UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS UNIFAL-MG

LUCAS OLIVEIRA QUINTINO

NEUTRINOS DE SUPERNOVAS

 $\begin{array}{c} {\rm POÇOS\ DE\ CALDAS/MG}\\ 2016 \end{array}$

LUCAS OLIVEIRA QUINTINO

NEUTRINOS DE SUPERNOVAS

Dissertação apresentada como parte dos re quisitos para obtenção do título de Mestre em Física pela Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração: Física de Partículas e Campos.

Orientador Prof. Dr. Gustavo do Amaral Valdiviesso.

Coorientador Prof. Dr. Fernando Rossi Torres.

 $\begin{array}{c} {\rm POÇOS\ DE\ CALDAS/MG}\\ 2016 \end{array}$

Q7n Quintino, Lucas Oliveira. Neutrinos de supernovas / Lucas Oliveira Quintino. – Poços de Caldas, 2016. 109 f. – Orientador: Gustavo do Amaral Valdiviesso. Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Alfenas, Poços de Caldas, MG, 2016. Bibliografia. 1. Astrofísica. 2. Neutrinos. 3. Supernova (Estrela). I. Valdiviesso, Gustavo do Amaral. II. Título. CDD: 539.7215

LUCAS OLIVEIRA QUINTINO NEUTRINOS DE SUPERNOVAS

A banca examinadora abaixo assinada aprova a Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física pela Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração: Física de Partículas e Campos.

Trabalho aprovado em: 21/11/2016

Compplot

Prof. Dr. Fernando Rossi Torres Presidente da Banca UNICAMP

Prof. Dr. Fernando Gonçalves Gardim UNIFAL-MG

Prof. Dr. Cássijus Anderson Miquele de Melo UNIFAL-MG

AGRADECIMENTOS

Agradeço, acima de tudo, à minha família. Ao meu pai Sebastião, minha mãe Márcia e meu irmão Gabriel, por todo o carinho, investimento e dedicação não só na minha vida profissional como também na minha vida pessoal. Em especial, agradeço à Amanda, minha companheira de todas as horas, pelo auxílio com o texto, por todo o carinho, paz, tranquilidade e por sempre me colocar de volta aos meus objetivos.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Gustavo Valdiviesso, pela confiança depositada em mim, por todo o apoio no decorrer do trabalho, pela oportunidade de conhecer pessoas, lugares e pela sólida formação que me foi fornecida. Também ao meu coorientador, Prof. Dr. Fernando Torres, por ter feito muito mais do que era necessário, pelo auxílio, discussões, incentivos, disponibilidade e amizade.

Por fim, agradeço à UNIFAL e, particularmente, aos professores que contribuíram para minha formação.

RESUMO

Neste trabalho, faremos uma revisão bibliográfica com o objetivo de estudar e compreender algumas das informações que os neutrinos provenientes de Supernovas fornecem. Tais partículas são peças fundamentais para o entendimento do cenário catastrófico e turbulento presente neste fenômeno gigantesco de explosão. Para atingir tais objetivos, é fundamental estudar as características, os tipos e a dinâmica de explosão de Supernovas. Assim, com o conhecimento sobre oscilação de neutrinos, seremos capazes de identificar o papel que os neutrinos de Supernova desempenham na reconstrução dos seus respectivos fluxos.

Palavras-chave: Neutrinos. Supernovas. Neutrinos de Supernovas. SN1987A. Efeito MSW. Fluxo de Neutrinos.

ABSTRACT

In this work, we shall make a literature review in order to study and understand some of the information that neutrinos from supernovae provide. Such particles are fundamental to understand the catastrophic and turbulent scenario present in this gigantic explosion phenomenon. To achieve these goals, it is essential to study the characteristics, types and dynamics of exploding supernovas. Thus, along with the knowledge of neutrino oscillation, we will be able to identify the role that supernova neutrinos can play in the reconstruction of their fluxes.

Keywords: Neutrinos. Supernovae. Neutrinos from Supernovae. SN1987A. MSW effect. Neutrino flux.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Esquema de classificação das Supernovas.	18
Figura 2 –	Esquema da evolução do raio da protoestrela de nêutrons em função do	
	tempo, do colapso do núcleo para uma estrela com $M \ge 8 M_{\odot}$ e do início	
	da explosão da SN	22
Figura 3 –	Energia de ligação média por núcleon em função do número de núcleons	
	no núcleo atômico.	23
Figura 4 –	Estrutura do tipo cebola para uma estrela de $25 M_{\odot}$ um pouco antes de	
	iniciar o colapso.	24
Figura 5 –	Elemento de superfície $d\sigma$ com vetor arbitrário \boldsymbol{s} , vetor normal à superfície	
	$m{n}$ e ângulo sólido $d\Omega$	26
Figura 6 –	Curva de ressonância Breit-Wigner	50
Figura 7 –	Probabilidade de sobrevivência de $\overline{\nu}_e$ encontrado pelo experimento Kam-	
	LAND	56
Figura 8 –	Esquema permitido para a hierarquia de massa. À esquerda, tem-se a	
	hierarquia normal e, à direita, hierarquia invertida	59
Figura 9 –	Dependência da energia de P_f em E/E_{na}	34
Figura 10 -	- Número de ν_e - N eventos em corrente carregada levando em consideração	
	a dependência da energia na probabilidade $flip$	35
Figura 11 -	- Contornos de igual probabilidade flip ϵ	36
Figura 12 -	- Diagramas do <i>level crossing</i> para: a) hierarquia normal de massa e grande	
	$ heta_{\odot}$, b) hierarquia invertida de massa e grande $ heta_{\odot}$	39
Figura 13 -	- Espectro de massa e sabor na solução LMA-MSW	79
Figura 14 -	- Efeitos da matéria terrestre observados em (a) espectro ν_e e (b) espectro	
	$\overline{\nu}_e$ para $P_H = 1$ na solução LMA ($\Delta m^2 = 2 \times 10^{-5} \text{eV}^2$, sen ² $2\theta_{\odot} = 0, 9$).	32
Figura 15 -	- Antes e depois da explosão: SN1987A. Fonte: Ref 8	39
Figura 16 -	- Eficiências para os detectores KII, IMB e Baksan na detecção de neutrinos	
	de SN1987A	90
Figura 17 -	- Seção de choque na colisão de neutrinos com outros alvos num detector	
	de água do tipo Cherenkov	91

Figura 18 $-$	$\dot{\mathrm{A}}$ esquerda mostramos o espectro de neutrinos normalizado para uma	
	distribuição de Maxwell-Boltzmann (tracejada) e para uma Fermi-Dirac	
	com um parâmetro $\eta = 2$ (sólida). Na figura à direita o número de eventos	
	$\overline{\nu}_e$ esperados por intervalo de energia para KII e IMB, sendo que a curva	
	sólida é para uma distribuição de neutrinos sem o fator η , enquanto que	
	a tracejada considera tal fator.	92
Figura 19 –	Neutrino de SN1987A pelos detectores de KII, IMB e Baksan. As figuras	
	apresentam as energias dos pósitrons detectados e não dos neutrinos. Na	
	área escura a eficiência do gatilho é menor que 30%. Os círculos não	
	pintados são aqueles usualmente considerados como eventos de fundo.	95
Figura 20 –	Neutrinos de SN1987A detectados por KII e IMB, mostrando a direcio-	
	nalidade dos eventos	96
Figura 21 –	Evolução temporal da luminosidade do neutrino e da energia média	97
Figura 22 –	No gráfico à esquerda mostramos a luminosidade do espectro de ν_e para	
	uma supernova de $11 M_{\odot}$. O gráfico na direita apresenta a luminosidade	
	para o espectro de $\overline{\nu}_e$ 15 s após o rebote.	98
Figura 23 –	Esquema de construção do DUNE (Deep Underground Neutrino Experi-	
	ment). O detector que possui maior potencial para a detecção dos sinais	
	de neutrinos provenientes de SN.	101
Figura 24 –	Número de interações com neutrinos de SN em um detector do tipo LAr	
	em função da distância para diferentes massas do detector.	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Modelo de evolução para uma estrela de 15 M_{\odot}	25
Tabela 2 –	Valores para as probabilidades de sobrevivência p e \overline{p} nas diversas regiões.	87
Tabela 3 –	Efeitos observados nas diversas regiões. Para (i) pico de neutronização,	
	(ii) natureza final do espectro de ν_e e $\overline{\nu}_e$ e (iii) os efeitos na matéria	
	terrestre	88
Tabela 4 –	Dados detectados por Kamiokande-II, IMB e Baksan para a SN1987A. $\ .$	94

Sumário

1	INTRODUÇÃO 13				
2	SUPERNOVAS	16			
2.1	Tipos de Supernovas	17			
2.2	Matéria Degenerada				
2.3	Composição Espectral	20			
2.4	Dinâmica de explosão para SN de Colapso de Núcleo 2				
3	A MODERNA FÍSICA DE NEUTRINOS	34			
3.1	Mistura Massa-Sabor	34			
3.2	Oscilação em Duas Famílias	41			
3.3	O Cenário Atual	42			
3.4	Efeitos da Matéria	43			
3.5	Equação de Evolução	45			
3.6	Efeitos da Variação do Meio	48			
3.7	Probabilidade de Sobrevivência Adiabática	51			
4	NEUTRINOS DE SUPERNOVAS	55			
4 4.1	NEUTRINOS DE SUPERNOVAS	55 55			
4 4.1 4.1.1	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoREGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINO	55 55 56			
4 4.1 4.1.1 4.1.2	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoREGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINOFATORAÇÃO DA DINÂMICA	55 55 56 58			
4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3	NEUTRINOS DE SUPERNOVAS Espectro de Massa e Dinâmica de Conversão Regiões de Conversão do Neutrino Fatoração da Dinâmica Regiões de Transição Adiabática e Não Adiabática	55 55 56 58 60			
4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4	NEUTRINOS DE SUPERNOVAS Espectro de Massa e Dinâmica de Conversão REGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINO FATORAÇÃO DA DINÂMICA REGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICA ESQUEMA PARA Level Crossing E CONDIÇÕES INICIAIS	55 55 56 58 60 66			
4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2	NEUTRINOS DE SUPERNOVAS Espectro de Massa e Dinâmica de Conversão REGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINO FATORAÇÃO DA DINÂMICA REGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICA ESQUEMA PARA Level Crossing E CONDIÇÕES INICIAIS Probabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectores	55 56 58 60 66			
4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoRegiões de Conversão do NeutrinoRegiões de Conversão do NeutrinoFATORAÇÃO DA DINÂMICARegiões de Transição Adiabática e Não AdiabáticaEsquema para Level Crossing e Condições IniciaisProbabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectorespara Hierarquia Normal	 55 56 58 60 66 69 			
4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoRegiões de Conversão do NeutrinoRegiões de Conversão do NeutrinoFatoração da DinâmicaRegiões de Transição Adiabática e Não AdiabáticaRegiões de Transição Adiabática e Não AdiabáticaEsquema para Level Crossing e Condições IniciaisProbabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectorespara Hierarquia NormalProbabilidades da Conversão de Neutrinos na Supernova, no	 55 56 58 60 66 69 			
 4 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2 	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoREGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINOFATORAÇÃO DA DINÂMICAFATORAÇÃO DA DINÂMICAREGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICAESQUEMA PARA Level Crossing E CONDIÇÕES INICIAISProbabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectorespara Hierarquia NormalPROBABILIDADES DA CONVERSÃO DE NEUTRINOS NA SUPERNOVA, NOVÁCUO E NA TERRA	 55 56 58 60 66 69 			
 4 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2 4.2.1 4.2.2 	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoREGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINOREGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINOFATORAÇÃO DA DINÂMICAREGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICAREGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICAESQUEMA PARA Level Crossing E CONDIÇÕES INICIAISProbabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectorespara Hierarquia NormalPROBABILIDADES DA CONVERSÃO DE NEUTRINOS NA SUPERNOVA, NOVÁCUO E NA TERRAPROBABILIDADE DA CONVERSÃO DE ANTINEUTRINOS NA SUPERNOVA,	 55 55 56 58 60 66 69 			
 4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2 4.2.1 4.2.2 	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoREGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINOFATORAÇÃO DA DINÂMICAFATORAÇÃO DA DINÂMICAREGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICAESQUEMA PARA Level Crossing E CONDIÇÕES INICIAISProbabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectorespara Hierarquia NormalPROBABILIDADES DA CONVERSÃO DE NEUTRINOS NA SUPERNOVA, NOVÁCUO E NA TERRAPROBABILIDADE DA CONVERSÃO DE ANTINEUTRINOS NA SUPERNOVA,NO VÁCUO E NA TERRA	 55 55 56 58 60 66 69 69 75 			
 4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2 4.2.1 4.2.2 4.3 	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoREGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINOFATORAÇÃO DA DINÂMICAFATORAÇÃO DA DINÂMICAREGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICAREGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICAESQUEMA PARA Level Crossing E CONDIÇÕES INICIAISProbabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectorespara Hierarquia NormalPROBABILIDADES DA CONVERSÃO DE NEUTRINOS NA SUPERNOVA, NOVÁCUO E NA TERRAPROBABILIDADE DA CONVERSÃO DE ANTINEUTRINOS NA SUPERNOVA,NO VÁCUO E NA TERRAEstudo do Caso com Hierarquia Normal	 55 56 58 60 66 69 75 78 			
 4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2 4.2.1 4.2.2 4.3 4.4 	NEUTRINOS DE SUPERNOVASEspectro de Massa e Dinâmica de ConversãoREGIÕES DE CONVERSÃO DO NEUTRINOFATORAÇÃO DA DINÂMICAFATORAÇÃO DA DINÂMICAREGIÕES DE TRANSIÇÃO ADIABÁTICA E NÃO ADIABÁTICAESQUEMA PARA Level Crossing E CONDIÇÕES INICIAISProbabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectorespara Hierarquia NormalPROBABILIDADES DA CONVERSÃO DE NEUTRINOS NA SUPERNOVA, NOVÁCUO E NA TERRAPROBABILIDADE DA CONVERSÃO DE ANTINEUTRINOS NA SUPERNOVA,NO VÁCUO E NA TERRAEstudo do Caso com Hierarquia NormalProbabilidade de Conversão e Fluxos dos Neutrinos para Hierarquia	 55 56 58 60 66 69 75 78 			

4.4.1	1 Probabilidade de Conversão dos Neutrinos na Supernova, no			
	Vácuo e na Terra	83		
4.4.2	Probabilidade de Conversão dos Antineutrinos na Supernova,			
	NO VÁCUO E NA TERRA	84		
4.5	Estudo do Caso com Hierarquia Invertida	85		
4.6	Neutrinos da SN1987A	88		
4.7	Massa dos Neutrinos	99		
4.8	DUNE	100		
5	CONCLUSÕES	103		
	REFERÊNCIAS	105		

1 INTRODUÇÃO

Os neutrinos podem ser considerados a janela para uma melhor compreensão do universo. Em 1930, o físico alemão Wolfgang Pauli postulou a existência de uma nova partícula [1, 2], então denominada de nêutron, com duas principais características: deveria ter massa próxima à do elétron e não superior a 1% daquela do próton; seria desprovida de carga elétrica e ainda assim fracamente interagente com a matéria. Com isso, Pauli conseguiu explicar o espectro contínuo de energia dos elétrons emitidos no decaimento beta, evitando abandonar o princípio da conservação da energia. O nome "neutrino" veio mais tarde, com o físico Enrico Fermi, que significa "neutrinho".

Naturalmente, o próximo passo seria o da detecção do neutrino. Porém, detectar uma partícula cuja interação com a matéria é tão tênue, que, hoje, se sabe que poderia atravessar várias centenas de anos-luz de chumbo sem interagir com absolutamente nada, não foi uma tarefa fácil. De tão difícil, apelidaram o neutrino de "o pequenino que não está lá"[3]. Foi somente em 1956, com Clyde Cowan e Frederick Reines [4, 5], que a detecção inequívoca do neutrino foi realizada.

Saber se essa partícula era desprovida ou não de massa tornou-se uma das principais questões em Física Moderna. Nos anos 50, havia evidências de que o neutrino era não massivo, principalmente a observação da violação de paridade entre os léptons [6]. Este pensamento perdurou até os anos 90, quando alguns fenômenos só poderiam ser explicados com a exigência de que os neutrinos possuíssem massa, em particular o que veio a ser conhecido como a oscilação de neutrinos. No decorrer deste trabalho, veremos que o fenômeno da oscilação não ocorreria se a massa fosse nula, embora ele não ofereça uma medida direta da grandeza de tal massa.

Existem três tipos de neutrino, sendo eles: o neutrino do elétron ν_e , o neutrino do múon ν_{μ} e o neutrino do táuon (hoje mais comumente chamado apenas de "tau") ν_{τ} . Há diversas fontes de neutrinos ao nosso redor: produzidos como resultado da fusão nuclear que ocorre nas estrelas, os neutrinos chegam à Terra vindos tanto do Sol (nossa estrela mais próxima) quanto das estrelas distantes; gerados na reações nucleares no centro da Terra; produzidos artificialmente por reatores nucleares e aceleradores de partículas; produzidos em nossa atmosfera devido à incidência de raios cósmicos; provenientes de Supernovas distantes. Neste trabalho, concentraremos nesta última fonte, embora muito pode ser aprendido com neutrinos solares, como veremos em breve. Algumas estrelas mais pesadas que o Sol chegam ao fim de suas vidas como uma explosão de Supernova. Essa explosão tem sido fonte de muitas pesquisas, descobertas e envolvimento cada vez maior da ciência. Este fenômeno frequentemente dá origem a um objeto compacto, como uma estrela de nêutrons ou um buraco negro, e está diretamente relacionado com o processo de nucleossíntese, que espalha os elementos pesados por todo o universo, logo após a explosão ocorrer. Sendo assim, a morte de estrelas é chave para evolução estelar, síntese de população estelares, enriquecimento químico de galáxias, as condições para o nascimento de estrelas de nêutrons, aceleração de raios cósmicos e o início da formação estelar.

