

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB**  
 Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

Dados que podem ser necessários na resolução de algumas questões:

I. Dados da Tabela  $t$  de Student com  $\nu$  graus de liberdade.

$P(t > t_\alpha) = \alpha$			$P(t > t_\alpha) = \alpha$		
$\nu$	0,05	0,025	$\nu$	0,05	0,025
4	2,132	2,776	11	1,796	2,201
5	2,015	2,571	12	1,782	2,179
6	1,943	2,447	13	1,771	2,160
7	1,895	2,365	14	1,761	2,145
8	1,860	2,306	15	1,753	2,131
9	1,833	2,262	16	1,746	2,120
10	1,812	2,228	17	1,740	2,110

II. Fórmulas

Sendo o modelo ajustado dado por:  $\hat{y} = b_0 + b_1x$ , e,

$$b_1 = \frac{SPXY}{SQX}$$

$b_0 = \bar{y} - b\bar{x}$ , em que:

$SPXY$ : soma de produtos de  $x$  e  $y$ , dada por:

$$SPXY = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$SQX$ : soma de quadrados de  $x$ , dada por:

$$SQX = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}$$

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 1.**

Um experimento biológico foi conduzido em uma reserva florestal com o objetivo de verificar o crescimento de uma espécie para reflorestamento. Analisou-se a influência da quantidade de adubo orgânico (g) sobre o crescimento das mudas da planta (cm). As quantidades de adubo foram distribuídas aleatoriamente em 6 parcelas apresentando os seguintes resultados:

Quantidade de adubo (g)	0	2	4	6	8	10
Crescimento (cm)	3	6	10	12	14	17

- (a) Faça um diagrama de dispersão e interprete a relação entre as variáveis estudadas sabendo que o coeficiente de correlação foi  $r = 0,9937$ .
- (b) Encontre a equação de regressão e interprete-a, analisando o significado de cada parâmetro.
- (c) Qual seria o crescimento médio da planta se fosse adicionado 7,5 g de adubo orgânico?
- (d) Sabendo que  $EP(b_1) = 0,0774$  e o intervalo de  $(1 - \alpha) \times 100\%$  de confiança para  $\beta_1$  é dado por:

$$IC_{(1-\alpha)}(\beta_1) = \left[ b_1 - t_{(n-2; \frac{\alpha}{2})} \times EP(b_1) ; b_1 + t_{(n-2; \frac{\alpha}{2})} \times EP(b_1) \right].$$

Calcule o intervalo de 95% de confiança para  $\beta_1$  e interprete.

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 1.**

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 2.**

Um certo tipo  $A$  de sementes apresenta uma produção (em kg) que segue uma distribuição normal. O fabricante de sementes do tipo  $B$  afirma que suas sementes apresentam a mesma produção de  $A$ , porém, com custo mais baixo. Amostras da produção das sementes  $A$  e  $B$  forneceram os seguintes resultados:

$A$	4,3	4,0	5,1	3,7	3,8	4,4	4,6	4,1	4,4	4,4
$B$	4,0	3,9	4,3	4,3	4,7	5,1	4,1			

Assuma que, para  $n$  ímpar, a mediana é dada por  $\widehat{md} = X_{(\frac{n+1}{2})}$  e, para  $n$  par, a mediana é  $\widehat{md} = \frac{X_{(\frac{n}{2})} + X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}$ , em que  $X_{(i)}$  indica o  $i$ -ésimo valor de  $X$  da amostra ordenada. A variância amostral é obtida por  $S^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n} \right]$ .

Um teste de hipóteses para  $\mu$  possui estatística de teste  $t_c = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$  e os graus de liberdade são iguais a  $\nu = n - 1$ . Um teste de hipóteses para  $\mu_1 - \mu_2$  possui estatística de teste  $t_c = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) / \left( \sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \right)$ , em que  $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$  e os graus de liberdade são iguais a  $\nu = n_1 + n_2 - 2$ .

Pede-se:

- (a) Calcule a média, a mediana e o desvio padrão amostrais da produção de sementes do fabricante  $A$ .
- (b) Realize um teste de hipóteses, a 5% de significância, para responder se a produção de  $A$  pode ser considerada maior do que 4 (kg).
- (c) Realize um teste de hipóteses, a 5% de significância, para responder se as produções de  $A$  e  $B$  podem ser consideradas estatisticamente iguais. Tire as conclusões.

