

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 18/04/2013

Dados que podem ser necessários a algumas questões de Estatística:

ν	$P(t > t_\alpha) = \alpha$	
	0,05	0,025
15	1,753	2,131
16	1,746	2,120
28	1,791	2,048
30	1,697	2,042

(Valor: 1,4) **Questão 1.** Considere o seguinte experimento: há um dado e três urnas. O dado é lançado. Se o número obtido for par, a urna 1 é escolhida. Se o número for 1 ou 3, a urna 2 é escolhida. Se o número for 5, a urna 3 é escolhida. Em seguida, retiram-se duas bolas, sem reposição, da urna escolhida (a ordem de retirada das bolas é importante). Contam-se então quantas delas são pretas. Cada urna tem três bolas sendo que uma delas é preta na urna 1, duas são pretas na urna 2 e três na urna 3.

a) Determine o espaço amostral e as probabilidades de todos os seus elementos.

b) Se for considerada a amostragem com reposição, qual a probabilidade da urna escolhida ser a urna 1 e as bolas sorteadas sejam uma branca seguida de uma preta?

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 18/04/2013

(Valor: 1,4) **Questão 2.** Uma amostra de 16 cereais foi aleatoriamente coletada e mediu-se o conteúdo de açúcar (g de açúcar por grama de cereal). Os resultados podem ser vistos na tabela abaixo.

0,03	0,24	0,30	0,47	0,43	0,07	0,47	0,13
0,44	0,39	0,48	0,17	0,13	0,09	0,45	0,43

Sabe-se que um intervalo de confiança para a média pode ser construído considerando-se que a variância populacional é conhecida ou desconhecida. No primeiro caso, o erro de estimação é dado por $z_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n}$ e, no segundo, é $t_{\alpha/2; \nu} \cdot S / \sqrt{n}$.

a) Construa um intervalo de confiança a 95% para o teor médio de açúcares dos cereais.

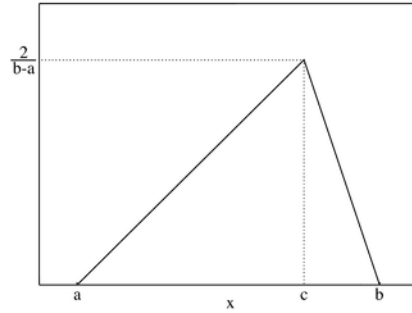
b) Se a amostra fosse utilizada como amostra piloto e se fosse tolerado um erro de estimação de até 0,06g, qual deveria ser o tamanho de uma nova amostra para se construir um intervalo com a mesma confiança? (Obs: Não considere o processo iterativo, ou seja, informe apenas o primeiro resultado encontrado para o tamanho amostral.)

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 18/04/2013

(Valor: 2,0) **Questão 3.** A função a seguir é chamada de distribuição triangular geral (ou generalizada). Isso porque seu formato é de um triângulo.

$$f(X) = \begin{cases} \frac{2(X - a)}{(b - a)(c - a)}, & a \leq x \leq c \\ \frac{2(b - X)}{(b - a)(b - c)}, & c \leq x \leq b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



Essa distribuição, embora não muito conhecida, é utilizada nas áreas de hidráulica, econometria, finanças e análise de risco.

a) Prove que $f(X)$ é uma função densidade de probabilidade, ou seja, que a sua integral sobre \mathbb{R} é igual à unidade.

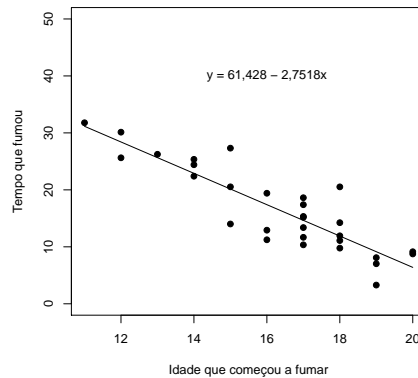
b) Qual é a moda dessa distribuição triangular?

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
 Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 18/04/2013

(Valor: 1,2) **Questão 4.** Há motivos para suspeitar que o tempo que uma pessoa fuma durante sua vida é inversamente proporcional à idade que começou a fumar. Em outras palavras, quanto mais cedo ele começa a fumar, mais dificuldade tem para parar de fumar e, portanto, fuma durante mais tempo.

Um estudo foi feito com 30 fumantes. A figura a seguir mostra os pontos observados no estudo e uma reta de regressão ajustada à massa de dados.



O pesquisador responsável pela pesquisa deseja testar sua hipótese por meio do coeficiente angular da reta de regressão. Se o coeficiente for significativo, é porque a hipótese se verifica. Caso contrário, o tempo que se fuma não dependeria da idade de começo. Entendendo a equação da reta como $y = a + bx$, o pesquisador deseja testar se $b = 0$.

Ele sabe que a estatística deste teste segue a distribuição t de Student com $\nu = n - 2$ graus de liberdade, e é dada por:

$$t_c = \frac{\hat{b}}{S_b}$$

em que

$$S_b = \sqrt{\frac{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 2}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

Sabendo que $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 164,3$, $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = 1606,5$ e usando 5% de significância, faça um teste t bilateral e conclua se a hipótese do pesquisador procede.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 18/04/2013

(Valor: 2,0) **Questão 5.** Em muitos problemas físicos, matemáticos e estatísticos, uma ferramenta matemática muito utilizada na modelagem são as funções. Muitas das informações que uma função possui podem ser observadas através de seu gráfico. Diante disso, construa o gráfico da função

$$f(x) = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}.$$

Sugestão: Não se esqueça de analisar domínio, assíntotas, intervalos de crescimento/decrescimento, pontos críticos, concavidade e pontos de inflexão.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 18/04/2013

(Valor: 2,0) **Questão 6.** O conceito de matriz é muito utilizado quando buscamos resolver sistemas lineares. Para o caso de matrizes quadradas abordamos o conceito de inversas de matrizes. Diante disso, encontre:

a) a inversa da matriz

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & -2 \\ -4 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

b) o valor de k para que o sistema abaixo admita solução não-nula.

$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y - 2z = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \end{cases}.$$

Sugestão: Para facilitar os cálculos utilize operações elementares.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 18/04/2013