

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
 Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

OBSERVAÇÃO: Dentre as cinco questões, marque na tabela abaixo com X uma para não ser corrigida. Se não for marcada nenhuma, **a questão 1 será a desconsiderada.**

| | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|
| Questão | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------|---|---|---|---|---|

Dados que podem ser necessários na resolução de algumas questões:

I. Dados da Tabela t de Student e Qui-quadrado com ν graus de liberdade.

| $P(t > t_\alpha) = \alpha$ | | | | $P(t > t_\alpha) = \alpha$ | | | |
|----------------------------|-------|-------|-------|----------------------------|-------|-------|-------|
| ν | 0,10 | 0,05 | 0,025 | ν | 0,10 | 0,05 | 0,025 |
| 3 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 12 | 1,356 | 1,782 | 2,179 |
| 4 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 13 | 1,350 | 1,771 | 2,160 |
| 5 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 14 | 1,345 | 1,761 | 2,145 |
| 6 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 15 | 1,341 | 1,753 | 2,131 |
| 7 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 16 | 1,337 | 1,746 | 2,120 |
| 8 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 17 | 1,333 | 1,740 | 2,110 |
| 9 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 18 | 1,330 | 1,734 | 2,101 |
| 10 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 19 | 1,328 | 1,729 | 2,093 |
| 11 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 20 | 1,325 | 1,725 | 2,086 |

| ν | 0,05 | 0,10 | 0,90 | 0,95 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 9 | 16,92 | 14,68 | 4,17 | 3,33 |
| 10 | 18,31 | 15,99 | 4,87 | 3,94 |
| 18 | 28,87 | 25,99 | 10,87 | 9,39 |
| 20 | 31,41 | 28,41 | 12,44 | 10,85 |

II. Fórmulas

Sendo o modelo ajustado dado por: $\hat{y} = b_0 + b_1x$, e,

$b_1 = \frac{SPXY}{SQX}$ e $b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}$, em que:

$SPXY$: soma de produtos de x e y , dada por: $SPXY = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}$

SQX : soma de quadrados de x , dada por: $SQX = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}$

SQY é a soma de quadrados de y , dada por: $SQY = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n} S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n} \right]$;

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \text{ e } CV = \frac{S \times 100}{\bar{X}}$$

$$r_{x,y} = \frac{SPXY}{\sqrt{SQX \cdot SQY}}; t_c = \frac{r-0}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}};$$

$$t_c = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}.$$

$$t_c = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \text{ sendo } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}, \text{ com } \nu = n_1 + n_2 - 2.$$

$IC_{1-\alpha}(\sigma) : \left[\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2;\nu}^2}}; \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2;\nu}^2}} \right]$ sendo $\chi_{\alpha/2;\nu}^2$ e $\chi_{1-\alpha/2;\nu}^2$: quantis superiores da distribuição χ^2 com $\nu = n - 1$ G.L.;

$$IC_{(1-\alpha)}(P) = \left[\hat{p} - z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right];$$

$$IC_{(1-\alpha)}(\mu) = \left[\bar{x} - t_{(n-1, \frac{\alpha}{2})} \sqrt{\frac{S^2}{n}}; \bar{x} + t_{(n-1, \frac{\alpha}{2})} \sqrt{\frac{S^2}{n}} \right];$$

TABELA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO : $P(Z > Z_{\alpha}) = \alpha$