Tanto os mecanismos físicos que conduzem ao colapso do núcleo quanto a explosão não são perfeitamente entendidos. Estudar o papel que os neutrinos desempenham na explosão pode ser crucial para o total entendimento desses mecanismos, pois, em uma explosão de Supernova, antes mesmo de percebermos a luz emitida por essa gigantesca explosão, observamos os neutrinos oriundos de tal fenômeno. Assim, graças às suas baixas seções de choque, os neutrinos deixam a estrela durante os primeiros segundos do colapso, carregando informações valiosas sobre as regiões mais internas da estrela. Contudo, detectar os neutrinos produzidos é uma tarefa árdua, mas que pode ser compensada com o fato de que estudar os sinais emitidos por essas partículas é praticamente como poder observar a explosão por dentro da estrela.

Neutrinos de Supernovas foram observados, pela primeira vez, em 23 de fevereiro de 1987, quando uma explosão de neutrinos foi observada conjuntamente com as observações ópticas da explosão de uma Supernova na Grande Nuvem de Magalhães. A este evento, foi dado o nome de SN1987A e, com isto, foi dado início ao que chamamos, hoje em dia, de astronomia com neutrinos.

Reconstruir os espectros de massa e sabor dos neutrinos é uma questão fundamental em diversos problemas que englobam a física de partículas, cosmologia e astrofísica. Este é o passo inicial, juntamente com o conhecimento acerca da mistura e massa de neutrinos, para a clareza de raciocínio, limpeza de argumentos e premissas no que diz respeito ao papel que o neutrino desempenha no mecanismo de explosão estelar e de nucleossíntese.

Esta dissertação apresenta a seguinte organização:

- No capítulo 2, *Supernovas*, fazemos uma introdução à física de Supernovas, explicando quais são seus tipos e o que sabemos hoje a respeito de seus respectivos mecanismos de explosão.
- No capítulo 3, A Moderna Física de Neutrinos, fazemos uma revisão aos principais

conceitos relacionados à oscilação quântica de neutrinos, consequência do modelo de mistura massa-sabor; o efeito Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein. Aqui estudaremos a oscilação no vácuo e no meio e também a conversão de sabor em condições adiabáticas e não adiabáticas.

No capítulo 4, Neutrinos de Supernovas, fazemos uma previsão acerca dos fluxos dos neutrinos provenientes de Supernovas. Na literatura especializada, destaca-se o trabalho de Dighe e Smirnov [7], considerado seminal para a área. Contudo, à vista de que a solução para o ângulo grande de mistura (do inglês, Large Mixing Angle, que será abreviado como LMA) foi a que prevaleceu, optamos por não seguir o contexto histórico. Assim, focaremos na solução LMA e não apresentaremos as soluções para o ângulo pequeno de mistura (Small Mixing Angle, SMA) e nem para as oscilações no vácuo (Vacuum Oscillation, VO). A SN1987A é de interesse especial e, por isso, será estudada com mais detalhes. Apresentaremos, também, os principais detectores que forneceram as medidas da SN1987A com suas respectivas informações.

2 SUPERNOVAS

Supernovas (SN) são violentas explosões astrofísicas caracterizadas por inigualáveis emissões de matéria e energia. Quando ocorrem como consequência do fim da vida de alguns tipos de estrelas, em particular aquelas com pelo menos 10 massas solares, deixam em seu lugar o remanescente compacto do núcleo estelar colapsado, como uma estrela de nêutrons ou um buraco negro. Uma fração da massa original, tipicamente de algumas massas solares, é ejetada para o espaço interestelar com energia cinética total da ordem de 10^{51} erg. Esse material contém elementos pesados, os quais são de suma importância para a evolução química das galáxias, estrelas, planetas e da vida. No quesito "energia", podemos colocar esse valor de 10^{51} erg em comparação direta com a luminosidade atual do Sol (cerca de 10^{33} erg/s), uma vez que, no caso da SN, essa energia também é da ordem de grandeza da radiação eletromagnética liberada. Estimando-se que o tempo de vida do Sol seja cerca de 10 bilhões de anos, a energia total emitida ao longo de sua vida ainda deve ser menor do que esse valor. Ressalta-se, também, a escala de tempo em que tal explosão ocorre, dentro de dezenas de segundos, em contraste com a grande maioria dos eventos astrofísicos. Desta forma, a luminosidade de uma SN pode momentaneamente ofuscar todas as demais estrelas de sua galáxia. Mesmo com toda a sua magnitude em termos de ejeção de matéria e de luminosidade eletromagnética, modelos mais recentes apontam que tais emissões devem corresponder a, no máximo, 1% da energia total liberada pela explosão, sendo o resto carregado pelos neutrinos [8].

Um comentário a respeito do uso de unidades é necessário: os estudos que serão discutidos ao longo dessa dissertação se encontram na interface entre duas grandes áreas da física, a Astrofísica e a Física de Partículas. Cada uma tem sua escolha de unidades, sejam estas por conveniência ou razões históricas: a Física de Partículas adota o Sistema Natural de Unidades, definido de modo que $c = \hbar = 1$, com uma escolha única para a unidade de energia, sendo esta o eletron-volt (eV); a Astrofísica adota o sistema centímetro-grama-segundo, CGS, em que a unidade de energia é o erg^{*}. Há de se reparar que nenhuma destas áreas opta pelo Sistema Internacional de Unidades.

No ano de 1930, W. Baade e F. Zwicky inciaram o estudo das SN [9]. Eles já sugeriam que o colapso gravitacional de uma estrela para uma estrela de nêutrons é a fonte da enorme quantidade de energia liberada pelas SN e que raios cósmicos são provenientes também das SN. Nos anos seguintes, Zwicky e outros começaram a organizar pesquisas sistemáticas de

 $[\]overline{* 1 \text{ erg}=6,24 \times 10^{19} \text{eV}=10^{-7} \text{J}}.$

SN, acarretando na descoberta de milhares de SN [10]. Em meados de 1960, Zwicky e alguns colaboradores sugeriram, de maneira esquemática, uma forma de denominar SN que é utilizado até hoje: cada supernova é designada com o prefixo "SN" seguido com o seu ano de descobrimento. Em anos que ocorreram o descobrimento de mais de uma supernova, o ano é seguido de uma letra maiúscula de A a Z para as primeiras 26 SN ou com letras minúsculas aa, ab...para as seguintes SN do mesmo ano.

Algumas SN que explodiram na nossa galáxia puderam ser observadas a olho nu durante os últimos 2000 anos [11]. A mais famosa foi a supernova de 1054, que produziu a nebulosa de Caranguejo e o pulsar de Caranguejo [12]. A supernova de 1006 foi a mais brilhante de todos os tempos. As últimas supernovas observadas a olho nu foram verificadas em 1572 por Tycho Brahe e 1604 por Joannes Kepler. Nos últimos séculos, muitas SN ocorrem em outras galáxias e puderam ser observadas com telescópios, uma vez que sua luminosidade é comparável a toda uma galáxia. Dentre todas as SN, a SN1987, que ocorreu em 23 de fevereiro de 1987 na Grande Nuvem de Magalhães, foi a única cujos neutrinos emitidos foram detectados.

2.1 Tipos de Supernovas

Dividimos as SN, por razões históricas, em tipos que diferem por meio das propriedades da curva de luminosidade, que depende da composição do envelope da estrela progenitora da SN, e características espectroscópicas em torno do máximo da curva. Supernovas são classificadas em duas grandes categorias, com caráter puramente observacional: única distinção entre elas é feita com base na presença ou não de linhas do hidrogênio em seu espectro, chamadas de as SN tipo I e tipo II, respectivamente. Contudo, o mecanismo que gera as SN é a característica física mais relevante e as diferenças ficam evidentes no espectro de luz alguns meses depois do máximo de luminosidade. À vista deste mecanismo, podemos distinguir SN do tipo Ia de SN do tipo Ib, Ic e II, conforme ilustrado pela Fig. 1. O material ejetado ficará opticamente "fino" e as regiões mais internas ficarão visíveis: o espectro de SN Ia é dominado por linhas de emissão de Ferro, enquanto que SN Ib, Ic e II mostram linhas de emissão de Oxigênio e Carbono.

Durante a primeira ou segunda semana, a emissão óptica de SN do tipo I e II, tipicamente, inicia-se com um crescimento na luminosidade, devido à expansão da superfície de luminosidade. É próprio de SN I apresentar, ao longo do tempo, um pico de luminosidade mais estreito, enquanto que SN do tipo II possuem picos mais largos, da ordem de 100 dias. Atingido o pico, a luminosidade decresce por aproximadamente um ano.

As SN Ia podem ser produzidas por anãs brancas de carbono-oxigênio que possuem



Figura 1 – Esquema de classificação das Supernovas por meio das propriedades da curva de luminosidade e das características espectroscópicas em torno do máximo da curva.

Fonte: adaptado e traduzido da Ref. [8].

uma estrela companheira, a partir da qual a anã branca pode agregar massa. Com cerca de 1 massa solar, anãs brancas são produtos da evolução de estrelas que esgotaram seu combustível termonuclear, possuindo 5000 km de raio e densidade da ordem de 10^6 g/cm³. A gravidade é contrabalanceada pela pressão dos elétrons degenerados, produzindo o suporte para a anã branca [13]. Chandrasekhar descobre em 1931 um limite máximo de $1.4M_{\odot}$ para a massa da anã branca, no qual, a partir deste, a estrela entra em colapso [14].

2.2 Matéria Degenerada

No ano de 1932, Landau [15] apresenta o limite de Chandrasekhar de maneira qualitativa [13], que, com as substituições adequadas, pode também ser usado para o cálculo da estabilidade de uma estrela de nêutrons. Considere uma anã branca de raio R que possui N elétrons na sua composição. De acordo com o princípio da exclusão de Pauli, o volume por elétron é $v_e \sim R^3/N$, cujo tamanho característico é $r_e \sim v_e^{1/3} \sim R/N^{1/3}$. À vista do princípio da incerteza de Heinsenberg, o momento do elétron é $p \sim r_e^{-1} \sim N^{1/3}/R$. A pressão que equilibra a gravidade é devido aos elétrons degenerados. Os elétrons de estrelas com massas pequenas são não relativísticos, assim a estrela encontra o equilíbrio entre a gravidade e esta pressão de degenerescência. Diferentemente, para estrelas mais massivas, durante a contração do núcleo central a densidade aumenta a ponto do estado relativístico dos elétrons ser atingido. Neste caso, pode-se desconsiderar a massa do elétron e a energia associada a pressão será $E_p \simeq p \sim N^{1/3}/R$. Associamos a cada elétron um peso molecular médio $m_e \simeq m_N/Y_e$, em que m_N é a massa dos núcleons e Y_e representa a fração eletrônica $(Y_e = N_p/(N_p + N_n))$, sendo $N_p \in N_n$ o número de prótons e de nêutrons, respectivamente). Assim, a energia gravitacional por elétron é $E_G \sim -G_N Mm/R \sim -G_N Nm_N^2 Y_e^{-2}/R$, em que $M \simeq m_e N \simeq m_N / Y_e$ é a massa total de elétrons e G_N representa a constante gravitacional de Newton. A estrela atinge o equilíbrio no ponto de mínimo da energia total

$$E = E_p + E_G \sim \frac{N^{1/3}}{R} - \frac{G_N N m_N^2 Y_e^{-2}}{R}.$$
 (2.1)

Note que os dois termos da energia total estão divididos por R. Logo, se E for negativo, a energia poderá decrescer indefinidamente por meio da diminuição de R, resultando no colapso da estrela. Portanto, para uma configuração estável, a energia total deve ser positiva. Assim, obtemos um limite superior

$$N < N_c \sim \left(G_N m_N^2 Y_e^{-2}\right)^{-3/2} = \left(\frac{M_P Y_e}{m_N}\right)^3 \simeq 2 \times 10^{57} Y_e^3.$$
(2.2)

Por considerações dimensionais, a quantidade $G_N^{-1/2}$ é uma massa e recebe o nome de massa de Planck[†], representado por M_P . Denominamos massa de Chandrasekhar a massa M_C correspondente

$$M_C \sim N_C m_N Y_e^{-1} \sim 2 \times 10^{57} Y_e^2 GeV \simeq 2Y_e^2 M_{\odot}.$$
 (2.3)

Um cálculo mais preciso [13, 14], nos fornece

$$M_C \simeq 5,83Y_e^2 M_{\odot}.\tag{2.4}$$

Utilizando de um valor típico de $Y_e \simeq 0, 5$, temos $M_C \simeq 1,46 M_{\odot}$.

Ao atingir o limite de Chandrasekhar, as anãs brancas se tornam instáveis. Isso ocorre devido a pressão de degenerescência dos elétrons ser insuficiente para equilibrar a gravidade. Assim, a estrela começa a colapsar, iniciando a fusão do carbono e oxigênio em núcleos mais

[†] No SI, a massa de Planck é denotada por $(c\hbar/G_N)^{1/2} = 2.176 \times 10^{-8}$ kg.

pesados e liberando uma grande quantidade de energia, causando a explosão termonuclear. Esta explosão rompe a anã branca progenitora e gera uma nebulosa em expansão que não possui um objeto compacto central [8].

2.3 Composição Espectral

A emissão de luz apresentada em SN Ia ocorre substancialmente por meio do decaimento do Ni⁵⁶, que é produzido em grandes quantidades durante o colapso das camadas mais externas do núcleo da anã branca. Há também linhas de absorção do Si, que é gerado pela fusão do Carbono e do Oxigênio. Após alguns meses, o espectro é dominado pelo Fe^{56} , pois o Ni⁵⁶ decai em Co⁵⁶ e este em Fe⁵⁶. Como fora observado em explosões de SN em galáxias vizinhas, SN do tipo Ia possuem um padrão de comportamento muito semelhante umas às outras. As curvas de luz (luz visível cai praticamente sempre à mesma taxa) e o total de energia emitido na explosão são aproximadamente iguais. Phillips conseguiu em 1993 [16] fazer uma relação empírica entre a fase de pico de luminosidade da curva de luz e a luminosidade a partir do catálogo de supernovas do tipo IA com distâncias próximas e conhecidas. Esta relação (pico mais estreito significa mais brilhante) nos permite usar supernovas IA como "velas" padrões para a medida de distâncias de galáxias tão longes quanto 100 Mpc [17].

Do ponto de vista da física de neutrinos, as SN de outros tipos são mais interessantes do que as SN do tipo Ia, devido ao grande fluxo de neutrinos de todos os sabores que é gerado no processo do colapso de núcleo. SN geradas pelo colapso de núcleo de estrelas massivas $(M > 8M_{\odot})$ deixa o que denominamos de remanescente compacto. Durante poucos segundos seguidos do colapso - o remanescente que é muito compacto e muito quente neutrinos de todos os tipos são copiosamente produzidos. Uma vez que o remanescente e o envelope ao redor são opticamente "espessos", por volta de 99% da energia gravitacional de ligação liberada pelo colapso $(3 \times 10^{53} \text{ ergs})$ é carregada pelos neutrinos. A energia média dos neutrinos emitidos é da ordem de 10 MeV, e a quantidade desta partícula gira em torno de 10^{58} , uma ordem de magnitude maior que o número leptônico do núcleo colapsado [8].

Colapsos gravitacionais de estrelas gigantes vermelhas (ou azuis, como SN1987A) com massas maiores do que $8M_{\odot}$ estão associadas à geração de SN II. Mesmo que a estrela tenha a mesma massa inicial, o tamanho e a massa do envelope de hidrogênio podem ser muito diferentes de estrelas para estrelas. Assim, os efeitos visíveis da explosão da supernova apresentam uma grande variabilidade, permitindo uma classificação em subtipos das supernovas do tipo II. De acordo com a Fig. 1, temos as IIL em que a luminosidade é aproximadamente linear com o tempo; IIP se a evolução da luminosidade mostra um platô; IIF se a SN é fraca em luminosidade; IIb se o Hélio domina sobre o Hidrogênio; IIn se apresenta um espectro de linhas de emissão estreito; IIpec se a supernova possui características peculiares não encontradas nas classificações anteriores [18].

Acredita-se que se a supernova é do tipo IIP, o envelope possui uma massa $5 - 10 M_{\odot}$ e raio da ordem de 10^{15} cm [8]. O Hidrogênio no envelope é rapidamente ionizado pela onda de choque que foi produzida no colapso do núcleo, assim, decorre uma rápida ejeção deste envelope. A fotosfera é mantida por meio da energia da recombinação do Hidrogênio. Com temperaturas e raios aproximadamente constantes, temos como consequência um platô na luminosidade. A duração deste platô depende da massa do envelope: se a massa do envelope for $\leq 1 - 2M_{\odot}$, não haverá formação deste platô, o decréscimo da luminosidade será praticamente linear no tempo e a supernova será classificada como IIL. Geralmente, supernovas do tipo IIL são mais brilhantes que as supernovas do tipo IIP. Maiores detalhes serão apresentados na seção seguinte, onde o colapso do núcleo será discutido.

