

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB**  
 Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 15/02/2016

Dados que podem ser necessários na resolução de algumas questões:

• **Quantis de distribuições**

$P(t > t_\alpha) = \alpha$			$P(F > F_{0,05}) = 0,05$				
			$\nu_1$				
$\nu$	0,05	0,025	$\nu_2$	42	43	56	57
89	1,66	1,99	42	1,67	1,67	1,63	1,63
90	1,66	1,98	43	1,66	1,67	1,62	1,62
98	1,66	1,98	56	1,60	1,60	1,56	1,56
100	1,66	1,98	57	1,60	1,59	1,55	1,55

• **Quantis da Distribuição Normal Padrão:**

$$z_{0,10} = 1,28; z_{0,05} = 1,64; z_{0,025} = 1,96 \text{ e } z_{0,01} = 2,32$$

• **Fórmulas**

O intervalo de confiança é dado por:

$$IC_{(1-\alpha)}(P) = \left[ \hat{p} - z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right].$$

Se as variâncias dos dois grupos forem consideradas iguais, temos:

$$IC_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[ (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\alpha/2; \nu} \sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} \right], \text{ sendo } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

e  $\nu = n_1 + n_2 - 2$ .

Se as variâncias forem consideradas diferentes, temos:

$$IC_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[ (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\alpha/2; \nu} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \right], \text{ com } \nu = \frac{\left( \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left( \frac{S_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left( \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2 - 1}}.$$

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 15/02/2016

(Valor: 2,0) **Questão 1.**

Um estudo foi realizado para distribuir uma quantidade de 25 animais silvestres a 3 zoológicos. Foram escolhidas 4 espécies de animais, a saber:

- $X$  representa a quantidade total de leões;
- $Y$  representa a quantidade total de elefantes;
- $Z$  representa a quantidade total de araras;
- $W$  representa a quantidade total de onças;

O zoológico  $A$  deverá ter 10 animais escolhidos da seguinte forma: metade de todos os leões, metade de todos os elefantes, a terça parte de todas as araras e metade de todas as onças.

O zoológico  $B$  deverá ter 5 animais escolhidos da seguinte forma: a quarta parte de todos os leões, metade de todos os elefantes e a sexta parte de todas as araras.

O zoológico  $C$  deverá ter 10 animais escolhidos da seguinte forma: a quarta parte de todos os leões, metade de todas as araras e metade de todas as onças.

- (a) Encontre o sistema linear que representa o modelo descrito acima.
- (b) Encontre todas as soluções inteiras do sistema linear obtido no item (a), isto é,  $X, Y, Z, W \in \mathbb{Z}$ . (Note que cada uma das quantidades  $X, Y, Z, W$  é positiva.)
- (c) Alguma das soluções acima resolve o problema real? Justifique sua resposta!

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 15/02/2016

(Valor: 2,0) **Questão 1.**

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

**Número de inscrição:** \_\_\_\_\_ **Data:** 15/02/2016

(Valor: 2,0) **Questão 2.**

A distribuição exponencial é frequentemente usada em estudos de confiabilidade como sendo o modelo para o tempo até a falha de um equipamento. Um fabricante de baterias sabe que o tempo médio de vida das mesmas é de 5 meses. Sabendo que a função densidade de probabilidade exponencial é dada por:  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  para  $x \geq 0$  e  $\lambda > 0$ .

A função de distribuição acumulada é :

$$P(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx.$$

A esperança matemática :  $E[X] = \frac{1}{\lambda}$  .

Pede-se:

- (a) Qual probabilidade da bateria falhar até o seu tempo esperado de vida?
  
- (b) Por causa de uma cláusula de garantia, o fabricante deve pagar uma multa de 1000 dólares se um componente durar menos do que 4 meses. Qual a probabilidade do fabricante pagar a multa sobre um componente qualquer produzido?
  
- (c) Em um carregamento de 500 baterias, qual o número de baterias terá uma duração superior a 8 meses?

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 15/02/2016

(Valor: 2,0) **Questão 2.**

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

**Número de inscrição:** \_\_\_\_\_ **Data:** 15/02/2016

(Valor: 1,5) **Questão 3.**

A fim de estimar a proporção de sementes que germinam, um agrônomo analisou uma amostra aleatória de 400 sementes, constatando que 88 **não** germinaram. De posse dessa informação:

- (a) Estime a proporção de sementes que germinam.
  
- (b) Encontre um intervalo com 95% de confiança para a proporção ( $P$ ) sementes que germinam e interprete.
  
- (c) Qual deverá ser o tamanho amostral necessário para se estimar a proporção de sementes que germinam, com erro de estimação (margem de erro) de 1,5%, sendo que a estimação será feita com 95% de confiança? (Considere os dados do problema como resultados de uma amostra piloto).

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 15/02/2016

(Valor: 1,5) **Questão 3.**

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

**Número de inscrição:** \_\_\_\_\_ **Data:** 15/02/2016

(Valor: 2,0) **Questão 4.**

- (a) Seja  $y(x)$  uma função positiva num intervalo. Mostre que  $y(x)$  é estritamente crescente ou estritamente decrescente no intervalo se e somente se  $y^2(x)$  o for.
- (b) Se  $s(t)$  representa a função movimento, sabemos do Cálculo que  $s'(t) = v(t)$  representa a função velocidade e  $v'(t) = a(t)$  representa a função aceleração. Um movimento é dito acelerado num intervalo se  $|v|$  for estritamente crescente nesse intervalo, e retardado se  $|v|$  for estritamente decrescente. Prove que, se num intervalo tivermos  $av > 0$ , então o movimento é acelerado nesse intervalo; se  $av < 0$ , é retardado.
- (c) Estude o movimento de  $s(t) = 2t^3 - 3t^2 + 5$  quanto aos conceitos em (b).

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 15/02/2016

(Valor: 2,0) **Questão 4.**

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 15/02/2016

(Valor: 2,5) **Questão 5.**

Valores do imposto sobre a propriedade foram obtidos de domicílios de uma certa região do Brasil para chefes de família dos sexos masculino e feminino. As medidas resumo calculadas a partir das amostras foram:

	$n$	$\bar{X}$	$S$
Homens	57	996	307
Mulheres	43	755	162

Assumindo que os valores do imposto seguem uma distribuição normal, faça o que se pede:

a) Verifique se as variâncias dos valores de homens e mulheres podem ser consideradas diferentes por meio de um teste de hipóteses com  $\alpha = 0,05$ . Utilize a estatística de teste  $F_c = S_{\text{maior}}^2 / S_{\text{menor}}^2$ . Os graus de liberdade são  $\nu_1 = n_1 - 1$  e  $\nu_2 = n_2 - 1$ .

b) Forneça um intervalo de confiança (IC) a 95% para a diferença entre os valores médios pagos por homens e por mulheres chefes de família. Interprete o intervalo obtido.

c) Informe o(s) item(s) verdadeiro(s) em relação à esta questão:

I - Há 95% de chance que a diferença populacional nos valores médios esteja entre os dois valores obtidos na letra b.

II - Se dois domicílios forem escolhidos ao acaso de forma que um tenha um homem e outro tenha uma mulher como chefe de família, a diferença entre os valores pagos cairá dentro dos limites do IC, obtido na letra b, 95% das vezes.

III - Se uma outra amostra de tamanho 100 for sorteada, e depois outra e assim sucessivamente, espera-se que 95% dos ICs obtidos contenham a diferença populacional entre os valores médios pagos.

**Universidade Federal de Alfenas**  
**Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria**  
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ Data: 15/02/2016

(Valor: 2,5) **Questão 5.**