

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
 Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 04/02/2019

OBSERVAÇÃO: Dentre as cinco questões, marque na tabela abaixo com X uma para não ser corrigida. Se não for marcada nenhuma, a **questão 1 será a desconsiderada.**

| | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|
| Questão | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------|---|---|---|---|---|

Dados que podem ser necessários na resolução de algumas questões:

I. Dados da Tabela t de Student com ν graus de liberdade.

| | | | | | $P(t > t_\alpha) = \alpha$ | | | | |
|-----------|----------------------------|-------|-------|-------|----------------------------|----------------------------|-------|-------|-------|
| | $P(t > t_\alpha) = \alpha$ | | | | | $P(t > t_\alpha) = \alpha$ | | | |
| ν | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 | ν | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 |
| 4 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 12 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 |
| 5 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 13 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 |
| 6 | 1,943 | 2,447 | 3,141 | 3,707 | 14 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 |
| 7 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 15 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 |
| 8 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 16 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 |
| 9 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 17 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 |
| 10 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 18 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 |
| 11 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 19 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 |
| | | | | | 20 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 |

II. Fórmulas

$$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}; \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n} \right]; \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; \quad CV = \frac{S \times 100}{\bar{X}},$$

$$P(X = x) = C_{n,x} p^x (1-p)^{n-x}; \quad x = 0, 1, 2, \dots, n, \text{ em que, } C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$t_c = \frac{r-0}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}; \quad t_c = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ com } P(B) > 0; \quad P(A_j|B) = \frac{P(A_j) \cdot P(B|A_j)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$$

$$z_c = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}$$

$$IC_{(1-\alpha)}(\mu) = \left[\bar{X} - t_{(n-1; \frac{\alpha}{2})} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{(n-1; \frac{\alpha}{2})} \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

$$IC_{(\gamma)}(P) = \left[\hat{p} - z_{(\frac{\alpha}{2})} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_{(\frac{\alpha}{2})} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

TABELA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO : $P(Z > Z_{\alpha}) = \alpha$