A SN1987A muitas vezes é classificada como SNIIP ou SNIIF e as vezes como SNIIpec, pois trata-se de um caso extremo de supernova do tipo IIP, uma vez que sua luminosidade aumentou por cerca de 3 meses após o colapso e a supernova foi bastante fraca. O fato de que sua progenitora era compacta ($\approx 10^{12}$ cm de raio), explica sua fraqueza. Muito da energia disponível é usada na expansão, a luminosidade aumenta (em um período de tempo) devido aos decaimentos radioativos. Estes elementos são mais pesados e estão presentes nas camadas mais internas, que se tornam ainda mais visíveis quando o envelope se expande.

2.4 Dinâmica de explosão para SN de Colapso de Núcleo

Estrelas unitárias com massa $\geq 8M_{\odot}$ são fontes para a explosão de SN decorrentes do colapso de núcleo [19]. Apesar de que não há uma total compreensão do mecanismo de explosão, a teoria mais estudada e aceita para explicar este fenômeno é o mecanismo impulsionado por neutrinos, conhecido também por cenário de Bethe e Wilson ou mecanismo de explosão atrasada. O neutrino desempenha, teoricamente, um papel crucial nesta dinâmica. Pois, além do transporte de energia realizado, o neutrino oferece uma assistência energética na explosão da estrela, em uma fase inicial e intensamente luminosa, que denominamos de acreção. De maneira sucinta, a explosão ocorre quando a onda de choque é criada na formação da protoestrela de nêutrons. Há quatro estágios destacadas na Fig. 2: (1) colapso; (2) a explosão de ν_e , acompanhado pela saída e propagação da onda de choque; (3) A acreção de matéria e o resfriamento do manto; e (4) o resfriamento da protoestrela de nêutrons. As curvas se associam às evoluções de alguns raios característicos: o núcleo de ferro (R_{Fe}); o raio da neutrinosfera (R_{ν}), com transporte difusivo dentro e livre caminho fora. O núcleo interior (R_{in}), que determina a região do colapso subsônico, para t < 0,1 segundos, que



Figura 2 – Esquema da evolução do raio da protoestrela de nêutrons em função do tempo, do colapso do núcleo para uma estrela com $M \ge 8M_{\odot}$ e do início da explosão da SN.

Fonte: Ref. [19].

se tornará a região da nascente estrela de nêutrons. O raio da onda de choque (R_{shock}) é formada no "bounce" do núcleo (borda mais externa do núcleo), estagnado por cerca de 100 ms, e é reavivado pelos neutrinos. A área escura é a região em que a maioria dos neutrinos se origina; entre esta área e a neutrinosfera (R_{ν}) os neutrinos ainda difundem, mas não são mais eficientemente produzidos. Concentremos agora nos detalhes da explosão em SN II e nos processos físicos que levam à emissão de neutrinos.

Para que se possa ter uma melhor compreensão acerca do processo de explosão atrasada, temos que ter em mente o processo de explosão imediata. Por algum tempo, acreditou-se que o processo de explosão imediata deveria ser a única explicação para o fenômeno de SN, porém, como já citamos, hoje sabe-se que isso não é verdade, pois o cenário de explosão atrasado é o modelo mais aceito. No decorrer do texto, apresentaremos ambos os processos de explosão, focando no mecanismo impulsionado por neutrinos, ou seja, no cenário de explosão atrasada. Resumidamente, o processo de explosão imediata possui fases de emissão de fluxos de neutrinos: *i*) uma fase intensa e rápida de ν_e na saída do choque, com um breve espectro degenerado de alta energia, ocasionando pouca energia e o número de léptons diminui, pois são ejetados para o meio interestelar; *ii*) Assim, há uma fase termicamente menos intensa de neutrinos de todos os sabores, com uma duração de poucos segundos, que carrega uma grande quantidade de energia de ligação da estrela de nêutrons. O número original de léptons



Figura 3 – Energia de ligação média por núcleon em função do número de núcleons no núcleo atômico. A energia é liberada quando núcleos com energias de ligação menores combinam ou dividem para formar núcleos com energias de ligação maiores. Decorrente da fusão para elementos abaixo de ferro e via fissão para elementos acima do Ferro.

Fonte: Ref. [8].

do núcleo colapsado é excedido, em uma ordem de magnitude, pelo número total de neutrinos emitidos. Já no cenário de explosão atrasada, adicionalmente à fase de explosão imediata de neutrinos eletrônicos e da emissão térmica de todos os outros sabores de neutrinos, que usualmente chamamos de fase de resfriamento, temos uma fase chamada de "acreção" que prolonga o pico de luminosidade térmica por um tempo, da ordem de meio segundo.

No caso em que a estrela possui massa superior a $10M_{\odot}$, o estágio de queima de combustível ocorre por meio de reações de fusão do Hidrogênio, Hélio, Carbono, Oxigênio, Neônio, Silício e, por fim, do Ferro. Não há energia suficiente para ocorrer a fusão do Ferro, pois ele é o elemento com maior energia de ligação nuclear por núcleon (8,5 MeV/nucleon) de acordo com a Fig. 3. Ao atingir o estágio da queima do Ferro, a estrela adquire uma estrutura chamada de "estrutura do tipo cebola", veja Fig. 4, com um "núcleo" de ferro (massa de aproximadamente $1M_{\odot}$, um raio de cerca de 1000 km e uma densidade de $\approx 10^{10}$ g/cm³) envolvido por camadas de elementos cada vez mais leves à medida que nos distanciamos do centro. A temperatura do centro é por volta de 1 MeV, sendo que o núcleo é sustentado pela



Figura 4 – Estrutura do tipo cebola para uma estrela de $25M_{\odot}$ um pouco antes de iniciar o colapso.

Fonte: Ref. [8].

pressão de degenerescência dos elétrons relativísticos.

A tabela 1 ilustra os estágios pelos quais a estrela percorre (incluindo o combustível e produto) com suas densidades características. A partir da tabela 1, pode-se perceber que, à medida que os estágios estão evoluindo, o centro da estrela vai ficando cada vez mais denso e, consequentemente, mais quente. Como a fusão nuclear é o principal mecanismo para produção de energia na estrela, os estágios iniciais (H e He) podem levar milhões de anos para ocorrer; os estágios intermediários (C, Ne, O) levam alguns anos; no estágio do Si, a duração é de alguns dias; e, por fim, o colapso do núcleo de Ferro leva cerca de 0,1 s para ocorrer [20, 21].

Para tal regime, de temperaturas e densidades, os elétrons são relativísticos e também degenerados. Introduziremos um parâmetro de degenerescência $\eta = \chi_e/T$, em que χ_e representa o potencial químico. À vista deste parâmetro, a função de distribuição Fermi-Dirac dos elétrons fica

$$f(p)dpdV = \frac{8\pi p^2 dp dV}{1 + e^{E/T - \eta}}$$
(2.5)

sendo p o momento do elétron e V seu volume. Note que o numerador de (2.5) é o número de ocupação máximo que o espaço de fase permite. Assim, o denominador constitui o "fator de preenchimento", pois este dá a fração de células ocupadas. Quando todo o espaço de fase até o momento de Fermi estiver ocupado, teremos o caso de completa degenerescência. Isto ocorre quando a temperatura tende a zero. Contudo, precisamos entender o caso da

Estágio	Combustível	Produto	Densidade (g/cm^3)
Н	Н	Не	5,8
He	Не	C,O	1390
С	С	Ne, Mg	$2,8 \times 10^5$
Ne	Ne	O, Mg	$1, 2 \times 10^7$
0	O, Mg	Si, S, Ar, Ca	$8,8 \times 10^{6}$
Si	Si, S, Ar, Ca	Fe, Ni, Cr, Ti,	$4,8 \times 10^{7}$
Colapso Fe	Fe, Ni, Cr, Ti,	Estrela de Nêutrons	$> 7, 1 \times 10^9$

Tabela 1 – Modelo de evolução para uma estrela de 15 M_{\odot} em que ilustra os estágios pelos quais a estrela percorre (incluindo o combustível e produto) com suas densidades características.

Fonte: Ref. [21].

degenerescência parcial para compreendermos o colapso, pois o núcleo de Ferro pode ser descrito por este estado. Consideremos o caso de elétrons ultrarrelativísticos (velocidade próxima da velocidade da luz) com momento $p \approx E$. A densidade eletrônica é descrita como [20]

$$n_e = 8\pi \int_0^\infty p^2 \frac{dp}{1 + e^{E/T - \eta}}.$$
 (2.6)

Assim, à vista de que $p \approx E$, temos que a densidade eletrônica será

$$n_e \approx 8\pi T^3 F_2(\eta), \tag{2.7}$$

sendo $F_2(\eta)$ a integral de Fermi-Dirac[‡].

A pressão, por definição, é o fluxo do momento linear, isto é, a quantidade de momento linear que atravessa uma superfície unitária por unidade de tempo [20]. Assim, considere um vetor unitário \boldsymbol{s} em um elemento superficial $d\sigma$ que possui um vetor normal \boldsymbol{n} e um pequeno ângulo sólido $d\Omega$, conforme ilustrado pela Fig. 5. Para o cálculo da pressão, primeiro determinaremos o número de elétrons por segundo que atravessam $d\sigma$ dentro do ângulo

[‡] A integral de Fermi-Dirac é definida como $F_i(\Psi) \equiv \int_0^\infty du \frac{u^i}{1+e^{u+\Psi}}$.



Figura 5 – Elemento de superfície $d\sigma$ com vetor arbitrário \boldsymbol{s} , vetor normal à superfície \boldsymbol{n} e ângulo sólido $d\Omega$. Denominamos de ϕ o ângulo entre \boldsymbol{s} e \boldsymbol{n} .

Fonte: Ref. [20].

sólido $d\Omega$ na direção de \boldsymbol{s} . Sabe-se que há no elemento de superfície

$$\frac{f(p)dpd\Omega}{4\pi} \tag{2.8}$$

elétrons por unidade de volume, tais que possuem valores do momento na direção desejada. Com isso, tem-se

$$\frac{f(p)dpd\Omega v(p)\cos\phi d\sigma}{4\pi} \tag{2.9}$$

elétrons por segundo que se movem atráves do ângulo sólido $d\Omega$, em que v(p) é a velocidade relacionada com o momento do elétron

$$p = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - v^2}} \tag{2.10}$$

e ϕ o ângulo entre $\boldsymbol{s} \in \boldsymbol{n}$. A componente na direção \boldsymbol{n} é o fator $p \cos \phi$, pois, há de se lembrar que cada elétron possui, como valor absoluto, o momento p na direção de \boldsymbol{s} . Ao integrarmos sobre todas as direções de \boldsymbol{s} e sobre todos os valores de p, obtemos o fluxo total do momento na direção \boldsymbol{n} e, consequentemente, a pressão P_e dos elétrons será [20]

$$P_e = \int_{2\pi} \int_0^\infty \frac{f(p)dpd\Omega v(p)\cos\phi d\sigma}{4\pi} = \frac{8\pi}{3} \int_0^{p_F} p^3 v(p)dp.$$
(2.11)

A pressão do gás de elétrons é obtida por meio da mesma aproximação relativística, assim tem-se que [20]

$$P_e = \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty p^3 v(p) \frac{dp}{1 + e^{E/T - \eta}} \approx \frac{8\pi}{3} T^4 F_3(\eta), \qquad (2.12)$$

A equação (2.12), após algumas manipulações algébricas, é reescrita como

$$P_e = \frac{1}{3 (8\pi)^{1/3}} \frac{F_3(\eta)}{F_2(\eta)^{4/3}} n_e^{4/3}.$$
(2.13)

Podemos expressar a pressão dos elétrons em função da fração eletrônica Y_e , densidade da matéria ρ , unidade de massa atômica m_u como

$$P_e = \frac{1}{3 \left(8\pi\right)^{1/3}} \frac{F_3(\eta)}{F_2(\eta)^{4/3}} \left(\frac{Y_e \rho}{m_u}\right)^{4/3}.$$
(2.14)

Escrevemos a fração eletrônica como $Y_e = N_e/(N_n + N_e) = \rho_e m_u/\rho m_e$, em que ρ_e representa a densidade de elétrons e m_e a massa do elétron.

O potencial químico dos elétrons, neste caso, é dado por

$$\chi_e = E_F = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/3} n_e^{1/3} \approx 11 \, MeV \left(\frac{\rho_e Y_e}{10^{10} g/cm^3}\right)^{1/3}.$$
(2.15)

Portanto,

$$\frac{P_e}{\rho} = \frac{F_3(\eta)}{F_2(\eta)^{4/3}} \frac{\chi_e Y_e}{3^{4/3} m_u}$$

No regime de total degenerescência, temos $T \to 0 \in \eta \to \infty$, a pressão se torna

$$P_e = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{1}{8} \left(\frac{Y_e \rho}{m_u}\right)^{4/3}.$$
 (2.16)

O equilíbrio hidrostático irá se manter somente se a massa da estrela for igual à massa de Chandrasekhar, dada pela equação (2.4). O colapso da estrela tem início no momento em que o núcleo de Ferro começa a se expandir. A partir deste momento, a camada de Silício começa a "queimar" e a massa da estrela supera o limite de Chandrasekhar, gerando a instabilidade que leva ao colapso.

Estudaremos a equação (2.14) no limite de alta degenerescência, ou seja, $\Psi \gg 1$, para a descrição do mecanismo que inicia o colapso. Utilizando a expansão das integrais de Fermi em primeira ordem [20], encontramos a expressão que é comumente escrita [22, 23] como

$$P_e = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{1}{8} \left(\frac{Y_e \rho}{m_u}\right)^{4/3} \left\{1 + \frac{2}{3} \left[\frac{s_c}{\pi Y_e}\right]^2\right\},$$
(2.17)

em que s_c é a entropia dos elétrons por núcleon e é calculada como

$$s_c = \frac{Y_e \pi^2 T}{E_F}.$$

A principal causa, na maior parte dos casos, da instabilidade é a fotodissociação do Ferro que ocorre durante o período de contração e aquecimento do núcleo, ou seja,

$$\gamma + Fe^{56} \to 13\alpha + 4n. \tag{2.18}$$

Esta é uma reação endotérmica e absorve cerca de 124,4 MeV de energia [24], reduzindo a entropia dos elétrons e, consequentemente, abaixando a pressão eletrônica (a entropia dos elétrons é transferida aos núcleons, porém a entropia total é conservada durante a contração).

Assim como a reação (2.18), conforme mostram as expressões abaixo, elétrons podem ser capturados por núcleos ou prótons livres, levando também a redução da pressão eletrônica

$$e^- + N(Z, A) \to N(Z - 1, A) + \nu_e$$
 (2.19)

е

$$e^- + p \to n + \nu_e. \tag{2.20}$$

Ambas expressões são favorecidas pela alta pressão de degenerescência. Porém, tais reações reduzem o número de elétrons no meio e, desta maneira, diminuem a pressão de degenerescência. Na eminência do colapso, a densidade de ferro ainda não é tão alta, os neutrinos eletrônicos produzidos praticamente carregam toda a energia cinética dos elétrons capturados e podem escapar livremente da estrela, devido a baixa densidade local. No momento em que essas reações diminuem a massa de Chandrasekhar (que se torna menor que a massa do núcleo), a pressão de degenerescência dos elétrons não consegue contrabalancear a gravidade local do núcleo e o colapso começa.

Estrelas cuja massa estão entre $9 - 10M_{\odot}$, de acordo com a teoria, queimam Hidrogênio, Hélio, Carbono, mas não chegam a queimar Oxigênio, pois o núcleo não atinge a temperatura necessária. Contudo, o núcleo possui em sua composição o Neônio e Magnésio em altas densidades, facilitando a captura eletrônica e, consequentemente, reduzindo a pressão dos elétrons que seguram a gravidade local. Como resultado, o núcleo entra em colapso convertendo o Oxigênio, Neônio e Magnésio em Ferro. Assim, a energia de explosão da SN é produzida pelo colapso de um núcleo de Ferro.

A ordem do tempo de escala do colapso é do tempo da escala de queda livre da matéria, que é estimado, em unidades naturais, por [20]

$$\tau_{ql} = \left(\frac{3\pi}{32G_N\rho_c}\right)^{1/2},\tag{2.21}$$

em que $\rho_c \approx 10^{10} \text{ g/cm}^3$ quando o colapso se inicia. À vista deste valor para ρ_c e utilizando a equação (2.21), o tempo de colapso será $\tau_{ql} \approx 0,02s$. Cálculos mais precisos encontram um valor de $\tau_{ql} \approx 0,1s$.