| Z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0,5000 | 0,4960 | 0,4920 | 0,4880 | 0,4840 | 0,4801 | 0,4761 | 0,4721 | 0,4681 | 0,4641 |
| 0.1 | 0,4602 | 0,4562 | 0,4522 | 0,4483 | 0,4443 | 0,4404 | 0,4364 | 0,4325 | 0,4286 | 0,4247 |
| 0.2 | 0,4207 | 0,4168 | 0,4129 | 0,4090 | 0,4052 | 0,4013 | 0,3974 | 0,3936 | 0,3897 | 0,3859 |
| 0.3 | 0,3821 | 0,3783 | 0,3745 | 0,3707 | 0,3669 | 0,3632 | 0,3594 | 0,3557 | 0,3520 | 0,3483 |
| 0.4 | 0,3446 | 0,3409 | 0,3372 | 0,3336 | 0,3300 | 0,3264 | 0,3228 | 0,3192 | 0,3156 | 0,3121 |
| 0.5 | 0,3085 | 0,3050 | 0,3015 | 0,2981 | 0,2946 | 0,2912 | 0,2877 | 0,2843 | 0,2810 | 0,2776 |
| 0.6 | 0,2743 | 0,2709 | 0,2676 | 0,2643 | 0,2611 | 0,2578 | 0,2546 | 0,2514 | 0,2483 | 0,2451 |
| 0.7 | 0,2420 | 0,2389 | 0,2358 | 0,2327 | 0,2297 | 0,2266 | 0,2236 | 0,2206 | 0,2177 | 0,2148 |
| 0.8 | 0,2119 | 0,2090 | 0,2061 | 0,2033 | 0,2005 | 0,1977 | 0,1949 | 0,1922 | 0,1894 | 0,1867 |
| 0.9 | 0,1841 | 0,1814 | 0,1788 | 0,1762 | 0,1736 | 0,1711 | 0,1685 | 0,1660 | 0,1635 | 0,1611 |
| 1.0 | 0,1587 | 0,1562 | 0,1539 | 0,1515 | 0,1492 | 0,1469 | 0,1446 | 0,1423 | 0,1401 | 0,1379 |
| 1.1 | 0,1357 | 0,1335 | 0,1314 | 0,1292 | 0,1271 | 0,1251 | 0,1230 | 0,1210 | 0,1190 | 0,1170 |
| 1.2 | 0,1151 | 0,1131 | 0,1112 | 0,1093 | 0,1075 | 0,1056 | 0,1038 | 0,1020 | 0,1003 | 0,0985 |
| 1.3 | 0,0968 | 0,0951 | 0,0934 | 0,0918 | 0,0901 | 0,0885 | 0,0869 | 0,0853 | 0,0838 | 0,0823 |
| 1.4 | 0,0808 | 0,0793 | 0,0778 | 0,0764 | 0,0749 | 0,0735 | 0,0722 | 0,0708 | 0,0694 | 0,0681 |
| 1.5 | 0,0668 | 0,0655 | 0,0643 | 0,0630 | 0,0618 | 0,0606 | 0,0594 | 0,0582 | 0,0570 | 0,0559 |
| 1.6 | 0,0548 | 0,0537 | 0,0526 | 0,0516 | 0,0505 | 0,0495 | 0,0485 | 0,0475 | 0,0465 | 0,0455 |
| 1.7 | 0,0446 | 0,0436 | 0,0427 | 0,0418 | 0,0409 | 0,0401 | 0,0392 | 0,0384 | 0,0375 | 0,0367 |
| 1.8 | 0,0359 | 0,0352 | 0,0344 | 0,0336 | 0,0329 | 0,0322 | 0,0314 | 0,0307 | 0,0300 | 0,0294 |
| 1.9 | 0,0287 | 0,0281 | 0,0274 | 0,0268 | 0,0262 | 0,0256 | 0,0250 | 0,0244 | 0,0238 | 0,0233 |
| 2.0 | 0,0228 | 0,0222 | 0,0217 | 0,0212 | 0,0207 | 0,0202 | 0,0197 | 0,0192 | 0,0188 | 0,0183 |
| 2.1 | 0,0179 | 0,0174 | 0,0170 | 0,0166 | 0,0162 | 0,0158 | 0,0154 | 0,0150 | 0,0146 | 0,0143 |
| 2.2 | 0,0139 | 0,0136 | 0,0132 | 0,0129 | 0,0126 | 0,0122 | 0,0119 | 0,0116 | 0,0113 | 0,0110 |
| 2.3 | 0,0107 | 0,0104 | 0,0102 | 0,0099 | 0,0096 | 0,0094 | 0,0091 | 0,0089 | 0,0087 | 0,0084 |
| 2.4 | 0,0082 | 0,0080 | 0,0078 | 0,0075 | 0,0073 | 0,0071 | 0,0069 | 0,0068 | 0,0066 | 0,0064 |
| 2.5 | 0,0062 | 0,0060 | 0,0059 | 0,0057 | 0,0055 | 0,0054 | 0,0052 | 0,0051 | 0,0049 | 0,0048 |
| 2.6 | 0,0047 | 0,0045 | 0,0044 | 0,0043 | 0,0041 | 0,0040 | 0,0039 | 0,0038 | 0,0037 | 0,0036 |
| 2.7 | 0,0035 | 0,0034 | 0,0033 | 0,0032 | 0,0031 | 0,0030 | 0,0029 | 0,0028 | 0,0027 | 0,0026 |
| 2.8 | 0,0026 | 0,0025 | 0,0024 | 0,0023 | 0,0023 | 0,0022 | 0,0021 | 0,0020 | 0,0020 | 0,0019 |
| 2.9 | 0,0019 | 0,0018 | 0,0017 | 0,0017 | 0,0016 | 0,0016 | 0,0015 | 0,0015 | 0,0014 | 0,0014 |
| 3.0 | 0,0013 | 0,0010 | 0,0007 | 0,0005 | 0,0003 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0000 |

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 1.**

Abaixo é apresentado um conjunto de dados referente à produção diária de leite, em quilos, e a concentração de gordura no leite (em gramas por 100 g de leite), de 12 vacas da raça Holandesa de uma fazenda do sul de MG, amostradas no mesmo estágio da lactação.