| Z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,4960 | 0,4920 | 0,4880 | 0,4840 | 0,4801 | 0,4761 | 0,4721 | 0,4681 | 0,4641 |
| 0,1 | 0,4602 | 0,4562 | 0,4522 | 0,4483 | 0,4443 | 0,4404 | 0,4364 | 0,4325 | 0,4286 | 0,4247 |
| 0,2 | 0,4207 | 0,4168 | 0,4129 | 0,4090 | 0,4052 | 0,4013 | 0,3974 | 0,3936 | 0,3897 | 0,3859 |
| 0,3 | 0,3821 | 0,3783 | 0,3745 | 0,3707 | 0,3669 | 0,3632 | 0,3594 | 0,3557 | 0,3520 | 0,3483 |
| 0,4 | 0,3446 | 0,3409 | 0,3372 | 0,3336 | 0,3300 | 0,3264 | 0,3228 | 0,3192 | 0,3156 | 0,3121 |
| 0,5 | 0,3085 | 0,3050 | 0,3015 | 0,2981 | 0,2946 | 0,2912 | 0,2877 | 0,2843 | 0,2810 | 0,2776 |
| 0,6 | 0,2743 | 0,2709 | 0,2676 | 0,2643 | 0,2611 | 0,2578 | 0,2546 | 0,2514 | 0,2483 | 0,2451 |
| 0,7 | 0,2420 | 0,2389 | 0,2358 | 0,2327 | 0,2297 | 0,2266 | 0,2236 | 0,2206 | 0,2177 | 0,2148 |
| 0,8 | 0,2119 | 0,2090 | 0,2061 | 0,2033 | 0,2005 | 0,1977 | 0,1949 | 0,1922 | 0,1894 | 0,1867 |
| 0,9 | 0,1841 | 0,1814 | 0,1788 | 0,1762 | 0,1736 | 0,1711 | 0,1685 | 0,1660 | 0,1635 | 0,1611 |
| 1,0 | 0,1587 | 0,1562 | 0,1539 | 0,1515 | 0,1492 | 0,1469 | 0,1446 | 0,1423 | 0,1401 | 0,1379 |
| 1,1 | 0,1357 | 0,1335 | 0,1314 | 0,1292 | 0,1271 | 0,1251 | 0,1230 | 0,1210 | 0,1190 | 0,1170 |
| 1,2 | 0,1151 | 0,1131 | 0,1112 | 0,1093 | 0,1075 | 0,1056 | 0,1038 | 0,1020 | 0,1003 | 0,0985 |
| 1,3 | 0,0968 | 0,0951 | 0,0934 | 0,0918 | 0,0901 | 0,0885 | 0,0869 | 0,0853 | 0,0838 | 0,0823 |
| 1,4 | 0,0808 | 0,0793 | 0,0778 | 0,0764 | 0,0749 | 0,0735 | 0,0722 | 0,0708 | 0,0694 | 0,0681 |
| 1,5 | 0,0668 | 0,0655 | 0,0643 | 0,0630 | 0,0618 | 0,0606 | 0,0594 | 0,0582 | 0,0570 | 0,0559 |
| 1,6 | 0,0548 | 0,0537 | 0,0526 | 0,0516 | 0,0505 | 0,0495 | 0,0485 | 0,0475 | 0,0465 | 0,0455 |
| 1,7 | 0,0446 | 0,0436 | 0,0427 | 0,0418 | 0,0409 | 0,0401 | 0,0392 | 0,0384 | 0,0375 | 0,0367 |
| 1,8 | 0,0359 | 0,0352 | 0,0344 | 0,0336 | 0,0329 | 0,0322 | 0,0314 | 0,0307 | 0,0300 | 0,0294 |
| 1,9 | 0,0287 | 0,0281 | 0,0274 | 0,0268 | 0,0262 | 0,0256 | 0,0250 | 0,0244 | 0,0238 | 0,0233 |
| 2,0 | 0,0228 | 0,0222 | 0,0217 | 0,0212 | 0,0207 | 0,0202 | 0,0197 | 0,0192 | 0,0188 | 0,0183 |
| 2,1 | 0,0179 | 0,0174 | 0,0170 | 0,0166 | 0,0162 | 0,0158 | 0,0154 | 0,0150 | 0,0146 | 0,0143 |
| 2,2 | 0,0139 | 0,0136 | 0,0132 | 0,0129 | 0,0126 | 0,0122 | 0,0119 | 0,0116 | 0,0113 | 0,0110 |
| 2,3 | 0,0107 | 0,0104 | 0,0102 | 0,0099 | 0,0096 | 0,0094 | 0,0091 | 0,0089 | 0,0087 | 0,0084 |
| 2,4 | 0,0082 | 0,0080 | 0,0078 | 0,0075 | 0,0073 | 0,0071 | 0,0069 | 0,0068 | 0,0066 | 0,0064 |
| 2,5 | 0,0062 | 0,0060 | 0,0059 | 0,0057 | 0,0055 | 0,0054 | 0,0052 | 0,0051 | 0,0049 | 0,0048 |
| 2,6 | 0,0047 | 0,0045 | 0,0044 | 0,0043 | 0,0041 | 0,0040 | 0,0039 | 0,0038 | 0,0037 | 0,0036 |
| 2,7 | 0,0035 | 0,0034 | 0,0033 | 0,0032 | 0,0031 | 0,0030 | 0,0029 | 0,0028 | 0,0027 | 0,0026 |
| 2,8 | 0,0026 | 0,0025 | 0,0024 | 0,0023 | 0,0023 | 0,0022 | 0,0021 | 0,0020 | 0,0020 | 0,0019 |
| 2,9 | 0,0019 | 0,0018 | 0,0017 | 0,0017 | 0,0016 | 0,0016 | 0,0015 | 0,0015 | 0,0014 | 0,0014 |
| 3,0 | 0,0013 | 0,0010 | 0,0007 | 0,0005 | 0,0003 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0000 |

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 1.**

O cálculo tem um papel muito importante na análise de comportamentos aleatórios. Cada variável aleatória contínua X tem uma função densidade de probabilidade f . Isso significa que a probabilidade de X estar entre a e b é obtida pela integração de f de a até b :

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx.$$

Em geral, a função densidade de probabilidade f de uma variável aleatória X satisfaz $f(x) \geq 0$, para todo x . Como as probabilidades são medidas em uma escala de 0 até 1, segue que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

Baseado nas informações anteriores, seja $f(x) = 0,006x(10 - x)$, para $0 \leq x \leq 10$ e $f(x) = 0$ para outros valores de x .