Devido ao livre caminho médio do neutrino ser maior que o tamanho do núcleo, neutrinos eletrônicos que foram produzidos inicialmente por processos de captura eletrônica saem do núcleo livremente, carregando energia e número leptônico. Na fase de captura, os neutrinos eletrônicos adquirem um espectro não-térmico e uma energia média que cresce de 12 MeV até 16 MeV [25]. A luminosidade chega a ser aproximadamente de 10^{53} erg/s, porém cerca de 10^{51} erg é liberado antes do rebote do núcleo, pois a fase de captura dura cerca de 10 ms. Representamos o livre caminho médio dos neutrinos por [26]

$$\lambda_{\nu_e} \approx \left(\sigma_A^{coh} n_A\right)^{-1},$$

em que σ_A^{coh} é a seção de choque total da reação (2.22) no referencial de repouso dos núcleos e n_A a densidade de núcleos presentes no núcleo da SN com número de massa A, calculado como

$$n_A = \rho \frac{Y_A}{m_u}$$

No momento em que a densidade interior do núcleo atingir cerca de $0, 8M_{\odot}$ ($\approx 3 \times 10^{12} g/cm^3$), os neutrinos ficam presos e o colapso se torna adiabático com número leptônico constante. Nesse período, a parte interna do núcleo colapsa homologamente, ou seja, velocidade subsônica proporcional ao raio. Devido a presença dos neutrinos que ficaram presos, a captura de elétrons não continua indefinidamente. Se, em princípio, a captura eletrônica continuasse, o núcleo homólogo se tornaria extremamente pequeno e inibiria a explosão da estrutura. A principal fonte da opacidade de neutrinos é o espalhamentos nos núcleos por meio da corrente neutra (CN)

$$\nu_e + (Z, A) \to \nu_e + (Z, A). \tag{2.22}$$

Na situação em que os neutrinos não podem escapar, o processo de neutronização é influenciado diretamente, pois os neutrinos se tornam altamente degenerados com uma alta energia de Fermi. Assim, os neutrinos produzidos por captura eletrônica precisam chegar ao topo do mar de Fermi, deixando o processo pouco viável. Logo, o centro da SN se separa em duas partes: *i*) A parte interior do núcleo, cuja massa está entre 0,5 e $0, 8M_{\odot}$, colapsa homologamente e subsonicamente; *ii*) A parte externa do núcleo colapsa com velocidade de queda livre supersônica, [20]

$$v_r \approx \alpha \sqrt{\frac{M_r G_N}{2r}},$$

em que $\alpha \approx 1/2$ e M_r é a massa em uma distância r do centro.

Após um segundo do início da instabilidade, a densidade interior do núcleo de matéria nuclear atinge 10^{14} g/cm³ e a pressão de degenerescência dos núcleons não-relativísticos interrompe bruscamente o colapso. O interior do núcleo entra em um equilíbrio hidrostático, formando uma protoestrela de nêutrons com um raio de cerca de 10 km. Uma onda de choque supersônica (criada por meio da matéria em queda) que rebate no interior do núcleo é formada na superfície. A onda de choque se propaga para fora através do núcleo exterior de Ferro, que ainda está colapsando, e possui uma velocidade inicial de cerca de 100 km/ms [18]. O gás em queda, com velocidade aproximada de queda livre, é desacelerado abruptamente pela onda de choque que está saindo da borda da protoestrela de nêutrons. Passando da região do choque, o gás cai de maneira mais lenta na superfície da estrela de nêutrons, sendo acretado por ela. Assim, tal processo gera um manto que sente o efeito do choque e um núcleo que não o sente. Tal manto possui um raio de aproximadamente 100 km, com uma densidade que varia desde a densidade nuclear até uma densidade da ordem de 10^9 g/cm³ na superfície da estrela de nêutrons. A formação da onda de choque não ocorre no núcleo, mas, sim no ponto sônico, que é o ponto no qual define os limites da parte interna e externa do núcleo (também o ponto em que a velocidade de som no meio coincide com a velocidade de queda da matéria).

A energia da matéria é dissipada por fotodissociação do núcleo em prótons e nêutrons, à medida que o choque se propaga na matéria densa que vai caindo do núcleo externo. Portanto, os núcleons livres são a composição principal do material que existe atrás do choque. A grande produção de neutrinos do elétron, se deve, principalmente, ao fato de que os prótons livres possuem uma taxa elevada de captura por elétrons. Assim, ocorre a transformação da maioria dos prótons em nêutrons, resultando nos neutrinos eletrônicos. Os neutrinos ficam aglomerados atrás da onda de choque, que é densa e opaca a eles, até o momento em que o choque atinge uma região com alta densidade ($\approx 10^{11}$ g/cm³) em milisegundos. Esta emissão de neutrinos é denominada de explosão imediata de neutrinos eletrônicos ou explosão de neutronização. Neste estágio, os neutrinos apresentam uma luminosidade da ordem de 6×10^{51} erg/s e possuem uma energia de 10^{51} erg que é carregada para fora da estrela em poucos milisegundos. A explosão de neutronização não carrega uma parte significativa do número leptônico do núcleo, tornando, assim, difícil sua detecção. Apenas a periferia de baixa densidade da protoestrela de nêutrons é neutronizada.

O choque é enfraquecido devido à perda de energia sofrida pela fotodissociação dos núcleos e a emissão de neutrinos (por volta de $1, 5 \times 10^{51}$ erg são dissipados para cada $0, 1M_{\odot}$ de material fotodissociado). Contudo, a onda de choque ainda é capaz de realizar a explosão e o envelope da estrela é expelido em um tempo de 100 ms, esse cenário é denominado de ex-

plosão imediata. No caso em que a estrela possui mais do que $10M_{\odot}$, o choque é enfraquecido e interrompido em 100 ms depois do rebote. Isso ocorre em um raio de aproximadamente 200 a 300 km, com energia insuficiente para atingir as camadas mais distantes da supernova. Se muita matéria continua a cair na protoestrela de nêutrons, a pressão de degenerescência dos núcleos não consegue manter a estabilidade e o núcleo pode colapsar num buraco negro, sem uma explosão de SN. As condições para a explosão, sem que o choque cesse, são controversas e dependem muito da massa da estrela progenitora e da equação de estado da matéria nuclear (que determina a energia transferida pelo rebote para a onda de choque).

Uma maneira da explosão em SN ocorrer, se o choque for interrompido, é recuperando a onda de choque por meio de algum mecanismo para repor a energia perdida. O mecanismo que é aceito atualmente pela comunidade é que a energia depositada será dada por um fluxo intenso de neutrinos produzidos termicamente na protoestrela de nêutrons [27, 28]. Foi percebido também que o choque pode ser reavivado por meio da convecção atrás dele, o que leva a uma explosão assimétrica [29]. Uma outra forma, seria as oscilações acústicas geradas pela acreção de material na protoestrela de nêutrons [30]. Após o choque ser reavivado, o cenário é de uma explosão atrasada, cujo tempo de escala é da ordem de 0,5 s depois do rebote.

O núcleo quente da protoestrela de nêutrons (do inglês, *Proto-Neutron Star*, que abreviado como PNS), temperatura de cerca de 40 MeV, produz neutrinos de todos os sabores [26], por meio da aniquilação elétron-pósitron

$$e^- + e^+ \to \nu + \overline{\nu},\tag{2.23}$$

por "bremsstrahlung" elétron-núcleon

$$e^{\pm} + N \to e^{\pm} + N + \nu + \overline{\nu}, \qquad (2.24)$$

por "bremsstrahlung" núcleon-núcleon

$$N + N \to N + N + \nu + \overline{\nu}, \tag{2.25}$$

por decaimento de plasmon

$$\gamma \to \nu + \overline{\nu},$$
 (2.26)

e por fotoaniquilação

$$\gamma + e^{\pm} \to e^{\pm} + \nu + \overline{\nu}. \tag{2.27}$$

O processo de captura de elétrons também produz neutrinos eletrônicos. Antineutrinos eletrônicos são produzidos pela reação análoga ao processo de captura de elétrons $(e^+ + n \rightarrow p + \overline{\nu}_e)$. Em regiões fora do manto da PNS, onde a densidade da matéria é pequena ($\approx 10^{11} \text{ g/cm}^3$), os neutrinos podem se propagar livremente, ou seja, se o livre caminho médio for maior que o tamanho do raio do núcleo, o neutrino escapará livremente. Essa região, a partir de onde os neutrinos podem escapar livremente, é denominada "neutrinosfera". À vista de que a interação de neutrinos depende da energia e do sabor, há diferentes tamanhos de neutrinosferas. Uma vez que a composição do meio é formada por prótons, elétrons, nêutrons, pósitrons e as energia dos neutrinos não permitirem a criação de múons e taus, ν_e e $\overline{\nu}_e$ poderão por meio da interação fraca interagir via corrente carregada (CC) e corrente neutra (CN), enquanto (anti)neutrinos de outros sabores ($\nu_x \in \overline{\nu}_x$, em que $x = \mu, \tau$) somente poderão interagir por CN, que é independente do sabor. Existem diferentes neutrinosferas independentes: uma para $\nu_e, \overline{\nu}_e$ e uma para ν_x . Sendo dependente da energia, cada neutrinosfera emite um fluxo térmico de neutrinos. Estima-se que seu raio fica entre 50 - 100 km e muda de acordo com a evolução temporal da SN, veja curva pontilhada do gráfico 2. Como já foi dito, o choque passa pela neutrinosfera de ν_e poucos milisegundos depois do rebote. Logo depois, um alto fluxo de neutrinos eletrônicos é liberado em poucos milisegundos na explosão de neutronização. Depois da quebra causada pelo choque, cada neutrinosfera produz um fluxo térmico de cada sabor correspondente.

Os processos de interação fraca do tipo CC dominam as opacidades de $\nu_e \in \overline{\nu}_e$.

$$\nu_e + n \to p + e^-, \tag{2.28}$$

$$\overline{\nu}_e + p \to n + e^+. \tag{2.29}$$

Tais reações permitem uma troca de energia e de número leptônico entre neutrinos e o meio. Na reação (2.28), a energia do neutrino é transferida para o elétron, aumentando em uma unidade o número leptônico.

Como o manto da PNS é rico em nêutrons (e pobre em antinêutrons), a opacidade para ν_e é maior que dos $\overline{\nu}_e$ em uma certa energia. A neutrinosfera que corresponde aos ν_e possui um raio maior que a neutrinosfera de $\overline{\nu}_e$. Assim, fixando a energia para $\overline{\nu}_e$, estes serão emitidos de uma região mais profunda e quente do que os ν_e . Logo, a energia média de ν_e é menor que a dos $\overline{\nu}_e$.

Para que possamos estudar os neutrinos provenientes de SN, primeiro, é essencial e fundamental um estudo acerca dos neutrinos. Sucintamente, precisamos compreender o mecanismo de oscilação quântica e os efeitos da matéria, como veremos no próximo capítulo. Somente depois, no Capítulo 4, iremos para o caso particular do ambiente de SN.

3 A MODERNA FÍSICA DE NEUTRINOS

A oscilação de neutrinos é um fenômeno puramente quântico, em que um neutrino com um sabor leptônico específico (elétron, múon ou tau) pode possuir, posterior à medida, um outro sabor diferente. Foi proposta, primeiramente, por Bruno Pontecorvo no final dos anos 60 [31], um efeito análogo ao que ocorre com os káons neutros, e marcou tanto o campo teórico como o experimental, pois a observação da oscilação, contrário ao que o modelo padrão admite, implica que o neutrino possui uma massa diferente de zero.

Nos últimos anos, vários experimentos foram realizados e hoje existem fortes evidências que parecem confirmar que o fenômeno da oscilação é a melhor explicação para o chamado problema do neutrino solar [32] e o problema do neutrino atmosférico [33]. O problema dos neutrinos solares foi uma diferença entre o número observado de neutrinos passando pela Terra e o número previsto de neutrinos passando pela Terra em modelos teóricos do interior do Sol. Detectores como IMB, MACRO e Kamiokande II observaram um déficit na proporção do fluxo de sabor para neutrinos atmosféricos, este aparente desaparecimento foi chamado de problema de neutrinos atmosféricos.

No ano de 1962, Maki, Nakagawa e Sakata [34] cogitaram o primeiro modelo para mistura de sabores dos neutrinos. Já em 1967, Pontecorvo apresentou a possibilidade de que os neutrinos solares oscilassem [35]. Em 1969, Gribov juntamente com Pontecorvo buscaram resolver o problema do neutrino solar na oscilação $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu}$ [36]. Somente na metade dos anos 70 [18], que uma teoria de oscilação de neutrinos usando a aproximação por ondas planas foi realizada. Para uma revisão histórica mais detalhada sobre neutrinos, veja a Ref. [37].

3.1 Mistura Massa-Sabor

Nesta seção, será apresentado somente o modelo relacionado às interações fracas. Não é objetivo deste trabalho expor extensivamente a física das interações fracas.

As únicas formas de interação com um neutrino são: via interação nuclear fraca ou interação gravitacional. A interação fraca é mediada pelos bósons W^+ , W^- , e Z^0 . Uma vez que tais mediadores são massivos, o alcance da interação é bem limitado. Baseado no decaimento do bóson vetorial W^- é que definimos o sabor do neutrino, assim

$$W^- \to l^- + \overline{\nu}_l$$
 (3.1)

em que l^- representa um dos três léptons carregados e $\overline{\nu}_l$ o antineutrino associado a este

lépton.

Podemos representar o modelo de mistura massa-sabor de duas formas: *i*) como representação de estados de sabor, que é definido com base na interação fraca, por isso denominado "estados de interação"; *ii*) como representação de estados de massa, chamados de "neutrinos físicos". Os neutrinos físicos serão representados como $\nu_i = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$, enquanto que os estados de sabor serão $\nu_s = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$. Assim, nota-se que os estados físicos são autoestados de massa (com massas m_1, m_2, m_3), em que o operador de massa pode ser definido como o operador Hamiltoniano do sistema (quando observado no referencial de repouso do neutrino) e estados de sabor serão autoestados de interação. Do ponto de vista teórico, pode-se definir o operador sabor, cujos autovalores seriam representações numéricas dos sabores $e, \mu e \tau$. Entretanto, do ponto de vista experimental, tal operador não tem utilidade e, portanto, não é utilizado na literatura.

De maneira sucinta: o processo de criação e detecção de neutrinos é restringido aos estados de sabor; Por outro lado, a propagação de neutrinos é governada pelas leis da mecânica quântica, que dependem da massa desta partícula. Portanto, autoestados de massa ou físicos podem ser denominados "autoestados de propagação".

Os estados de sabor, devido à superposição, é definido em função dos neutrinos físicos como

$$\begin{bmatrix} |\nu_e\rangle\\ |\nu_\mu\rangle\\ |\nu_\tau\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3}\\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3}\\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |\nu_1\rangle\\ |\nu_2\rangle\\ |\nu_3\rangle \end{bmatrix}$$
(3.2)

Em que U_{li} são coeficientes de mistura que determinam a composição de um estado de sabor em relação ao estado físico. Podemos também escrever (3.2) na forma de componentes (utilizando a notação de Einstein para soma)

$$|\nu_l\rangle = U_{li} \,|\nu_i\rangle \tag{3.3}$$

Cuja relação inversa é dada por

$$|\nu_i\rangle = U_{il}^{\dagger} |\nu_l\rangle \tag{3.4}$$

com i = 1, 2, 3 indicando os autoestados de massa e $l = e, \mu, \tau$ indicando os de sabor.

A matriz U_{li} é denominada matriz de mistura e deve satisfazer

$$U_{il}^{\dagger}U_{li} = \delta_{li}, \qquad (3.5)$$

pois assim a ortonormalidade dos autoestados e a conservação da normalização da probabilidade são preservados. Num espaço com 3 graus de liberdade, uma rotação pode ser escrita como o produto de três rotações em torno de eixos ortogonais, em função de um ângulo real θ_{ij} (indicando uma rotação no plano ij). À vista disso e lembrando que uma maneira de representar a matriz unitária é por meio da matriz de rotação, adicionado uma fase δ (pois os estados são definidos sobre o conjunto dos complexos), as matrizes de rotação em questão podem ser definidas como:

$$R_{12} = \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad R_{13} = \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} \quad e \quad R_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix}$$
(3.6)

 $\operatorname{com} c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ e $s_{ij} = \operatorname{sen} \theta_{ij}$. Assim, a matriz completa será

$$U = R_{23}R_{13}R_{12}; (3.7)$$

Deixando explícito todos os termos da matriz (conhecida como matriz de "Pontecorvo Maki Nakagawa Sakata")

$$U = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix}.$$
 (3.8)

A presença do parâmetro δ nos permite investigar se existe uma possível violação de CP no setor de neutrinos. Entretanto, a conversão de neutrinos não irá depender de δ , portanto o estudo na possível violão CP não é o objetivo desse trabalho.

Um estado escrito na base de massa deve satisfazer a equação de Schrödinger

$$i\frac{d}{dt}\left|\nu_{i}(t)\right\rangle = H\left|\nu_{i}(t)\right\rangle.$$
(3.9)

A hamiltoniana H do sistema é representada por

$$H = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0\\ 0 & E_2 & 0\\ 0 & 0 & E_3 \end{bmatrix},$$
(3.10)

em que E_1 , E_2 e E_3 representam, respectivamente as energia dos neutrinos ν_1 , ν_2 e ν_3 .