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 2.**

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

**Número de inscrição:** \_\_\_\_\_ **Data:** 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 3.**

Um fabricante de café em pó produz três diferentes variedades do produto. Em cada sachê da variedade I, ele utiliza 3 g do café produzido pelo cafeicultor A e 2 g do café produzido pelo cafeicultor B. Para a variedade II, são utilizados 2 g do café oriundo do produtor A, 1 g do produtor B e 2 g do produtor C. Já para a variedade III, o fabricante utiliza 1 g do café produzido pelo produtor A, 2 g do produtor B e 2 g do produtor C. O fabricante possui, nesse momento, 9 kg do café produzido pelo produtor A, 7,5 kg do café produzido pelo produtor B e 4,5 kg do café produzido pelo produtor C.

- (a) Monte o sistema linear que pode ser utilizado para verificar quantos sachês de cada variedade o fabricante terá que produzir para utilizar todo o seu estoque.
- (b) Resolva o sistema linear proposto no item anterior e interprete o resultado.
- (c) Para produzir um pacote de 500 g de café da variedade I, o fabricante utiliza 300 g do café produzido pelo cafeicultor A, 50 g do B e 150 g do C. Já para a variedade II, o fabricante utiliza 100 g do produtor A, 350 g do produtor B e 50 g do produtor C. Na variedade III, são utilizados 200 g do produtor A, 200g do produtor B e 100 g do produtor C. O fabricante obtém lucro de R\$10,00 na venda de cada pacote da variabilidade I, R\$40,00 na venda de cada pacote da variabilidade II e R\$ 20,00 na venda de cada pacote da variabilidade III. Sabendo que ele possui em seu estoque 30 kg do café produzido pelo cafeicultor A, 15 kg do cafeicultor B e 15 kg do cafeicultor C, quantos pacotes de 500 g de cada variedade ele terá que produzir para alcançar o maior lucro possível utilizando todo o café em estoque? Qual é o valor do lucro máximo?

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 3.**

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 4.**

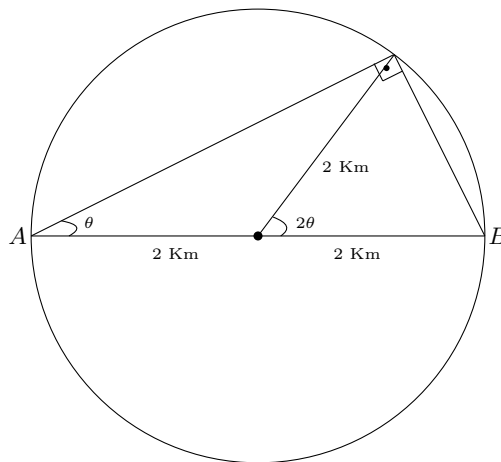
A quantidade de animais  $Q$  que habitam uma determinada floresta pode ser modelada pela expressão

$$Q(r) = \frac{5(3r + 1)}{r^2 + r + 2},$$

em que  $r$  é a distância, em quilômetros, do ponto central da floresta. A quantidade animais dada pela expressão é em centenas de indivíduos.

- (a) Qual é a quantidade de animais que habitam o ponto central da floresta?
- (b) A que distância do ponto central da floresta a quantidade de animais é máxima? Qual é o número de animais que vivem nessa distância do ponto central da floresta?
- (c) Nesta floresta existe um lago circular com raio de 2 km. Um animal está localizado em um ponto  $A$  às margens do lago e precisa chegar ao ponto  $B$ , diametralmente oposto, no menor tempo possível. Ele pode andar a uma velocidade constante de 4 km/h e nadar a uma velocidade constante de 2 km/h. Quais as distâncias que o animal deve percorrer andando e nadando para que ele chegue ao seu destino no menor tempo possível?

Sugestão: A figura abaixo pode auxiliar na resolução do item c, somente.





**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 4.**

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 5.**

A altura que uma determinada espécie de planta atinge, em metros, apresenta a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} kx(4-x), & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(a) Obtenha o valor de  $k$ .

(b) Calcule  $P(X < 1)$ .

(c) Calcule  $E(X)$ , sabendo que a esperança de uma variável aleatória  $X$  contínua é dada por

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx.$$

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 09/02/2015

(Valor: 2,0) **Questão 5.**