- (a) Prove que $f(x)$, apresentada anteriormente, é uma função densidade de probabilidade.
- (b) Calcule $P(2 \leq X \leq 4)$.
- (c) Sabendo que a esperança $E(X)$ de uma variável aleatória X contínua é dada por:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx, \text{ calcule } E(X).$$

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data:04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 1.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 2.**

O Ministério da Saúde apontou que, no Brasil, os fumantes entre 18 a 24 anos passaram de 7,4%, em 2016, para 8,5% em 2017. O Pró-reitor da UNIKX, desejando saber se a proporção de alunos fumantes em sua universidade era maior que a proporção no país, realizou uma pesquisa na qual foram selecionados, por meio do processo de amostragem aleatória simples, uma amostra de 500 discentes, dos quais 56 afirmaram que são fumantes.

a) O Pró-reitor afirma que irá realizar uma campanha antifumo se a proporção de alunos fumantes em sua universidade for maior que a proporção no país. Escreva as hipóteses e comente os erros envolvidos ao se testá-las.

b) Faça o teste das hipóteses considerado um nível de significância de 1% e conclua sobre a decisão do Pró-reitor.

c) Algumas pesquisas indicam que a proporção de fumantes é maior entre os homens do que entre as mulheres, e sabendo que a UNIKX possui 9 mil alunos, dos quais 5220 são do sexo feminino e 3780 do sexo masculino, indique qual seria o melhor processo de amostragem e como deveria ser composta a amostra de 500 discentes.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 2.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 3.**

Um freguês de um supermercado está diante de 1 caixa que contém 20 latas de molho de tomate. Dessas 20 latas, há exatamente 2 que estão com o produto contaminado por bactérias.

Seja o experimento amostral a escolha aleatória de 2 latas de molho de tomate dessa caixa e os seguintes eventos:

L_1 : a primeira lata escolhida está contaminada por bactérias;

L_2 : a segunda lata escolhida está contaminada por bactérias;

S_1 : a primeira lata escolhida não está contaminada por bactérias;

S_2 : a segunda lata escolhida não está contaminada por bactérias.

a) Descreva o espaço amostral desse experimento e responda à seguinte pergunta, justificando a sua resposta: os eventos desse espaço amostral são equiprováveis?

b) Considerando o experimento amostral escolha aleatória de 2 latas de molho de tomate dessa caixa, calcule a probabilidade do freguês escolher duas latas de molho contaminadas por bactérias.

c) Cada lata de molho de tomate possui 500 mL do produto. Sabe-se que as latas contaminadas possuem, em média, 15 colônias de bactérias. Se uma pessoa ingerir mais de uma dessas colônias de bactérias, ela ficará doente. Qual a probabilidade de uma pessoa ficar doente ao consumir 100 mL do molho de uma lata contaminada?

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 3.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 4.**

Em uma sala há uma lâmpada, uma televisão (TV) e um aparelho de ar condicionado (AC). O consumo da lâmpada equivale a $\frac{2}{3}$ do consumo da TV e o consumo do ar condicionado equivale a 10 vezes o consumo da TV. Se a lâmpada, a TV e o AC forem ligados simultaneamente, o consumo total de energia será de 1,05 quilowatts hora (*kWh*).

- (a) Se um *kWh* custa R\$0,58684, qual será o custo para manter ligados a lâmpada, a TV e o AC por 6 horas por dia, durante 20 dias?
- (b) Construa o sistema linear que descreve a situação apresentada no problema, a fim de obter o consumo, em *kWh*, da TV, do AC e da lâmpada. Em seguida, obtenha a representação matricial deste sistema.
- (c) Qual é o consumo, em *kWh*, da TV, do AC e da lâmpada?

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 4.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ **Data:** 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 5.**

Considere uma amostra referente à tensão de ruptura de 20 implantes mamários fabricados com gel de Silicone:

72,2 80,1 70,4 67,8 70,9 72,1 75,1 73,0 59,4 77,2

65,1 66,5 64,1 79,0 70,6 70,3 63,1 64,4 74,9 75,3

Com base nesses dados obtenha:

- a) A média, a mediana, a variância e o coeficiente de variação da tensão de ruptura desses implantes e discuta os resultados.
- b) O intervalo de confiança a 99% para a média populacional da tensão de ruptura desses implantes.
- c) O intervalo de confiança a 95% para a proporção de implantes com tensão de ruptura superior a 70.
- d) Qual a probabilidade de que o erro absoluto cometido na estimação da sua média populacional μ com base nessa amostra seja inferior a 2 unidades?

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 04/02/2019

(Valor: 2,5) **Questão 5.**