Sabemos que a equação de Schrödinger possui como solução

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iHt} |\nu_i(0)\rangle \tag{3.11}$$
e, como H é diagonal nesta base, a mesma solução pode ser escrita em funções dos autovalores $E_i,$ assim

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(0)\rangle.$$
(3.12)

Substituindo a equação (3.4) na equação acima, obtemos

$$U_{il}^{\dagger} |\nu_l(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(0)\rangle.$$
(3.13)

A evolução de um estado de sabor é obtida aplicando U_{li} na expressão acima (lembrando da unitariedade de U), logo

$$U_{li}U_{il}^{\dagger} |\nu_l(t)\rangle = U_{li}e^{-iE_it} |\nu_i(0)\rangle$$

= $e^{-iE_it}U_{li} |\nu_i(0)\rangle.$ (3.14)

A probabilidade de encontrar o estado original $|\nu_l\rangle$ em uma configuração $|\nu_{l'}\rangle$ é

$$P_{ll'} = |\langle \nu_{l'} | \nu_l(t) \rangle|^2.$$
(3.15)

Assim, segue que

$$\langle \nu_{l'} | \nu_l(t) \rangle = e^{-iE_i t} \langle \nu_{l'} | \nu_i \rangle .$$
(3.16)

Relacionando os estados "bra", temos

$$\langle \nu_{l'} | \nu_l(t) \rangle = e^{-iE_i t} U_{li} U_{l'j}^* \langle \nu_j | \nu_i \rangle$$

$$= e^{-iE_i t} U_{li} U_{l'j}^* \delta_{ji}$$

$$= e^{-iE_j t} U_{lj} U_{l'j}^*$$

$$(3.17)$$

em que o símbolo * representa o complexo-conjugado. A probabilidade é dada por

$$P_{ll'} = |\langle \nu_{l'} | \nu_{l}(t) \rangle|^{2}$$

$$= (e^{-iE_{j}t}U_{lj}U_{l'j}^{*})(e^{-iE_{k}t}U_{lk}U_{l'k}^{*})^{*}$$

$$= e^{-i(E_{j}-E_{k})t}U_{lj}U_{l'j}^{*}U_{lk}^{*}U_{l'k}$$

$$= e^{-i(E_{j}-E_{k})t}|U_{lj}U_{l'j}^{*}U_{lk}^{*}U_{l'k}|e^{iarg(U_{lj}U_{l'j}^{*}U_{lk}^{*}U_{l'k})}$$

$$= e^{-i(E_{j}-E_{k})t}|U_{lj}U_{l'j}^{*}U_{lk}^{*}U_{l'k}|e^{i\varphi_{ll'jk}}$$

$$= |U_{lj}U_{l'j}^{*}U_{lk}^{*}U_{l'k}|e^{-i[(E_{j}-E_{k})t-\varphi_{ll'jk}]}$$
(3.18)

em que $\varphi_{ll'jk} = arg(U_{lj}U_{l'j}^*U_{lk}^*U_{l'k})$. Note que

$$\varphi_{ll'jk} = -\varphi_{ll'kj} \tag{3.19}$$

е

$$|U_{lj}U_{l'j}^*U_{lk}^*U_{l'k}| = |U_{lk}U_{l'k}^*U_{lj}^*U_{l'j}|.$$
(3.20)

À vista das equações (3.19) e (3.20), ao explicitar o somatório da equação (3.18), após várias manipulações algébricas, tem-se

$$P_{ll'} = |U_{l1}U_{l'1}^*U_{l1}^*U_{l'1}|e^{i\varphi_{ll'11}} + |U_{l2}U_{l'2}^*U_{l2}^*U_{l'2}|e^{i\varphi_{ll'22}} + |U_{l3}U_{l'3}^*U_{l3}^*U_{l'3}|e^{i\varphi_{ll'33}} + |U_{l2}U_{l'2}^*U_{l1}^*U_{l'1}|2\cos\left[(E_2 - E_1)t - \varphi_{ll'21}\right] + |U_{l3}U_{l'3}^*U_{l1}^*U_{l'1}|2\cos\left[(E_3 - E_1)t - \varphi_{ll'31}\right] + |U_{l3}U_{l'3}^*U_{l2}^*U_{l'2}|2\cos\left[(E_3 - E_2)t - \varphi_{ll'32}\right].$$

Utilizando o mesmo raciocínio nos termos que envolvem os cossenos, após algumas manipulações algébricas e à vista de que $\cos(x) = \cos(-x)$, obtemos

$$\begin{aligned} |U_{lj}U_{l'j}^*U_{lk}^*U_{l'k}| 2\cos\left[(E_j - E_k)t - \varphi_{ll'jk}\right] &= |U_{lj}U_{l'j}^*U_{lk}^*U_{l'k}|\cos\left[(E_j - E_k)t - \varphi_{ll'jk}\right] \\ &+ |U_{lk}U_{l'k}^*U_{lj}^*U_{l'j}|\cos\left[(E_k - E_j)t - \varphi_{ll'kj}\right]. \end{aligned}$$

Por fim, podemos retornar a uma somatória completa nos coeficientes $j \in k$. Portanto, a probabilidade de que um neutrino seja produzido com sabor l e detectado com sabor l', após um dado tempo t, é escrita como

$$P_{ll'}(t) = |U_{lj}U_{l'j}^*U_{lk}^*U_{l'k}|cos(\Delta E_{jk}t - \varphi_{ll'jk}), \qquad (3.21)$$

 sendo

$$\Delta E_{jk} = E_j - E_k. \tag{3.22}$$

Na probabilidade de sobrevivência (l=l'), o fator $U_{lj}U_{l'j}^*U_{lk}^*U_{l'k}$ passa a ser um número real, portanto

$$U_{lj}U_{l'j}^*U_{lk}^*U_{l'k} \xrightarrow{l=l'} |U_{lj}|^2 |U_{lk}|^2$$

$$(3.23)$$

Assim, a fase complexa deste fator se anula

$$\varphi_{lljk} = 0, \tag{3.24}$$

e a probabilidade de sobrevivência será

$$P_{ll}(t) = |U_{lj}|^2 |U_{lk}|^2 \cos(\Delta E_{jk}t).$$
(3.25)

Para que essa solução seja prática e aplicável, deve-se analisar as energia envolvidas, ou seja, os autovalores da hamiltoniana na base de massa. Como as energias, neste caso, são relativísticas, é válido que

$$E_i^2 = p_i^2 + m_i^2, (3.26)$$

em que $p_i \equiv |\vec{p_i}|$ é o módulo do momento linear do estado ν_i .

A massa m_i está relacionada com a energia na forma de massa (lembrando que estamos lidando com o sistema natural de unidades), enquanto $|\vec{p_i}|^2$ está relacionado com a parte cinética da energia. Portanto, informações sobre a massa dos estados físicos estão contidas nos autovalores da hamiltoniana, que também dependem da energia disponível para reação, das massa dos estados físicos e das características dos neutrinos.

O momento linear de um neutrino que foi produzido pode ser determinado por meio das leis de conservação. Portanto, devido à superposição, o estado de massa criado é inacessível, mas o estado de interação tem momento p, logo, devem ter momento p os estados de massa.

Sabendo que as poucas evidências para a massa dos neutrinos colocam como limite superior valores da ordem de 0,13 eV [38] e que as energias esperadas, já observadas em neutrinos solares e na SN1987A, são da ordem de MeV, estamos lidando com um regime ultrarrelativístico, ou seja, $m \ll p$. À vista disso, o autovalor da hamiltoniana é praticamente a energia cinética do neutrino. Comparando a energia cinética (proporcional a p^2) com a energia de massa (m^2)

$$\frac{m_i}{p} \ll 1. \tag{3.27}$$

No regime relativístico,

$$E_{i} = p \sqrt{1 + \frac{m_{i}^{2}}{p^{2}}}$$

$$\approx p \left(1 + \frac{m_{i}^{2}}{2p^{2}}\right)$$

$$= p + \frac{m_{i}^{2}}{2p}.$$
(3.28)

Pela definição de ΔE , obtemos

$$\Delta E_{jk} = E_j - E_k = \frac{m_j^2 - m_k^2}{2p} = \frac{\Delta m_{jk}^2}{2p}, \qquad (3.29)$$

em que a quantidade Δm_{jk}^2 é definida como sendo "diferença do quadrado de massa". Assim, ao escrever todas as possibilidades para as massa m_1 , m_2 e m_3 , temos

$$\Delta m_{21}^2 + \Delta m_{13}^2 + \Delta m_{32}^2 = 0. \tag{3.30}$$

Assim, nota-se que o modelo possui somente duas diferenças de massa, pois a terceira pode ser obtida em função das duas primeiras. Juntamente com os ângulos de mistura θ_{ij} (o modelo depende de três ângulos), estas são as grandezas fundamentais.

Voltando ao fato de que o neutrino é ultrarrelativístico, e levando-se em consideração a futura aplicação destes resultados em observações experimentais, faremos duas considerações à respeito das variáveis $p \in t$. O símbolo " E_i " representa os autovalores da hamiltoniana referentes a um autoestado de massa m_i . Do ponto de vista experimental, o que se observa é um valor de energia atribuído à interação, ou seja, a um estado de sabor. Esta energia, daqui em diante denominada apenas por "E" (sem subíndices) é obtida por meio da reconstrução das energias dos subprodutos da interação, e não do neutrino em si, o qual nunca é diretamente observado. Sabendo do caráter ultrarrelativístico do neutrino, vemos que este valor experimental da energia é mais próxima do valor teórico até aqui indicado por p, uma vez que:

$$E = \sqrt{p^2 + m^2} \approx p \tag{3.31}$$

Assim, de agora em diante, a expressão (3.29) será representada como

$$\Delta E_j k = \frac{\Delta m_j^2 k}{2E} \tag{3.32}$$

onde, sem nenhuma perda de generalidade, E representa a energia reconstruída do neutrino. Não estamos assumindo que os autovalores da hamiltoniana são iguais. Apenas transferimos a "função" que a diferença existente entre os autovalores exerce sobre o modelo, para a nova grandeza Δm_{jk}^2 .

A solução que obtivemos é derivada de um formalismo de ondas planas. Nesse formalismo, o estado $\nu^{(s)}$ sempre existiu e sempre existirá, sendo que a variável t é apenas um parâmetro de evolução. Portanto, não faz sentido definirmos um período para as oscilações, não no sentido temporal. Um segundo ponto relevante a respeito do caráter experimental é o chamado *baseline*, ou seja, a distância entre a fonte e o detector. Esta é uma característica fixa de um experimento e se relaciona com o tempo de voo do neutrino apenas por

$$x = ct \tag{3.33}$$

em que, mais uma vez, evocamos o fato de que um neutrino relativístico tem velocidade virtualmente indistinguível daquela da luz. Além disso, no sistema de unidades adotado, c = 1, ou seja, o *baseline x* substitui completamente o tempo de voo t.

Vale mencionar que fora feito uma reinterpretação do parâmetro t. Agora, o tempo definido como x, faz com que probabilidade dependa de um valor característico entre a fonte e o detector. Tal mudança foi simplesmente conceitual, deixando a conversão das distâncias para unidades convenientes (geralmente MeV⁻¹).

Em resumo, ao considerar o neutrino como uma partícula ultrarrelativística e o caráter experimental necessário para validação da teoria, passaremos a escrever as equações e as respectivas soluções apenas em função de x e E. Logo, a probabilidade de sobrevivência fica como

$$P_{ll}(x) = |U_{lj}|^2 |U_{lk}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{jk}^2}{2} \frac{x}{E}\right), \qquad (3.34)$$

em que o comprimento de oscilação é dado por

$$\lambda_{jk} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{jk}^2}.\tag{3.35}$$

O comprimento de oscilação λ_{jk} é a distância na qual a fase gerada pelo fator Δm_{jk}^2 se torna igual a 2π .

3.2 Oscilação em Duas Famílias

Utilizaremos de um fato experimental que nos permite simplificar o modelo abordado de oscilação. O melhor valor determinado para o elemento $|U_{e3}|$ é [39]

$$|U_{e3}|^2 = (0,024 \pm 0,002), \qquad (3.36)$$

que é um valor muito menor que $|U_{e1}|^2$ e $|U_{e2}|^2$.

Partindo da equação (3.34), calcularemos o caso particular em que l = e, assim

$$P_{ee}(x) = |U_{ej}|^2 |U_{ek}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{jk}^2}{2} \frac{x}{E}\right)$$

$$= |U_{e1}|^4 + |U_{e2}|^4 + 2|U_{e1}|^2 |U_{e2}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^2}{2} \frac{x}{E}\right)$$

$$+ |U_{e3}|^2 \left[|U_{e3}|^2 + 2|U_{e2}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{32}^2}{2} \frac{x}{E}\right) + 2|U_{e1}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{13}^2}{2} \frac{x}{E}\right)\right] \quad (3.37)$$

Note que sendo $|U_{e3}|^2 \ll |U_{e1}|^2 \in |U_{e2}|^2$, os fatores que determinam a amplitude de oscilação estão relacionados aos $U_{e1} \in U_{e2}$. Denominamos este fenômeno de "oscilação quasi-dois neutrinos". A interpretação física é que neutrinos produzidos em uma fonte pura (somente neutrinos eletrônicos são criados) oscilam quase totalmente apenas para neutrinos muônicos. Consequentemente, pode-se desprezar o termo proporcional à $|U_{e3}|^2$ e com isso, temos

$$P_{ee}(x) = |U_{e1}|^4 + |U_{e2}|^4 + 2|U_{e1}|^2|U_{e2}|^2 \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^2}{2}\frac{x}{E}\right).$$
(3.38)

A partir dos elementos da matriz de mistura, obtemos

$$U_{e1} = \cos\theta_{12}\cos\theta_{13} \quad e \quad U_{e2} = \sin\theta_{12}\cos\theta_{13}. \tag{3.39}$$

Novamente, fazendo uso de outro valor experimental, $|U_{e3}|^2 \simeq 0.024$ e $|U_{e3}|^2 = sen^2 \theta_{13}$, então $sen^2 \theta_{13} \simeq 0,024$ e $cos^2 \theta_{13} \simeq 0,976$. À vista disso,

$$U_{e1} \cong \cos\theta_{12} \quad e \quad U_{e2} \cong sen\theta_{12}, \tag{3.40}$$

que se substituídos em (3.38) (após algumas manipulações algébricas), temos

$$P_{ee} = 1 - sen^2 (2\theta_{12}) sen^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2}{4} \frac{x}{E}\right).$$
(3.41)

3.3 O Cenário Atual

A medida do $\theta_{12} \in \Delta m_{21}^2$ é feita a partir dos experimentos para neutrinos solares, esses são sensíveis ao desaparecimento de ν_e . Comumente, na literatura, encontra-se a seguinte notação: $\Delta m_{21}^2 = \Delta m_{\odot}^2 \in \theta_{12} = \theta_{\odot}$. Os valores encontrados são [40]

$$\operatorname{sen}^{2}(2\theta_{12}) = 0,846 \pm 0,021 \tag{3.42}$$

е

$$|\Delta m_{21}^2| = (7, 53 \pm 0, 18) \times 10^{-5} \,\mathrm{eV}^2.$$
 (3.43)

Os experimentos solares também são sensíveis para neutrinos atmosféricos, assim obtêm-se os valores de θ_{23} e Δm_{32}^2 . Nesse caso, os experimentos são sensíveis ao desaparecimento de ν_{μ} por meio da oscilação $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\tau}$. Comumente, na literatura, encontra-se os neutrinos atmosféricos com a seguintes notação: $\Delta m_{atm}^2 = \Delta m_{32}^2$ e $\theta_{atm} = \theta_{23}$. Os valores encontrados são [40]

$$\operatorname{sen}^{2} 2\theta_{23} = 0,999^{+0,001}_{-0.018} \tag{3.44}$$

е

$$|\Delta m_{32}^2| = (2, 42 \pm 0, 06) \times 10^{-3} \,\mathrm{eV}^2.$$
 (3.45)

As medidas para o parâmetro sen²($2\theta_{13}$) são derivadas do desaparecimento de antineutrinos eletrônicos de reatores à distância de aproximadamente 1 km. O valor obtido é [40]

$$\operatorname{sen}^{2}(2\theta_{13}) = (9, 3 \pm 0, 8) \times 10^{-2}.$$
(3.46)

Para o cálculo de Δm_{31}^2 , utiliza-se a equação (3.30), o valor encontrado é

$$|\Delta m_{31}^2| \approx 2.5 \times 10^{-3} \,\mathrm{eV}^2.$$
 (3.47)

3.4 Efeitos da Matéria

A presença de um meio material gera um potencial fraco que afeta as fases de cada estado, afetando assim a propagação e a conversão de neutrinos. Assumiremos um potencial fraco médio, equivalente à uma possível interação neutrino-meio. Faremos uma aproximação que consiste em assumir a existência de um grande número de efeitos com a matéria (feixe de neutrinos e o meio) e que a energia do feixe é muito menor que a massa dos mediadores da interação fraca $W \in Z^0$.

A interação fraca pode ser resumida em dois processos: i) Corrente carregada: um mediador carregado é trocado entre as partículas interagentes. Apenas partículas da mesma "família" podem interagir; ii) Corrente neutra: um mediador neutro é trocado. A corrente neutra é universal, isto é, todas as partículas conhecidas possuem esse mecanismo de interação.

A lagrangiana efetiva de interação entre neutrinos eletrônicos e elétrons é dada por [41]

$$L_{ef} = -\sqrt{2G_F n_e \overline{\nu}_{eL} \gamma_0 \nu_{eL}}, \qquad (3.48)$$

em que γ_0 é uma das matrizes de Dirac, ν_{eL} e $\overline{\nu}_{eL}$ representam o campo de neutrino, n_e o número de elétrons por unidade de volume no meio e G_F a constante de Fermi, cujo valor numérico é

$$G_F = 1.1663 \times 10^{-5} GeV^{-2}. \tag{3.49}$$

Considerando que o meio em questão é eletricamente neutro, a lagrangiana efetiva de interação entre qualquer sabor de neutrino com o meio é dada por [41]

$$L_{ef} = \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_n \overline{\nu}_L \nu_L, \qquad (3.50)$$

em que n_n denota o número de nêutrons por unidade de volume do meio.

