

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
 Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

OBSERVAÇÃO: Dentre as cinco questões, marque na tabela abaixo com X uma para não ser corrigida. Se não for marcada nenhuma, **a questão 1 será a desconsiderada.**

Questão	1	2	3	4	5
---------	---	---	---	---	---

Dados que podem ser necessários na resolução de algumas questões:

I. Dados da Tabela *t* de Student com ν graus de liberdade.

			$P(t > t_\alpha) = \alpha$						$P(t > t_\alpha) = \alpha$		
ν	0,05	0,025	ν	0,05	0,025	ν	0,05	0,025	ν	0,05	0,025
4	2,132	2,776	11	1,796	2,201	12	1,782	2,179	13	1,771	2,160
5	2,015	2,571	12	1,782	2,179	14	1,761	2,145	15	1,753	2,131
6	1,943	2,447	13	1,771	2,160	16	1,746	2,120	17	1,740	2,110
7	1,895	2,365	14	1,761	2,145						
8	1,860	2,306	15	1,753	2,131						
9	1,833	2,262	16	1,746	2,120						
10	1,812	2,228	17	1,740	2,110						

II. FÓRMULAS:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n} \right],$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n},$$

$$CV = \frac{S \times 100}{\bar{X}}, \quad S = \sqrt{S^2}$$

Para n ímpar, a mediana é dada por $\widehat{md} = X_{(\frac{n+1}{2})}$ e, para n par, é $\widehat{md} = \frac{X_{(\frac{n}{2})} + X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}$.

Um teste de hipóteses para μ possui estatística de teste $t_c = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ e os graus de liberdade são iguais a $\nu = n - 1$.

Se X : número de sucessos ocorridos em " n " tentativas, X segue uma distribuição da forma:

$$P(X = x) = C_{n,x} p^x (1-p)^{n-x}; \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

em que $C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ e p é a probabilidade de obter sucesso em uma única tentativa.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 1.**

Em uma linha de produção de uma peça automotiva, o gerente tem um interesse especial com relação ao diâmetro das peças com o objetivo de monitorar a uniformidade da produção. Para tanto foi coletada uma amostra de 15 peças, obtendo os seguintes resultados para o diâmetro (em cm):

3,9 3,9 4,0 4,1 3,9 4,4 3,1 4,0 3,6 3,1 3,8 4,2 3,5 3,8 4,0

- (a) Calcule a média, a mediana e a variância do diâmetro das peças.
- (b) A máquina que produz as peças deverá passar por manutenção sempre que o coeficiente de variação dos diâmetros das peças for maior que 8%. Com base na amostra, a máquina deverá sofrer manutenção?
- (c) Uma empresa afirma que irá fazer um contrato de compra se o diâmetro médio das peças não superar 3,7cm. Com base nos dados amostrais faça um teste de hipóteses, a 5% de significância, e conclua se a empresa irá realizar a compra.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 1.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 2.**

Uma tribo indígena vive isolada em uma aldeia, numa reserva no norte da Amazônia brasileira, e possui N indivíduos saudáveis. Suponha que y_0 índios ficaram doentes durante uma longa caça e que a doença comece a disseminar-se nessa população depois da chegada deles na aldeia. Denote por $y(t)$ o número de infectados pela doença no instante t , dado em dias e medido a partir do instante $t_0 = 0$ em que os caçadores doentes chegaram na aldeia. Sabendo que a infecção é passada de um indivíduo para outro por contato direto e com igual probabilidade é razoável supor que a taxa de variação da doença, no instante t , seja proporcional ao número de encontros possíveis entre os indivíduos saudáveis e infectados e dada por

$$y'(t) = k y(t)[N - y(t)], \quad t \geq 0,$$

para alguma constante positiva k que representa (de certa forma) a probabilidade de infecção. Nessas condições perguntamos:

- (a) O que acontece nesse contexto caso o valor de y_0 seja 0, ou seja, haverá alguma infecção?

- (b) Caso o valor de N seja 62 e o de y_0 seja 3, determine o valor de y que determina o único ponto de inflexão da curva e faça um rascunho do gráfico de $y(t)$. O que esse ponto representa quanto à disseminação da doença? Toda a população da reserva será infectada em um intervalo finito de tempo?

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 2.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 3.**

Considere sementes com 60% de germinação (isto é, de cada 100 sementes, em média 60 germinam e 40 não germinam). Se um pesquisador plantar 10 sementes:

- (a) Qual é a probabilidade de germinarem exatamente 3 sementes?
- (b) Qual é a probabilidade de germinarem no mínimo 4 sementes?
- (c) Um pesquisador planta 3 sementes em cada um dos 24 vasos que possui para desenvolver seu experimento. Se ele necessita dos 24 vasos com pelo menos uma semente germinada em cada vaso, qual é a probabilidade dele ver-se satisfeito?

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 3.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 4.**

Um fazendeiro possui 1.200 hectares (ha) de terras livres para realizar o plantio de milho, soja e feijão e pretende usar toda essa extensão de terra para realizar o plantio. O custo para se plantar o milho é de R\$ 200,00 por ha. Para realizar o plantio da soja, gasta-se R\$ 500,00 por ha e, para o feijão, esse custo é de R\$ 120,00 por hectare. O fazendeiro tem R\$ 400.000,00 e pretende investir todo esse capital no plantio dessas 3 variedades de grãos.

(a) Baseado nas informações acima, monte o sistema linear cuja solução permite ao fazendeiro realizar o plantio atendendo às condições determinadas.

(b) Resolva o sistema linear e, se possível, apresente duas diferentes soluções para o mesmo.

(c) Considere o sistema linear $\begin{cases} ax + y = a^2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$, em que a é um número real. Determine todos os valores de a para os quais:

1. O sistema não possui solução.
2. O sistema possui apenas uma única solução.
3. O sistema possui infinitas soluções.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 4.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 5.**

A distribuição exponencial é frequentemente usada em estudos de confiabilidade como sendo o modelo para o tempo de vida de um equipamento. Um fabricante de lâmpadas sabe que o tempo médio de vida das mesmas é de 30 meses. Seja Y uma variável aleatória com função densidade de probabilidade exponencial, que é dada por: $f(y) = \lambda e^{-\lambda y}$ para $y \geq 0$ e $\lambda > 0$, e que a função de distribuição acumulada de uma variável aleatória (X) é :

$$F(t) = P(X \leq t) = \int_0^t f(x)dx.$$

- (a) Qual probabilidade da lâmpada durar no mínimo 50 meses?
- (b) Sabendo que a taxa de falha $h(x)$ de um equipamento é dada por:

$$h(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)},$$

calcule $h(y)$.

- (c) Sabendo que a esperança $E(X)$ de uma variável aleatória X contínua é dada por:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx, \text{ calcule } E(Y).$$

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 03/07/2017

(Valor: 2,5) **Questão 5.**