

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 16/12/2013

Dados que podem ser necessários na resolução de algumas questões:

	$P(t > t_\alpha) = \alpha$	
$\nu$	0,05	0,025
4	2,132	2,776
5	2,015	2,120
6	1,943	2,048
7	1,895	2,042

(Valor: 2,2) **Questão 1.** Um entomologista deseja realizar uma pesquisa envolvendo 3 diferentes espécies de insetos (I, II e III). Ele tem disponível 3 fontes de alimentos (A, B e C). Sabe-se que:

- o inseto I come 10 unidades de medida diárias do alimento A, 20 unidades de medida diárias do alimento B e não consome o alimento C;
- o inseto II come 20 unidades de medida diárias do alimento A, 30 unidades de medida diárias do alimento B ou 10 unidades de medida diárias do alimento C;
- o inseto III come 20 unidades de medida diárias do alimento A, 10 unidades de medida diárias do alimento B ou 20 unidades diárias do alimento C.

O entomologista irá realizar a pesquisa colocando, diariamente, 1250 unidades de medida do alimento A em um tubo, 1640 unidades de medida do alimento B em outro tubo e 680 unidades de medida do alimento C em um terceiro tubo. Sabendo que o entomologista necessita saber qual é o número de cada inseto I, II ou III que ele deverá colocar em cada tubo de modo que todo o alimento seja consumido, que todos os insetos consumam, diariamente, a quantidade de comida necessária e que todos os tubos tenham a mesma quantidade de cada uma das três espécies de insetos:

- a) Escreva o sistema linear que modela a situação encontrada pelo entomologista.
- b) Resolva o sistema linear com o objetivo de definir a quantidade de cada inseto que deve ser colocado em cada tubo, para que a pesquisa se realize dentro das condições estabelecidas pelo entomologista.
- c) Sabendo que o entomologista terá disponível somente as 1250 unidades de medida diárias do alimento A e as 680 unidades de medida diárias do alimento C, de quantas formas ele poderá colocar os insetos nos tubos de modo que todo o alimento seja consumido, que todos os insetos consumam a quantidade de comida pré-estabelecida e que todos os tubos tenham a mesma quantidade de cada uma das três espécies de insetos?

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 16/12/2013

Questão 1.

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

**Número de inscrição:** \_\_\_\_\_ **Data:** 16/12/2013

(Valor: 1,8) **Questão 2.** A fim de estimar a proporção de macacos em uma determinada reserva florestal que estavam contaminados por um vírus, um biólogo analisou uma amostra aleatória de 250 animais, constatando que 58 **não** estavam contaminados. De posse dessa informação:

- a) Estime a proporção de macacos contaminados.
  
- b) Encontre um intervalo com 95% de confiança para a proporção ( $P$ ) de macacos contaminados e interprete.
  
- c) Qual deverá ser o tamanho amostral necessário para se estimar a proporção de macacos contaminados, com erro de estimação (margem de erro) de 3%, sendo que a estimação será feita com 95% de confiança? (Considere os dados do problema, resultados de uma amostra piloto).

Informações adicionais:

O intervalo de confiança é dado por:  $IC_{(1-\alpha)}(P) = \left[ \hat{p} - z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} ; \hat{p} + z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

Quantis da Distribuição Normal Padrão:  $z_{0,05} = 1,64$  e  $z_{0,025} = 1,96$

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

**Número de inscrição:** \_\_\_\_\_ **Data:** 16/12/2013

(Valor: 2,2) **Questão 3.** Com o objetivo de saber qual dose de um novo tranquilizante levava à dormência mais rápida, um pesquisador selecionou 30 cobaias (ratos), de mesma raça, sexo e peso inicial e sorteou 6 animais para aplicar cada uma das seguintes doses (0,5 mg, 1,0 mg, 1,5 mg, 2,0 mg e 2,5 mg). Os tempos, em minutos, até adormecerem, foram anotados e, posteriormente, ajustou-se um modelo de regressão, relacionando a dose do novo tranquilizante com o tempo até a dormência. A equação ajustada foi  $\hat{y} = 4,4x^2 - 14,6x + 26,9$  que foi significativa, ao nível de 5% significância e apresentou  $R^2 = 84,5\%$ .

- a) Faça a interpretação prática do coeficiente de determinação?
  
- b) Interprete o modelo ajustado, analisando o comportamento da curva respondendo o objetivo do pesquisador.
  
- c) O pesquisador responsável pela pesquisa desejava saber se a maior dose estudada (2,5 mg) levava, em média, a um tempo de dormência menor que 19 minutos. Para essa dosagem foram observados os seguintes tempos de dormência (16,9; 20,1; 17,4; 16,2; 18,3; 18,5). Sabendo-se que a estatística deste teste segue a distribuição t de Student com  $\nu = n - 1$  graus de liberdade, usando 5% de significância, faça um teste e conclua sobre a hipótese do pesquisador.

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

**Número de inscrição:** \_\_\_\_\_ **Data:** 16/12/2013

(Valor: 2,0) **Questão 4.** Interprete cada problema utilizando o conhecimento matemático e responda o questionamento:

a) Uma árvore foi transplantada e  $x$  anos depois está crescendo à taxa de  $1 + \frac{1}{(x+1)^2}$  metros por ano. Após 2 anos, atingiu uma altura de 5 metros. Qual era a altura da árvore quando foi transplantada?

b) A população  $P(t)$ , de uma colônia de bactérias,  $t$  horas após a introdução de uma toxina está variando a uma taxa  $P'(t) = (1 - 0,5t)e^{0,5t}$  milhares de bactérias por hora. Qual a população durante a quarta hora?

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

**Número de inscrição:** \_\_\_\_\_ **Data:** 16/12/2013

(Valor: 1,8) **Questão 5.** Sabe-se que uma variável aleatória discreta  $X$  tem função de probabilidade  $P(X = x)$ , dada por:

$$P(X = x) = K \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}, \quad x = 1, 2, 3. \quad (1)$$

- a) Encontre o valor de  $K$ ;
- b) Dado que a  $E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(X = x_i)$ , encontre o valor esperado de  $X$ ;
- c) Determine o valor de  $x$  que apresenta uma probabilidade de 11,07266% de ocorrer.