A energia de interação do sistema é escrita, conhecendo a dependência de uma lagrangiana geral, a partir das lagrangianas dadas em (3.48) e (3.50), com a energia potencial: $L_{int} = -V$. O potencial devido à corrente carregada, a partir da expressão (3.48) é

$$V_{CC} = \sqrt{2}G_F n_e. \tag{3.51}$$

Já para a corrente neutra, utiliza-se da expressão (3.50), e o potencial é

$$V_{NC} = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_n.$$
 (3.52)

Os neutrinos eletrônicos sentem a influência tanto do potencial V_{cc} quanto V_{NC} , por outro lado neutrinos muônicos sentem somente o potencial V_{NC} . Desta maneira, o potencial efetivo total para cada sabor é escrito como

$$V_e = V_{CC} + V_{NC} = \sqrt{2}G_F\left(n_e - \frac{n_n}{2}\right)$$
(3.53)

е

$$V_{\mu} = V_{NC} = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_n. \tag{3.54}$$

3.5 Equação de Evolução

Adotaremos um formalismo no qual o feixe de neutrinos é representado por vetores de duas componentes:

$$\Psi^{(s)} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}_s, \text{ onde } |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 = 1, \qquad (3.55)$$

е

 $\Psi^{(m)} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}_m$, onde $|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = 1$. (3.56)

Relacionando as bases de representação em duas componentes com as bases do espaço de estados $|\tilde{\nu}\rangle$, temos

$$\begin{pmatrix} 1\\ 0 \end{pmatrix}_s \equiv |\nu_e\rangle \tag{3.57}$$

$$\begin{pmatrix} 0\\1 \end{pmatrix}_{s} \equiv |\nu_{\mu}\rangle \tag{3.58}$$

е

$$\begin{pmatrix} 1\\0 \end{pmatrix}_m \equiv |\nu_1\rangle$$

$$\begin{pmatrix} 0\\ \end{array} \equiv |\nu_2\rangle.$$

$$(3.59)$$

$$(3.60)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_m \equiv |\nu_2\rangle.$$
 (3.60)

Os estados $\Psi^{(s)}$ e $\Psi^{(m)}$ se relacionam por meio de uma matriz de mistura, que é reduzida a uma matriz de rotação, de maneira que

$$\Psi^{(s)} = U\Psi^{(m)},\tag{3.61}$$

em que

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}.$$
 (3.62)

Ao fazer tal restrição para dois estados, temos que restringir também a hamiltoniana (3.10). Assim,

$$H^{(m)} = \begin{pmatrix} E_1 & 0\\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \tag{3.63}$$

está definida na base de massa no qual E_1 e E_2 são dados pela equação (3.28).

A equação de Schrödinger, na base de massa, é escrita como

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(m)} = H^{(m)}\Psi^{(m)}.$$
(3.64)

Porém, as interações ocorrem na base de sabor, ao passo que a hamiltoniana de partícula livre só é diagonal se for escrita na base de massa. Logo, visando inserir os potenciais efetivos, a equação de Schrödinger deve ser escrita na base de sabor com o auxílio da matriz de mistura U. Os potenciais efetivos, na notação de duas componentes, são

$$V_{W}^{(s)} = \begin{pmatrix} V_{CC} + V_{NC} & 0 \\ 0 & V_{NC} \end{pmatrix} \\ = V_{NC} \mathbb{1} + \begin{pmatrix} V_{CC} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(3.65)

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_n \mathbb{1} + \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_F n_e & 0\\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(3.66)

em que W mostra que tal potencial constitui a interação fraca. Substituindo $\Psi^{(m)}$ na equação de Schrödinger, utilizando (3.61), temos

$$\Psi^{(m)} = U^{\dagger} \Psi^{(s)},$$

assim,

$$i\frac{d}{dx}U^{\dagger}\Psi^{(s)} = H^{(m)}U^{\dagger}\Psi^{(s)}.$$
(3.67)

À vista de que θ é uma grandeza fundamental e não depende da posição x, multiplicamos pela esquerda a equação acima por U, a fim de obter

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(s)} = UH^{(m)}U^{\dagger}\Psi^{(s)} = H^{(s)}\Psi^{(s)}$$
(3.68)

em que $H^{(s)} = UH^{(m)}U^{\dagger}$ é a hamiltoniana na base de sabor. Assim, de maneira completa, a hamiltoniana na base de sabor é

$$H^{(s)} = \left(E + \frac{\overline{m}^2}{2E}\right) \mathbb{1} + \frac{\Delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix},$$
(3.69)

em que $\overline{m}^2 = (m_2^2 + m_1^2)/2$ e $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$. Com a hamiltoniana na base de interação e o potencial efetivo, pode-se definir a hamiltoniana total na base de sabor como

$$\tilde{H}^{(s)} = H^{(s)} + V_W^{(s)} \\
= \left(E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} - \frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n\right) \mathbb{1} + \left(\frac{-\frac{\Delta m^2}{4E}cos2\theta + \sqrt{2}G_F n_e}{\frac{\Delta m^2}{4E}sen2\theta} - \frac{\Delta m^2}{4E}sen2\theta\right) (3.70)$$

Os autovalores de (3.70) são dados por

$$E_{\alpha} = E - \frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n + \frac{\tilde{m}_{\alpha}^2}{2E}, \qquad (3.71)$$

em que as quantidades $\tilde{m}_{1,2}$ são denominadas de "massa efetiva" e são calculadas por

$$\tilde{m}_{1,2}^2 = \frac{(m_1^2 + m_2^2 + A) \pm \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}}{2}.$$
(3.72)

Definimos, por questões de conveniência, $A \equiv A(x, E)$ como sendo

$$A \equiv 2\sqrt{2}G_F n_e(x)E,\tag{3.73}$$

em que $n_e(x)$ representa a densidade de um meio material.

Os termos que são proporcionais à identidade, na equação (3.70), geram uma fase global no estado $\Psi^{(s)}$, consequentemente a probabilidade não é alterada. À vista disso, a hamiltoniana na presença da matéria fica

$$\tilde{H}^{(s)} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta + 2A & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta \end{pmatrix} \\
= \frac{1}{2E} M^2,$$
(3.74)

em que definimos M^2 , denominada de "matriz de massa ao quadrado", como sendo

$$M^{2} \equiv \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta m^{2} \cos 2\theta + 2A & \Delta m^{2} \sin 2\theta \\ \Delta m^{2} \sin 2\theta & \Delta m^{2} \cos 2\theta \end{pmatrix}.$$
 (3.75)

O próximo passo é a diagonalização e a busca dos autovalores \tilde{E}_i da hamiltoniana (3.74). O processo, no caso, consiste na busca por uma rotação do tipo

$$\tilde{U}^{\dagger}\tilde{H}^{(s)}\tilde{U} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_1 & 0\\ 0 & \tilde{E}_2 \end{pmatrix}, \qquad (3.76)$$

em que

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} \cos\tilde{\theta} & \sin\tilde{\theta} \\ -\sin\tilde{\theta} & \cos\tilde{\theta} \end{pmatrix}.$$
(3.77)

Como consequência da diagonalização, o ângulo $\tilde{\theta}$ é intitulado como "ângulo de mistura efetiva" e é representado por

$$sen^{2}2\tilde{\theta} = \frac{(\Delta m^{2}sen2\theta)^{2}}{(\Delta m^{2}cos2\theta - A)^{2} + (\Delta m^{2}sen2\theta)^{2}}.$$
(3.78)

Pode-se, representá-lo também por

$$\cos^2 2\tilde{\theta} = \frac{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A)^2}{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}.$$
(3.79)

Os autovalores da hamiltoniana (3.75) são dados por

$$\tilde{E}_i = \frac{\tilde{m}_i^2}{2E},\tag{3.80}$$

em que

$$\tilde{m}_{1,2}^2 = \frac{A \pm \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}}{2}.$$
(3.81)

Com isso, pode-se obter a "diferença do quadrado das massas efetivas" $\Delta \tilde{m}^2$ como sendo

$$\Delta \tilde{m}^2 \equiv \tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2 \tag{3.82}$$

$$= \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta - A)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}.$$
 (3.83)

Relacionando as expressões (3.78) com (3.83), escrevemos uma expressão que combina as grandezas originais com as efetivas, assim

$$\Delta m^2 sen 2\theta = \Delta \tilde{m}^2 sen 2\tilde{\theta}. \tag{3.84}$$

3.6 Efeitos da Variação do Meio

Para melhor compreensão da influência que a variação da densidade acarreta, mudaremos a equação

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(s)} = H^{(s)}\Psi^{(s)},$$

de volta para a base de autoestados de massa, porém com $\tilde{H}^{(s)}$ no lugar de $H^{(s)}$. Definindo que $\Psi^{(s)} = \tilde{U}\tilde{\Psi}^{(m)}$ e fazendo uso da matriz de mistura na matéria, temos

$$i\tilde{U}^{\dagger}\frac{d}{dx}\tilde{U}\tilde{\Psi}^{(m)} = \tilde{U}^{\dagger}\tilde{H}^{(s)}\tilde{U}\tilde{\Psi}^{(m)}.$$
(3.85)

Note que o termo $\tilde{U}^{\dagger} \frac{d}{dx} \tilde{U}$ agora é relevante, pois $\tilde{\theta}$ é depende diretamente da matéria $n_e(x)$. Portanto, calculando a derivada d/dx, obtemos

$$\tilde{U}^{\dagger} \frac{d}{dx} \tilde{U} = \begin{pmatrix} 0 & 1\\ -1 & 0 \end{pmatrix} \frac{d\tilde{\theta}}{dx}.$$
(3.86)

Fazendo as devidas manipulações algébricas, temos que

$$i\frac{d}{dx}\tilde{\Psi}^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{m}_1^2}{2E} & i\frac{d\tilde{\theta}}{dx}\\ -i\frac{d\tilde{\theta}}{dx} & \frac{\tilde{m}_2^2}{2E} \end{pmatrix}\tilde{\Psi}^{(m)}$$
(3.87)

é a equação de movimento na base dos autoestados de massa efetiva.

A equação (3.87), apesar de estar na base dos autoestados de massa efetiva, não é diagonal nesta base, a menos que $d\tilde{\theta}/dx = 0$. Isto implica que os autoestados de massa efetiva não são autoestados de propagação se o meio não for uniforme. Ou seja, os termos não diagonais representam a variação do ângulo de mistura no percurso do neutrino. Estes termos não diagonais são responsáveis por um novo efeito: a probabilidade não nula de transição entre os autoestados de massa efetiva, $\langle \tilde{\nu}_1 | \tilde{\nu}_2 \rangle \neq 0$.

Durante o trajeto de um neutrino, na presença de um meio material, um estado $|\tilde{\nu}_1\rangle$ pode ser convertido em $|\tilde{\nu}_2\rangle$. Tal efeito é denominado de "transição não-adiabática" e causa alterações na probabilidade de detecção de sabores. Entretanto, mesmo que não ocorra transições não-adiabáticas, a variação do meio leva a outros efeitos.

A equação para mistura efetiva

$$sen^{2}2\tilde{\theta} = \frac{(\Delta m^{2}sen2\theta)^{2}}{(\Delta m^{2}cos2\theta - A)^{2} + (\Delta m^{2}sen2\theta)^{2}}$$

pode ser escrita como uma função de um parâmetro A, e este é função de x e E. O termo $sen^2 2\theta$, como função de A, apresenta a forma de uma curva de ressonância do tipo

$$F(A) = \frac{\Lambda^2}{(A_R - A)^2 + \Lambda^2},$$
(3.88)



Figura 6 – Curva de ressonância Breit-Wigner cuja largura é Λ, altura 1. O máximo dessa função se encontra em A = A_r, que é exatamente a situação de ressonância.
Fonte: Ref. [42].

conhecida como ressonância de Breit-Wigner, cuja largura é Λ , altura 1 e valor ressonante A. A Fig. 6 mostra como é a forma da função F(A). Note que o máximo dessa função se encontra em $A = A_r$, que é exatamente a situação de ressonância.

Por comparação entre (3.78) e (3.88), temos que

$$A_R = \Delta m^2 \cos 2\theta$$

е

$$\Lambda = \Delta m^2 sen 2\theta.$$

Na situação de ressonância, ou seja, para

$$A = A_r \tag{3.89}$$

à vista da equação (3.73), tem-se

$$2\sqrt{2G_F n_e E} = \Delta m^2 \cos 2\theta. \tag{3.90}$$

De onde se obtém, particularmente, a densidade ressonante eletrônica, que será representada por

$$n_e^R = \frac{\cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F} \frac{\Delta m^2}{E}.$$
(3.91)

Estes efeitos ressonantes são chamados de efeito MSW (Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein) [43, 44].

3.7 Probabilidade de Sobrevivência Adiabática

A equação (3.87), a saber

$$i\frac{d}{dx}\tilde{\Psi}^{(m)} = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{m}_1^2}{2E} & i\frac{d\tilde{\theta}}{dx}\\ -i\frac{d\tilde{\theta}}{dx} & \frac{\tilde{m}_2^2}{2E} \end{pmatrix}\tilde{\Psi}^{(m)}$$

possui a hamiltoniana (na base de massa efetiva que descreve a propagação na matéria) dada por

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{m}_1^2}{2E} & i\frac{d\tilde{\theta}}{dx} \\ -i\frac{d\tilde{\theta}}{dx} & \frac{\tilde{m}_2^2}{2E} \end{pmatrix},$$
(3.92)

cujo os autovalores são

$$\tilde{h}_{1,2} = \frac{\tilde{m}_2^2 + \tilde{m}_1^2}{4E} \pm \sqrt{\left(\frac{\tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2}{4E}\right)^2 + \left(\frac{d\tilde{\theta}}{dx}\right)^2}.$$
(3.93)

A solução da equação (3.87) depende da integrabilidade de $n_e(x)$, o que pode exigir métodos numéricos de integração, pois a distribuição da matéria pode assumir formas complicadas. Por outro lado, para o caso em que os termos não-diagonais de (3.92) são desprezíveis, a equação (3.87) passa a ter uma solução simples. Portanto, avaliar as condições de adiabaticidade implica em determinar a região de parâmetros em que a solução será válida.

Para que \tilde{H} seja diagonal, seus autovalores devem ser iguais aos seus elementos da diagonal principal, ou seja,

$$\frac{\tilde{m}_1^2}{2E} \quad e \quad \frac{\tilde{m}_2^2}{2E}.$$
(3.94)

À vista da equação (3.93), vemos que isso (3.92) é diagonal para

$$\left(\frac{d\tilde{\theta}}{dx}\right)^2 \ll \left(\frac{\tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2}{4E}\right)^2,\tag{3.95}$$

ou, de outra maneira, quando

$$\left. \frac{d\tilde{\theta}}{dx} \right| \ll \left| \frac{\tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2}{4E} \right|. \tag{3.96}$$

Da equação (3.78), ao utilizarmos que

$$\frac{d}{dx}\tan 2\tilde{\theta} = \frac{1}{\cos^2 2\tilde{\theta}}\frac{d\tilde{\theta}}{dx},$$

temos a equação (3.96) da seguinte maneira

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dx} = \frac{\sqrt{2}G_F E}{\Delta m^2} \frac{\mathrm{sen}^2 2\tilde{\theta}}{\mathrm{sen} 2\theta} \frac{dn_e}{dx}.$$
(3.97)

À vista das expressões (3.83), (3.96) e (3.97), obtemos

$$\frac{\operatorname{sen}^{2}2\theta}{\operatorname{sen}^{3}2\tilde{\theta}} \left(\frac{\Delta m^{2}}{E}\right)^{2} \frac{1}{2\sqrt{2}G_{F}} \frac{1}{(|dn_{e}/dx|)} \gg 1.$$
(3.98)

A expressão acima é justamente a condição que queríamos para que a hamiltoniana \tilde{H} , dada pela equação (3.92), fosse aproximadamente diagonal. Assim, definimos o coeficiente de adiabaticidade γ como sendo

$$\gamma(x,E) = \frac{\operatorname{sen}^2 2\theta}{\operatorname{sen}^3 2\tilde{\theta}} \left(\frac{\Delta m^2}{E}\right)^2 \frac{1}{2\sqrt{2}G_F} \frac{1}{(|dn_e/dx|)}.$$
(3.99)

O sistema pode ser considerado adiabático se

$$\gamma(x, E) \gg 1, \tag{3.100}$$

ou seja, o sistema é adiabático para baixas energias ou gradientes suaves na densidade. No caso adiabático, a hamiltoniana na presença de matéria (3.74) é aproximadamente diagonal, de maneira que

$$i\frac{d}{dx}\Psi^{(m)} \approx \begin{pmatrix} \tilde{E}_1 & 0\\ 0 & \tilde{E}_2 \end{pmatrix} \Psi^{(m)}, \qquad (3.101)$$

em que

$$\tilde{E}_i = \frac{\tilde{m}_i^2}{2E}.\tag{3.102}$$

Retornando ao formalismo de estados, pois agora a matriz é diagonal, ou seja, as equações são desacopladas, escrevemos

$$i\frac{d}{dx}\left|\tilde{\nu}_{j}(x)\right\rangle = \tilde{E}_{j}(x)\left|\tilde{\nu}_{j}(x)\right\rangle, \qquad (3.103)$$

em que j = 1, 2 e cuja solução é dada por

$$|\tilde{\nu}_{j}(x)\rangle = |\tilde{\nu}_{j}(0)\rangle e^{-i\int_{0}^{x} \tilde{E}_{j}(x')dx'}.$$
 (3.104)

Para obtermos a probabilidade de sobrevivência adiabática, $P_{ee}^{ad}(x)$, precisamos calcular o produto interno $\langle \nu_e(x) | \nu_e(0) \rangle$. Assim, a probabilidade em questão é dada por

$$P_{ee}^{ad}(x) = |\langle \nu_e(x) | \nu_e(0) \rangle|^2$$

= $|\cos \tilde{\theta}_0 \cos \tilde{\theta} e^{-i \int_0^x \tilde{E}_1(x') dx'} - sen \tilde{\theta}_0 sen \tilde{\theta} e^{-i \int_0^x \tilde{E}_2(x') dx'}|^2.$ (3.105)

Obtendo o módulo quadrado e organizando os termos adequadamente, obtemos

$$P_{ee}^{ad}(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos 2\tilde{\theta}_0 \cos 2\tilde{\theta} + \sin 2\tilde{\theta}_0 \sin 2\tilde{\theta} \cos \alpha(x) \right], \qquad (3.106)$$

em que

$$\alpha(x) = \int_0^x \Delta \tilde{E}(x') dx'. \tag{3.107}$$

Utilizando-se da definição para \tilde{E}_i , temos ainda que

$$\Delta \tilde{E}(x) = \frac{1}{2E} \sqrt{[\Delta m^2 \cos 2\theta - A(x)]^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}.$$
(3.108)

Portanto, no caso em que $A \rightarrow 0$ é implicado que

$$\alpha(x) \to \frac{\Delta m^2}{2E} x$$

e a expressão (3.106), após algumas manipulações algébricas e trigonométricas, vai para a equação (3.41), ou seja, a oscilação no vácuo em duas famílias.