Tabela 1. Dados de produção de leite (PROD, kg/dia) e concentração de gordura no leite (GOR, g/100g de leite) de 12 vacas da raça Holandesa.

| | | | | | | | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| PROD | 20,59 | 15,97 | 28,06 | 10,82 | 37,49 | 18,49 | 47,54 | 24,19 | 24,48 | 14,50 | 39,65 | 37,86 |
| GOR | 3,19 | 2,54 | 4,42 | 2,91 | 3,92 | 2,81 | 2,67 | 3,56 | 3,56 | 2,37 | 3,65 | 3,82 |

Com base nesses dados:

(a) Obtenha a média, a mediana, e a variância da produção de leite e da concentração de gordura do leite.

(b) Qual medida de posição é mais representativa de cada conjunto de dados? Justifique.

(c) Qual das duas variáveis (produção de leite e concentração de gordura no leite) apresenta maior variabilidade? Justifique.

(d) Segundo o Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA), o leite refrigerado deve possuir, no mínimo, 3,0 gramas de gordura por 100 gramas de leite. Pode-se afirmar que a média da concentração de gordura nesse rebanho atende ao exigido pelo MAPA? Construa um teste de hipóteses para a média populacional, utilizando $\alpha = 0,05$.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 1.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 2.**

(a) O carro A está se movimentando para o oeste a 100km/h e o carro B está se movimentando para o norte a 110km/h . Ambos vão em direção à interseção de duas estradas. A que taxa os carros se aproximam um do outro quando o carro A está a 40m e o carro B está a 60m da interseção?

(b) Fenômenos como tempo de espera ou tempo de falha de um equipamento são comumente modelados por funções densidade de probabilidade exponencialmente decrescentes, dadas por:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } t < 0, \\ ce^{-ct}, & \text{se } t \geq 0. \end{cases}$$

onde c é uma constante positiva. Sabendo por definição que a média de uma função densidade probabilidade é dada por $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$, calcule a média da distribuição exponencial apresentada.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 2.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 3.**

Uma amostra aleatória de dez alunos da turma A de um curso apresentaram as seguintes notas (entre 0 e 100) em provas da disciplina de Matemática:

51 47 75 35 72 84 45 11 52 57

Assumindo que a distribuição das notas é normal, responda às seguintes questões:

(a) A média das notas da turma A pode ser considerada menor do que 70, ao nível de significância de 10%?

(b) Construa o intervalo de confiança a 90% para o desvio padrão das notas da turma A. Com base no intervalo obtido, 20 pontos é um valor plausível para o desvio padrão populacional das notas dessa turma?

(c) Uma amostra aleatória da turma B do mesmo curso apresentou as seguintes notas na disciplina de Matemática:

27 75 49 69 73 63 79 37 84 32

Ao nível de 10% de significância, pode-se afirmar que as turmas A e B têm aproveitamentos diferentes? Admita populações normais com mesma variância.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 3.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 4.**

Em uma urna há 3 bolas brancas e 4 bolas vermelhas. Seleciona-se duas bolas, ao acaso, uma de cada vez, sem reposição. Seja:

$$X = \begin{cases} 0, & \text{se ocorrer vermelha na 1ª seleção} \\ 1, & \text{se ocorrer branca na 1ª seleção} \end{cases}$$
$$Y = \begin{cases} 0, & \text{se ocorrer vermelha na 2ª seleção} \\ 1, & \text{se ocorrer branca na 2ª seleção} \end{cases}$$

- (a) Determine a distribuição conjunta de X e Y.
- (b) Determine as marginais de de X e Y.
- (c) Determine a esperança e a variância da variável aleatória X.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 4.**

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 5.**

Um experimento foi conduzido em um viveiro com o objetivo de verificar como diferentes níveis de sombreamento influenciavam o crescimento (altura, em cm) de uma espécie para reflorestamento. Os resultados obtidos estão a seguir.

| | | | | | |
|------------------|------|------|------|------|------|
| Sombreamento (%) | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| Altura (cm) | 32,4 | 31,7 | 26,2 | 26,1 | 23,6 |

- (a) Calcule, teste e interprete o coeficiente de correlação linear entre as variáveis estudadas. Use $\alpha = 5\%$.
- (b) Encontre a equação de regressão e interprete-a, analisando o significado de cada parâmetro.
- (c) Calcule e faça a interpretação prática do coeficiente de determinação.

Universidade Federal de Alfenas
Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria-PPGEAB
Prova de Conhecimentos Específicos

Número de inscrição: _____ Data: 10/02/2020

(Valor: 2,5) **Questão 5.**