Resultados dos Critérios de Convergência (critério de Geweke (ZG), fator de Raftery-Lewis (R-L) e critério de Heidelberg-Welch (H-W) (valor- p)) para os níveis de retorno (N.R) de 2, 4, 6 e 8 semestres para as distribuições GEV e Gumbel referente a região de Bauru-SP, utilizando as cinco estruturas de *priori* obtidas de Piracicaba-SP.

Método Gumbel					Método GEV				
Estruturas	N.R	R-L	ZG	H-W	Estruturas	N.R	R-L	ZG	H-W
<i>NI</i>	Q_2	0,999	0,613	0,873	<i>NI</i>	Q_2	0,999	0,500	0,324
	Q_4	1,010	0,709	0,839		Q_4	1,020	0,036	0,903
	Q_6	1,000	0,716	0,840		Q_6	1,000	0,047	0,967
	Q_8	0,998	0,717	0,841		Q_8	1,020	0,138	0,932
<i>var</i>	Q_2	1,010	0,987	0,175	<i>var</i>	Q_2	0,991	0,646	0,972
	Q_4	0,998	0,932	0,157		Q_4	0,991	0,878	0,948
	Q_6	0,998	0,907	0,155		Q_6	1,000	0,910	0,950
	Q_8	0,995	0,891	0,154		Q_8	1,010	0,923	0,952
<i>2var</i>	Q_2	0,994	-1,254	0,4139	<i>2var</i>	Q_2	1,040	0,551	0,590
	Q_4	0,996	1,404	0,2557		Q_4	1,010	0,215	0,450
	Q_6	0,994	1,454	0,218		Q_6	0,991	0,130	0,516
	Q_8	0,991	1,480	0,199		Q_8	1,000	0,088	0,508
<i>4var</i>	Q_2	0,984	0,783	0,524	<i>4var</i>	Q_2	1,040	0,123	0,790
	Q_4	0,998	0,740	0,514		Q_4	1,030	0,511	0,858
	Q_6	0,997	0,718	0,511		Q_6	1,030	0,625	0,856
	Q_8	0,996	0,705	0,509		Q_8	1,010	0,687	0,846
<i>8var</i>	Q_2	1,010	0,637	0,473	<i>8var</i>	Q_2	1,010	0,741	0,762
	Q_4	0,998	0,269	0,623		Q_4	1,040	0,524	0,635
	Q_6	1,010	0,150	0,656		Q_6	1,010	0,420	0,600
	Q_8	1,010	0,083	0,668		Q_8	1,020	0,355	0,578

Fonte: Elaborada pela autora

APÊNDICE C - Resultados obtidos das estimativas para os níveis de retorno de Sorocaba-SP.

Tabela 16 – Estimativas das velocidades máximas semestrais do vento (kmh^{-1}) de Sorocaba-SP, calculadas via distribuição Gumbel e GEV, com as respectivas estimativas intervalares de 95% de probabilidade para os tempos de retorno 2, 4, 6 e 8 semestres, o erro médio de predição (EMP) e o valor observado para os respectivos tempos de retorno (Vobs).

Modelos	Estru	Velocidade máxima de ventos estimadas, $HPD_{95\%}$ e $IC_{95\%}$				EMP
		2 Sem	4 Sem	6 Sem	8 Sem	
Gumbel	<i>EMV</i>	75,29	81,24	84,33	86,44	4,03 %
		[70,94; 79,63]	[75,25; 87,24]	[79,25; 87,75]	[78,67; 94,22]	
	<i>Amp</i>	8,69	11,99	8,50	15,55	
	<i>NI</i>	75,78	82,80	86,44	88,92	3,07 %
		[70,73;81,18]	[75,87;90,38]	[78,48;95,69]	[79,97;99,13]	
	<i>Amp</i>	10,45	14,51	17,21	19,16	
	<i>Ivar</i>	77,74	82,91	85,60	87,43	3,75 %
		[75,26;80,22]	[79,70;86,21]	[81,98; 89,41]	[83,43;91,51]	
	<i>Amp</i>	4,96	6,51	7,43	8,08	
	<i>2var</i>	77,10	82,58	85,42	87,36	3,70 %
		[74,11;80,13]	[78,48;86,52]	[80,83;90,05]	[82,36;98,27]	
	<i>Amp</i>	6,02	8,04	9,22	15,91	
<i>4var</i>	76,53	82,33	85,34	87,39	3,58 %	
	[72,98;80,19]	[77,50;87,22]	[79,90;91,10]	[81,40;93,66]		
<i>Amp</i>	7,21	9,72	11,20	12,26		
<i>8var</i>	76,19	82,31	85,48	87,65	3,36 %	
	[72,23; 80,35]	[77,04; 88,07]	[79,43; 92,24]	[81,04; 95,12]		
<i>Amp</i>	8,15	12,19	14,14	15,54		
GEV	<i>EMV</i>	76,70	81,55	83,50	84,66	5,17%
		[71,89; 81,51]	[77,03; 86,05]	[79,25; 87,75]	[80,46; 88,86]	
	<i>Amp</i>	9,62	9,02	8,50	8,40	
	<i>NI</i>	76,63	82,73	85,49	87,34	3,48%
		[71,20; 82,10]	[76,39; 88,12]	[79,17; 92,85]	[80,05; 95,56]	
	<i>Amp</i>	10,90	11,73	13,68	15,51	
	<i>Ivar</i>	79,56	86,12	88,56	89,94	3,51 %
		[76,22;83,03]	[81,08;92,43]	[82,82;95,89]	[83,93;98,13]	
	<i>Amp</i>	6,81	11,35	13,07	14,20	
	<i>2var</i>	78,55	84,21	86,35	87,58	3,40 %
		[75,29;81,99]	[80,08;89,02]	[81,72;91,73]	[82,78;93,48]	
	<i>Amp</i>	6,70	8,94	10,01	10,70	
<i>4var</i>	78,04	83,50	85,59	86,80	3,87 %	
	[74,26;81,82]	[79,01;87,67]	[80,89;90,20]	[82,05;91,81]		
<i>Amp</i>	7,56	8,66	9,31	9,76		
<i>8var</i>	77,59	83,08	85,24	86,51	4,02 %	
	[73,26; 81,74]	[78,54; 87,59]	[80,42; 90,20]	[81,68; 92,09]		
<i>Amp</i>	8,48	9,05	9,78	10,41		
Vobs		73,08	87,84	87,84	-	