Neste ponto, estamos com todas as ferramentas necessárias para que possamos ingressar no estudo dos neutrinos de SN. Com isso, seremos capazes de interpretar algumas das informações que os neutrinos podem fornecer sobre esse fenômeno.

4 NEUTRINOS DE SUPERNOVAS

Neste capítulo, apresenta-se o estudo dos neutrinos provenientes de Supernovas, na forma da previsão do fluxo desses neutrinos para cada sabor. Na literatura especializada, destaca-se o trabalho de Dighe e Smirnov [7], considerado seminal para a área. Por este motivo, o conteúdo que se segue é uma releitura de tal trabalho, com as devidas atualizações quando são cabíveis, a saber, o abandono das antigas soluções *Small Mixing Angle* (SMA) e *Vacuum Oscillation* (VO) em detrimento da *Large Mixing Angle* (LMA), hoje aceita como solução padrão; e a influência do termo de mistura $|U_{e3}|^2$, hoje sabido por ter um valor não nulo, embora pequeno. Consideraremos as três diferentes massas e sabores que constituem os dados acerca de neutrinos solares e atmosféricos. Assim, serão observados efeitos da conversão de neutrinos de SN na matéria estelar e, também, na matéria terrestre.

4.1 Espectro de Massa e Dinâmica de Conversão

Somente a partir dos dados observados pelo Kamioka Liquid scintillator Anti-Neutrino Detector (KamLAND) [45] é que foi possível definir qual a solução mais adequada para a oscilação de neutrinos: duas soluções em que a matéria teria efeito sobre a conversão, uma com ângulo de mistura pequeno (SMA) e outra com valor próximo do máximo (LMA) e também uma solução única onde a matéria não tem influência, apenas as oscilações no vácuo (VO). Segundo o experimento, a solução mais adequada é a LMA (Large Mixing Angle), sendo, portanto, esta a solução que prevaleceu. Na época, isso foi visto com muito ceticismo por parte da comunidade científica, pois acreditava-se que os neutrinos, analogamente aos quarks, deveriam se misturar com um ângulo pequeno. Porém, a Física é uma ciência experimental e os dados fornecidos pelo KamLAND foram suficientemente precisos para que a solução LMA prevalecesse.

Após as observações feitas de neutrinos provenientes do decaimento do B^8 no Sol, esperava-se que uma grande porção de antineutrinos eletrônicos desaparecesse após algumas centenas de quilômetros e fosse detectada como neutrinos de outros sabores, na interpretação LMA-MSW. Esse desaparecimento de antineutrinos eletrônicos foi detectado pelo experimento KamLAND [45]. Nesse experimento, observou-se uma redução de $\overline{\nu}_e$ produzidos em vários reatores após viajar por cerca de 180 km. Além disso, o experimento também foi capaz de construir o espectro de sobrevivência do $\overline{\nu}_e$ dado pela Fig. 7.

No decorrer do texto, não faremos menção à solução LMA, pois como essa prevaleceu,



Figura 7 – Probabilidade de sobrevivência de antineutrinos eletrônicos encontrado pelo experimento KamLAND.

Fonte: Ref. [45].

toda a discussão será pautada nela. Denominaremos por "espectro suave" o espectro que contém apenas fluxos de ν_e ou $\overline{\nu}_e$; por "espectro duro" aquele correspondente ao espectro original ν_x ; e, por fim, "espectro composto" significa uma mistura entre suave e duro.

4.1.1 Regiões de Conversão do Neutrino

Apesar de a produção de neutrinos ocorrer na parte mais interior do núcleo, as transições de sabores acontecem nas camadas mais exteriores do manto da estrela, distante do núcleo da SN. Portanto, as dinâmicas do colapso ou do resfriamento do núcleo e o processo de formação de núcleos pesados além do ferro (processo-r) não são interferidos pelas transições. Para as regiões em que a transição se efetua, é dado o nome de camadas ressonantes. Nessas camadas, a densidade varia entre $\rho^R - \Delta \rho^R$ e $\rho^R + \Delta \rho^R$, em que ρ^R representa a densidade ressonante de matéria e é calculado, reescrevendo a equação (3.91) para o caso mais geral, como

$$\rho^R \approx \frac{\cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F} \frac{\Delta m^2}{E} \frac{m_N}{Y_e}.$$
(4.1)

Lembrando que, na expressão acima, m_N representa a massa do núcleon; G_F , a constante de Fermi; E, a energia do neutrino; e Y_e , a fração eletrônica. Na situação em que há uma pequena mistura no vácuo, a largura da camada ressonante será [7]

$$\Delta \rho^R \approx \rho^R \tan 2\theta. \tag{4.2}$$

Pela equação (4.1), podemos escrever a densidade de matéria ressonante como

$$\rho^R \sim 1, 4 \times 10^6 \text{g/cm}^3 \left(\frac{\Delta m^2}{1 \text{ eV}^2}\right) \left(\frac{10 \text{ MeV}}{E}\right) \left(\frac{0, 5}{Y_e}\right) \cos 2\theta.$$
(4.3)

Para o neutrino, de acordo com a equação (4.1), a SN contém duas camadas ressonantes. Vale ressaltar que a SN não é dividida em duas camadas, sendo que ela possui sua distribuição particular de matéria. Contudo, o surgimento de tais camadas ressonantes é uma propriedade do neutrino. A primeira camada, denominada de "camada de alta densidade" (*H-resonance layer*), está diretamente relacionada ao $\Delta m_{32}^2 \equiv m_3^2 - m_2^2 = \Delta m_{atm}^2$ e possui densidade de [7]

$$\rho_H^R \sim 10^3 - 10^4 \text{ g/cm}^3;$$
(4.4)

e a segunda camada, denominada de "camada de baixa densidade" (*L-resonance layer*), corresponde ao $\Delta m_{21}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2 = \Delta m_{\odot}^2$, com valor de [7]

$$\rho_L^R = 10 - 30 \,\mathrm{g/cm}^3. \tag{4.5}$$

Para a conversão de neutrinos, a onda de choque é irrelevante, pois esta pode atingir apenas as camadas com densidades $\rho \ge 10^6$ g/cm³. Assim, de acordo com a expressão (4.5), a densidade característica está fora do alcance em que a onda de choque pode interferir nas transições [46].

Durante as conversões ressonantes dos neutrinos, o perfil de densidade encontrado na SN e na estrela progenitora é quase estático. A fração eletrônica, em regiões com densidades $\geq 1~{\rm g/cm^3},$ é praticamente constante e o perfil de densidade se comporta aproximadamente como [47]

$$\rho Y_e \approx 2 \times 10^4 \text{ g/cm}^3 \left(\frac{r}{10^9 \text{ cm}}\right)^{-3}, \text{ para } \rho \gtrsim 1 \text{ g/cm}^3.$$
(4.6)

Para região em que $\rho \lesssim 1 \text{ g/cm}^3$, tem-se um aumento da fração de Hidrogênio e Y_e se torna maior do que 0,5. Porém, com exatidão, a forma do perfil de densidade depende dos detalhes da composição da estrela.

4.1.2 Fatoração da Dinâmica

Ainda não se sabe qual o tipo de hierarquia de massa para os neutrinos. O que se sabe, atualmente, compreende as diferenças dos quadrados de massa (conforme o que foi apresentado na seção 3.3, "O Cenário Atual"), em que [40]

$$\begin{aligned} |\Delta m_{21}^2| &= (7, 53 \pm 0, 18) \times 10^{-5} \,\mathrm{eV}^2 \\ |\Delta m_{31}^2| &\cong 2, 5 \times 10^{-3} \,\mathrm{eV}^2 \\ |\Delta m_{32}^2| &= (2, 42 \pm 0, 06) \times 10^{-3} \,\mathrm{eV}^2. \end{aligned}$$
(4.7)

O espectro de massa para o neutrino na hierarquia normal é

$$m_1 < m_2 < m_3$$

e para a hierarquia invertida

$$m_3 < m_1 < m_2.$$

Dependendo do menor valor para a massa, o espectro do neutrino pode ser [40]:

i) Hierarquia normal:

$$m_1 \ll m_2 < m_3.$$
 (4.8)

em que

$$m_2 \cong (\Delta m_{\odot})^{1/2} \cong 0,0087 \,\mathrm{eV}$$
 (4.9)

 $m_3 \cong |\Delta m_{31}^2|^{1/2} \cong 0,05 \,\mathrm{eV};$ (4.10)



Figura 8 – Esquema permitido para a hierarquia de massa. À esquerda, tem-se a hierarquia normal e, à direita, hierarquia invertida.

Fonte: Ref. [48].

ii) Hierarquia invertida:

$$m_3 \ll m_1 < m_2,$$
 (4.11)

em que

$$m_{1,2} \cong |\Delta m_{32}^2|^{1/2} \cong 0,049 \,\mathrm{eV};$$
(4.12)

iii) Hierarquia quasi-degenerada

$$m_1 \cong m_2 \cong m_3. \tag{4.13}$$

Na literatura, espectro de massa se refere a determinação da hierarquia de massa.

As transições de sabor ocorrem nas camadas ressonantes de maneira independente, ou seja, a transição na camada H não irá influenciar as transições que ocorrerão na camada L. Isso é uma consequência da hierarquia nas densidades das camadas ressonantes, que estão diretamente relacionadas com a ordem normal ou invertida de Δm^2 . A hierarquia normal é o caso em que $|\Delta m_{32}^2| \approx |\Delta m_{31}^2| \gg |\Delta m_{21}^2|$; já na hierarquia invertida, tem-se $|\Delta m_{21}^2| \gg$ $|\Delta m_{32}^2| \approx |\Delta m_{31}^2|$, conforme ilustrado pela Fig. 8. Esse caráter independente das camadas H e L nas transições de sabor e a dependência com a hierarquia de massa levam ao que denominamos de "fatoração" da dinâmica de conversão. A matéria, na região H-ressonante, suprime a mistura \tilde{U}_{e2} associada a Δm_{\odot}^2 . O fator de supressão é [7]

$$\frac{\tilde{U}_{e2}}{U_{e2}} \sim \frac{\rho_L^R}{\rho_H^R} \lesssim 10^{-2}.$$
 (4.14)

Assim, de acordo com a equação acima, os efeitos associados ao Δm_{\odot}^2 são, por duas ordens de grandeza, suprimidos. Consequentemente, o efeito de fatoração da dinâmica também leva à transição de sabores a ser reduzida ao problema de dois neutrinos.

Já na região L-ressonante, lembrando que, nesta camada, o fator de mistura está associado ao Δm_{atm}^2 , a fatoração da dinâmica faz com que com a mistura na camada L seja aproximadamente igual à mistura no vácuo, ou seja, $\tilde{U}_{e3} \approx U_{e3}$. Assim, as correções na matéria serão fortemente suprimidas [7]

$$\tilde{U}_{e3} = U_{e3} \left[1 + \mathcal{O}(\xi) \right], \quad \xi \approx \frac{\rho_L^R}{\rho_H^R} 10^{-2}.$$
(4.15)

O ν_3 praticamente não participa da dinâmica, pois a mistura associada ao Δm_{atm}^2 é praticamente constante. Por meio de uma redefinição apropriada dos campos, tem-se um problema de dois estados. O estado ν_3 é desacoplado do restante do sistema, produzindo apenas um efeito de oscilação média [49].

A probabilidade de sobrevivência de ν_e , no caso em que a mistura U_{e3} é muito pequena, é fatorizada, resultando em [50, 51]

$$P_{ee} = [P_{ee}]_H \times [P_{ee}]_L + \mathcal{O}\left(|U_{e3}|^2\right), \tag{4.16}$$

em que $[P_{ee}]_H$ denota a probabilidade de sobrevivência eletrônica na região H e $[P_{ee}]_L$, a probabilidade de sobrevivência eletrônica na região L. Já para a probabilidade de sobrevivência $\overline{\nu}_e$, a expressão será análoga.

4.1.3 Regiões de Transição Adiabática e Não Adiabática

Para que possamos definir as regiões de transição adiabática e não adiabática, iremos utilizar a equação (3.99) para o coeficiente de adiabaticidade

$$\gamma(x,E) = \frac{\mathrm{sen}^2 2\theta}{\mathrm{sen}^3 2\tilde{\theta}} \left(\frac{\Delta m^2}{E}\right)^2 \frac{1}{2\sqrt{2}G_F} \frac{1}{(|dn_e/dr|)}.$$
(4.17)

Lembre-se que o sistema pode ser considerado adiabático se $\gamma(E, x) \gg 1$.

Prosseguiremos no intuito de definir o coeficiente de adiabaticidade na condição de ressonância. A partir da equação (3.78), na ressonância, tem-se que sen $2\tilde{\theta} = 1$, pois $A = \Delta m^2 \cos 2\theta$. Assim, à vista da densidade eletrônica ressonante, mostrada na equação (3.91), temos o coeficiente de adiabaticidade na condição de ressonância como [52]

$$\gamma^R = \frac{\Delta m^2}{2E} \frac{\mathrm{sen}^2 2\theta}{\mathrm{cos}\,2\theta} \frac{1}{\left|\frac{d}{dx}\ln n_e\right|}.\tag{4.18}$$

O parâmetro γ^R é o responsável por determinar a dinâmica de transição em cada camada ressonante. Portanto, para valores grandes de $\left|\frac{d}{dr}\ln n_e\right|$ ou valores pequenos para a relação $\Delta m^2/E$, tem-se o caso de transições não adiabáticas.

De acordo com a fórmula de Landau-Zener [53], a probabilidade *flip* (probabilidade de que um neutrino em um autoestado da matéria salte para outro autoestado da matéria) é relacionada com o coeficiente adiabático da seguinte maneira

$$P_f = \exp\left(-\frac{\pi}{2}\gamma\right). \tag{4.19}$$

Portanto, para $\gamma(x, E) \gg 1$, temos o caso de uma pequena probabilidade *flip* e a conversão será adiabática.

Como o perfil de densidade estelar ainda não foi determinado, vamos considerar, pelo modelo estelar, um perfil de densidade que possui a seguinte forma

$$\rho = \frac{B}{r^n},\tag{4.20}$$

em que B é uma constante de proporcionalidade.

Na condição de ressonância, igualamos a equação (4.1) com (4.20), obtendo assim

$$\frac{B}{r^n} = \frac{\cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F} \frac{\Delta m^2}{E} \frac{m_N}{Y_e}.$$
(4.21)

Com isso, a partir da equação acima, podemos expressar r por meio dos parâmetros de oscilação, obtendo r ressonante

$$r_R = \left(B \frac{2\sqrt{2}G_F}{\cos 2\theta} \frac{EY_e}{\Delta m^2 m_N} \right)^{1/n}.$$
(4.22)

À vista da equação (4.18), podemos escrever o coeficiente de adiabaticidade em função de r_R . Para isso, precisamos calcular o termo $\frac{d}{dr} \ln n_e$ para $r = r_R$, assim

$$\frac{d}{dr} \ln n_e \bigg|_R = \left[\frac{n}{r}\right]_R$$
$$= n \left(\frac{B2\sqrt{2}G_F EY_e}{\cos\left(2\theta\right)\Delta m^2 m_N}\right)^{-1/n}.$$
(4.23)

Por fim, substituímos o termo acima na equação (4.18) e, após algumas manipulações algébricas, o parâmetro de adiabaticidade pode ser escrito como

$$\gamma = \frac{1}{2n} \left(\frac{\Delta m^2}{E}\right)^{1-1/n} \frac{\operatorname{sen}^2 2\theta}{(\cos 2\theta)^{1+1/n}} \left(\frac{2\sqrt{2}G_F Y_e}{m_N}B\right)^{1/n}.$$
(4.24)

Da equação acima, pode-se notar que a relação entre a constante de proporcionalidade B e o parâmetro γ possui a seguinte forma

$$\gamma \propto B^{1/n}$$
 (4.25)

$$\propto \quad \frac{1}{n}.\tag{4.26}$$

Porém, ainda não se conhece o perfil de densidade da SN. Assim, com o intuito de investigar tal perfil, estudaremos a equação (4.20) com uma variação de n entre 2 e 4. Para uma mudança em B de uma ordem de magnitude, tem-se

$$B' = 10B, \tag{4.27}$$

que, se inserido na relação (4.25), para o caso específico de n = 3 (pois, acredita-se que a densidade é inversamente proporcional a r^3), obtém-se

$$\begin{array}{rcl} \gamma & \propto & \left(B'\right)^{1/3} \\ & \propto & (10B)^{1/3} \\ & \propto & (10)^{1/3} B^{1/3} \approx 2B^{1/3}. \end{array}$$
(4.28)

Portanto, alterar B em uma ordem de magnitude é equivalente a multiplicar por um fator 2. A vista disso, iremos considerar a aproximação de que a variação de n entre 2 e 4 leva à variação no parâmetro γ por meio do fator 2. Isso é justificado, pois, conforme a equação (4.24), considerando fixa a escala de densidade B, o valor de γ depende do índice de n. Entretanto, a incerteza do fator 2 no parâmetro γ é, por sua vez, equivalente a mudar em sen²2 θ por um fator 2 (com valores pequenos em θ) ou alterar Δm^2 por um fator $2^{n/(n-1)} \sim 3 - 4$.