Fonte: Elaborada pela autora

APÊNDICE D- Resultados obtidos das estimativas para os níveis de retorno de Bauru-SP.

Tabela 17 – Estimativas das velocidades máximas do vento (kmh^{-1}) de Bauru-SP, calculadas via distribuição Gumbel e GEV, com as respectivas estimativas intervalares de 95% de probabilidade para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 8 semestres, o erro médio de predição (EMP) e o valor observado para os respectivos tempos de retorno (Vobs).

Modelos	Estru	Velocidade máxima de ventos estimadas, $HPD_{95\%}$ e $IC_{95\%}$				EMP
		2 Sem	4 Sem	6 Sem	8 Sem	
Gumbel	<i>EMV</i>	59,60	66,43	70,48	73,26	4,56 %
	<i>Amp</i>	[53,09; 64,12]	[58,88; 73,98]	[65,03; 70,48]	[66,13; 70,73]	
	<i>NI</i>	59,16	68,18	72,87	76,06	3,88 %
	<i>Amp</i>	[52,83;65,74]	[59,90;77,82]	[62,76;83,91]	[65,13;88,63]	
	<i>var</i>	74,11	83,31	88,08	91,34	19,80 %
	<i>Amp</i>	[71,12;77,14]	[79,34;87,16]	[83,65;92,49]	[86,59;96,13]	
	<i>2var</i>	71,38	80,76	85,63	88,95	16,17 %
	<i>Amp</i>	[67,37;75,46]	[75,43;86,14]	[79,53;91,71]	[82,43;95,63]	
	<i>4var</i>	67,72	76,90	81,67	84,92	10,64 %
	<i>Amp</i>	[62,68;72,92]	[69,84;83,80]	[73,65;89,66]	[76,25;93,71]	
<i>8var</i>	64,55	73,43	78,05	81,19	5,65%	
<i>Amp</i>	[59,01; 70,46]	[65,87; 81,73]	[69,06; 87,39]	[71,51; 91,55]		
GEV	<i>EMV</i>	61,95	66,41	67,75	68,43	5,71%
	<i>Amp</i>	[57,26; 66,65]	[63,01; 69,80]	[65,03; 70,48]	[66,13; 70,73]	
	<i>NI</i>	61,34	66,70	68,46	69,40	5,26%
	<i>Amp</i>	[56,07; 66,59]	[62,29; 70,31]	[64,53; 72,29]	[65,42; 73,22]	
	<i>1var</i>	85,90	104,00	110,80	114,70	47,40 %
	<i>Amp</i>	[78,69; 94,24]	[88,19; 123,13]	[92,09; 134,62]	[94,31; 141,17]	
	<i>2var</i>	80,74	94,23	99,51	102,58	33,97 %
	<i>Amp</i>	[73,31; 88,41]	[80,65; 109,04]	[82,91; 116,99]	[84,38; 121,97]	
	<i>4var</i>	72,47	81,64	85,35	87,56	16,34 %
	<i>Amp</i>	[64,19; 81,89]	[67,83; 96,78]	[68,92; 103,10]	[69,99; 107,72]	
<i>8var</i>	64,99	70,40	72,44	73,62	2,56%	
<i>Amp</i>	[60,08; 70,76]	[64,34; 79,21]	[65,85; 83,00]	[66,85; 85,58]		
Vobs		61,92	73,08	73,08	73,08	-

Fonte: Elaborada pela autora