Neste cenário, o intuito é encontrar quais são as linhas iguais de γ e, consequentemente, linhas de iguais probabilidades *flip* em ($\Delta m^2 - sen^2 2\theta$). Então, essas são determinadas por

$$\left(\Delta m^2\right)^{1-1/n} \operatorname{sen}^2 2\theta = \operatorname{constante} \tag{4.29}$$

para valores pequenos de θ . Considerando n = 3, obtemos

$$\Delta m^2 = \frac{\text{constante}}{\text{sen}^3 2\theta}.$$
(4.30)

A partir das equações (4.19) e (4.24), pode-se reescrever a probabilidade *flip* em função da energia como [54]

$$P_f = \exp\left[-\left(\frac{E_{na}}{E}\right)^{2/3}\right],\tag{4.31}$$

em que

$$E_{na} = \left(\frac{\pi}{12}\right)^{3/2} \frac{\Delta m^2 \mathrm{sen}^3 2\theta}{\mathrm{cos}^2 \, 2\theta} \left(\frac{2\sqrt{2}G_F Y_e}{m_N}\right)^{1/2}.\tag{4.32}$$

Na equação acima, o índice "na" significa "não adiabático" e E_{na} é interpretado como sendo a energia na qual $\gamma \approx 1$, ou seja, energia correspondente a uma transição não adiabática. Na Fig. 9, fica explícita a dependência de P_f em termos de E/E_{na} . Toda gama de energia pode ser dividida em três partes: região I) para $E/E_{na} < 10^{-1}$, obtém-se $P_f \approx 0$. Nesta região, a adiabaticidade é bem satisfeita. Assim, espera-se que ocorram apenas transições puramente adiabáticas. Região II) caracterizada por ser uma região de transição, pois a adiabaticidade é parcialmente quebrada, pois, para $E/E_{na} = 10^{-1} - 10^2$, a P_f aumenta com a energia do neutrino. O aumento da energia é de quase em 3 ordens de grandeza, o que é muito maior do que o alcance na energia espectral do neutrino. Região III) para $E/E_{na} > 10^2$, a probabilidade *flip* é próxima de 1, o que representa uma forte violação da adiabaticidade. Assim, conversões puramente não adiabáticas são esperadas nesta região. A relação entre probabilidade *flip* e o parâmetro γ foi dado na fórmula de Landau-Zener, que corresponde à equação (4.19) e que foi reescrita, em termos de E/E_{na} , como a equação (4.31).

A vista da Fig. 10, em uma primeira aproximação, o espectro final pode ser caracterizado por meio de uma probabilidade *flip* média ou efetiva, pois o espectro esperado da energia de neutrinos provenientes de SN fica entre 5 e 50 MeV. Na Fig. 10, nota-se que o espectro do número de eventos leva em consideração a dependência da energia de P_f , o qual é ilustrado em a), e o espectro com probabilidade *flip* efetivo $\langle P_f \rangle$, conforme b). Devido às



Figura 9 – Dependência da energia de P_f em E/E_{na}. A linha sólida representa o perfil de densidade ρ ~ r⁻³, enquanto a tracejada mostra o perfil de densidade ρ ~ e^{-r}.
Fonte: Ref. [7].

incertezas teóricas nos formatos do espectro, atentaremos ao fato de que o espectro para um valor apropriado de $\langle P_f \rangle$ pode copiar as características do espectro real.

Os contornos de igual probabilidade *flip* em $(\Delta m^2 - \sin^2 2\theta)$ são mostrados na Fig. 11. Aqui vale ressaltar que o gráfico mostrado na Fig. 11, hoje em dia, tem caráter histórico, assim, apenas o pequeno quadradinho escrito LMA deve ser considerado. Pode-se notar também, pela Fig. 11, que os parâmetros explicitam os dados obtidos dos neutrinos solares e atmosféricos. Os neutrinos atmosféricos são representados pela faixa escura, a qual corresponde ao valor permitido de Δm_{31}^2 . A região mais à direita da Fig. 11 é excluída pelo experimento CHOOZ [55] e os valores possíveis de $|U_{e3}|^2$ são explorados pelo experimento MINOS [56]. O cenário apresentado pela Fig. 11, devido aos contornos de $P_f = 0, 1$ e $P_f = 0, 9,$ é dividido em três regiões (que são completamente equivalentes às três regiões da Fig. 9). São essas: i) região em que $P_f = 0, 1$ e, consequentemente, as conversões de sabores são puramente adiabáticas; ii) está entre $P_f = 0, 1$ e $P_f = 0, 9$: as transições aqui são dependentes da energia, portanto, a adiabaticidade é parcialmente quebrada e, por conseguinte, as transições não são completas; iii) região em que $P_f = 0, 9$. Assim, as transições são praticamente nulas e a região é caracterizada por conversões não adiabáticas.

Se compararmos as linhas que representam a energia de 5 MeV com as de 50 MeV, notaremos que há um deslocamento entre elas. Este deslocamento é devido à quebra de adiabaticidade, que ocorre com o aumento de E e diminui com o crescimento de Δm^2 e



Figura 10 – Número de ν_{e} - N eventos em corrente carregada levando em consideração a dependência da energia na probabilidade *flip*. Os parâmetros para o espectro original são dados como $T_{e} = 3$ MeV, $\eta_{e} = 3$, $T_{x} = 8$ MeV, $\eta_{x} = 1$. Em (a), a probabilidade *flip* é $P_{f} = \exp\left[-(E_{na}/E)^{2/3}\right]$ com (a1) $E_{na} = 0,05$, (a2) $E_{na} = 2$, (a3) $E_{na} = 10$, (a4) $E_{na} = 50$ MeV. Em (b), a probabilidade *flip* efetiva $\langle P_{f} \rangle$ é (b1) 1,0, (b2) 0,85, (b3) 0,6, (b4) 0,0.

Fonte: Ref. [7]

 $sen^2 2\theta$. Assim, da nossa investigação do perfil de densidade da SN, pode-se concluir que esta densidade não interfere nos contornos de iguais probabilidades *flip*.

As soluções LMA se encontram na região adiabática, conforme o que foi esquematizado na Fig. 11. Já as soluções de SMA estão na região de transição, enquanto as soluções VO ocorrem na região de transição ou na região não adiabática.

A partir da Fig. 11, os parâmetros dos neutrinos podem ser representados por 2 pontos: um para sua massa e outro para o ângulo de mistura. Com isso, a informação da massa e do sabor de um neutrino está embutida nos pontos $(\Delta m^2, \operatorname{sen}^2 2\theta)$. Neste raciocínio, o ponto $(\Delta m^2_{31}, \operatorname{sen}^2 2\theta_{e3})$ deve corresponder aos neutrinos atmosféricos e o ponto $(\Delta m^2_{21}, \operatorname{sen}^2 2\theta_{e2})$, aos neutrinos solares. Esses pontos também caracterizam as camadas ressonantes H e L, representadas pelas equações (4.4) e (4.5), respectivamente. Definiremos as probabilidades flip nas camadas ressonantes como $P_H(\overline{P}_H) \in P_L(\overline{P}_L)$, em que $P_H(\overline{P}_H) \in P_L(\overline{P}_L)$ representam as probabilidades de que um neutrino (antineutrino) adquira um diferente autoestado de massa nas camadas H e L. Assim, por meio dessas quatro probabilidades flip, a extensão da conversão é determinada.



Figura 11 – Contornos de igual probabilidade *flip*. As linhas sólidas representam os contornos da probabilidade *flip* para neutrinos de 5 MeV: a linha da esquerda possui $P_f = 0, 9$ e a da direita, $P_f = 0, 1$. Já as linhas tracejadas denotam as probabilidades *flip* para neutrinos com energia 50 MeV. Fonte: Ref. [7].

Fonte: Ref. [7].

A partir da Fig. 11, a ressonância H se encontra na região adiabática, ou seja, região em que

$$\operatorname{sen}^{2} 2\theta_{e3} = 4|U_{e3}|^{2} \gtrsim 10^{-3} \tag{4.33}$$

e, na região de transição, para

$$\operatorname{sen}^2 2\theta_{e3} \sim 10^{-5} - 10^{-3}. \tag{4.34}$$

O espectro de neutrino proveniente de SN é sensível para valores de $|U_{e3}|^2$, tão pequenos quanto $10^{-3} - 10^{-5}$.

4.1.4 Esquema para Level Crossing e Condições Iniciais

Como a onda de choque não interfere na transição de neutrinos (aquela atinge as camadas com densidades $\rho \geq 10^6 \,\mathrm{g/cm^3}$), a evolução dos neutrinos será analisada para as densidades características dadas em (4.4) e (4.5). O processo de conversão, como vimos no capítulo 3, pode ser regido por meio da equação de Schrodinger. Porém, precisamos

generalizar a hamiltoniana (3.70), pois, agora, estamos lidando com a mistura de três sabores e não mais com 2 sabores, conforme foi feito no capítulo anterior. Portanto, a hamiltoniana efetiva na base dos autoestados de sabor, após várias manipulações algébricas, pode ser escrita como [7]

$$\tilde{H}^{(s)} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_{ee}^2 + 2EV_{CC} & m_{e\mu}^2 & m_{e\tau}^2 \\ m_{e\mu}^2 & m_{\mu\mu}^2 & m_{\mu\tau}^2 \\ m_{e\tau}^2 & m_{\mu\tau}^2 & m_{\tau\tau}^2 \end{pmatrix},$$
(4.35)

em que $V_{CC} = \sqrt{2}G_F n_e$ representa o potencial efetivo devido à corrente carregada. Após realizar mais algumas manipulações algébricas, visando a diagonalizar a equação (4.35) (a diagonalização procede na busca de uma rotação nos estados do neutrino $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau) \rightarrow$ $(\nu_e, \nu_{\mu'}, \nu_{\tau'}))$ no regime em que $V_{CC} \gg m_{ij}^2/(2E)$, a hamiltoniana será escrita como [7]

$$\tilde{H}^{(s)} \approx \begin{pmatrix} V_{CC} & 0 & 0\\ 0 & m_{\mu'\mu'}^2 & 0\\ 0 & 0 & m_{\tau'\tau'}^2 \end{pmatrix}.$$
(4.36)

Portanto, note que os os estados da base $(\nu_e, \nu_{\mu'}, \nu_{\tau'})$ são iguais aos autoestados de matéria, ou seja, estes são os estados que atingem e se transformam na região de conversão independentemente.

A diferença das massas dos léptons carregados $\mu \in \tau$ implica uma diferença nos potenciais de $\nu_{\mu} \in \nu_{\tau}$, que aparece no termo de segunda ordem do potencial da interação fraca [57]

$$V_{\mu\tau} \approx V_{CC} \frac{3G_F m_{\tau}^2}{2\sqrt{2}\pi^2 Y_e} \left(\ln \frac{m_W^2}{m_{\tau}^2} - 1 + \frac{Y_n}{3} \right) \approx 10^{-4} V, \tag{4.37}$$

em que m_W é a massa do bóson W e Y_n , o número de nêutrons por núcleon. Como consequência, a forma completa da matriz de potenciais fica

$$\mathcal{V} \approx \begin{pmatrix} V_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{\mu\tau} \end{pmatrix}$$

No caso de uma região com alta densidade, o potencial $V_{\mu\tau}$ se torna relevante e, assim,

$$V_{\mu\tau} \sim \frac{\Delta m_{atm}^2}{2E} \approx \frac{2m_{\mu}^2}{2E} \quad \text{em} \quad \rho_{\mu\tau} \sim 10^7 - 10^8 \text{ g/cm}^3.$$
 (4.38)

Em altas densidades, os estados de sabor coincidem com os autoestados no meio. Ou seja, para $\rho \gg \rho_{\mu\tau}$, a hamiltoniana é aproximadamente diagonal: $\tilde{H}^{(s)} \approx \mathcal{V} \approx \text{Diag}(V_{CC}, 0, V_{\mu\tau})$. Isso ocorre pois os potenciais V_{CC} e $V_{\mu\tau}$ dominam sobre outros termos na hamiltoniana.

O potencial $V_{\mu\tau}$ pode ser negligenciado no intervalo de densidades $V_{\mu\tau} \ll \Delta m_{atm}^2/2E \ll V_{CC}$. Assim, a hamiltoniana será [7]

$$\tilde{H}^{(s)} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_{ee}^2 + 2EV_{CC} & m_{e\mu'}^2 & m_{e\tau'}^2 \\ m_{e\mu'}^2 & m_{\mu'\mu'}^2 & 0 \\ m_{e\tau'}^2 & 0 & m_{\tau'\tau'}^2 \end{pmatrix}.$$
(4.39)

Sabe-se que, no ambiente da SN, não há energia suficiente para que encontremos múons ou táuons livres. Com a contagem das reações que produzem $\nu_{\mu} \in \nu_{\tau}$, é concluído que, em média, a quantidade de ν_{μ} é igual a de ν_{τ} . À vista disso, considera-se que os fluxos $\nu_{\mu'}(\overline{\nu}_{\mu'}) \in \nu_{\tau'}(\overline{\nu}_{\tau'})$ são iguais e, portanto, serão denominados de (F_x^0) . Por outro lado, durante o processo de neutronização, para cada par de próton e elétron presente no núcleo mais interior da SN, tem-se a produção de um ν_e . Portanto, o fluxo de neutrinos eletrônicos é maior que F_x^0 e será representado por F_e^0 . Assim, os estados iniciais serão $(\nu_e, \nu_{\mu'}, \nu_{\tau'})$ com fluxos representados por $(F_e^0, F_x^0, F_x^0) \in (\overline{\nu}_e, \overline{\nu}_{\mu'}, \overline{\nu}_{\tau'})$ com fluxos $(F_{\overline{e}}^0, F_x^0, F_x^0)$.

Os neutrinos ou antineutrinos provenientes de SN são produzidos na parte mais interior do núcleo, essa região contém alta densidade de matéria. À vista disso, os estados de sabor, para de neutrinos que são produzidos no interior da SN, coincidem com os autoestados no meio. Representaremos por ν_{im} os autoestados de massa de neutrinos provenientes de SN, ou seja, o índice "m" indica que o meio é das SN. No seu caminho para a Terra, o neutrino atravessa regiões cuja densidade diminui gradativamente até alcançar o vácuo. Ao alcançar o vácuo, o potencial efetivo, tanto para neutrinos quanto para antineutrinos, desaparece.

Os diagramas genéricos do *level crossing*, para hierarquia normal e invertida com valores grandes de θ_{\odot} , são representados pela Fig. 12. A construção do esquema para o *level crossing* é feita utilizando a hamiltoniana (4.39). As energias dos estados de sabores, representadas pelas linhas pontilhadas, são determinadas pelos termos diagonais de (4.39), $\tilde{H}_{ii}^{(s)}(n_e)(i = e, \mu', \tau')$. Já as linhas sólidas são os autovalores da hamiltoniana (4.39).

Os antineutrinos podem ser representados no mesmo diagrama de level crossing 12. Contudo, para que isso seja possível, é necessária uma reinterpretação do diagrama. Para os antineutrinos, o potencial efetivo adquire sinal oposto, ou seja, $V = -\sqrt{2}G_F n_e$. Assim, os antineutrinos são vistos como se fossem neutrinos através da matéria com o potencial efetivo negativo. Portanto, valores positivos de n_e descrevem neutrinos, enquanto valores negativos de n_e , os antineutrinos.



Figura 12 – Diagramas do *level crossing* para: a) hierarquia normal de massa e grande θ_{\odot} , b) hierarquia invertida de massa e grande θ_{\odot} . As linhas pontilhadas correspondem às energias dos sabores ν_e , $\nu_{\mu'} \in \nu_{\tau'}$. Já as linhas sólidas representam os autovalores da hamiltoniana efetiva como função da densidade do número de elétrons. Para $n_e < 0$, a digrama mostra o canal de antineutrinos. Fonte: Ref. [58].

Fonte: Ref. [58].

Ao analisarmos os diagramas 12(a) e 12(b), percebemos que a ressonância H ocorre no canal de neutrino para hierarquia normal, enquanto, para antineutrinos, ela ocorre para hierarquia invertida. A região de ressonância L ocorre no canal de neutrino para ambas as hierarquias, na solução válida para o neutrino solar.

4.2 Probabilidades de Conversão e o Fluxo de Neutrinos nos Detectores para Hierarquia Normal

4.2.1 Probabilidades da Conversão de Neutrinos na Supernova, no Vácuo e na Terra

Conforme foi discutido nas seções anteriores, a produção de neutrinos ocorre na região central da SN, em uma região de alta densidade. Assim, a densidade da região em que o fluxo de neutrinos é produzido é muito maior que a densidade ressonante H e L, ou seja, $\rho \gg \rho_H^R \gg \rho_L^R$. Portanto, as misturas são fortemente suprimidas, fazendo com que os autoestados de sabor coincidam com os autoestados no meio. A partir do diagrama 12(a), temos

$$\nu_{3m} = \nu_e, \quad \nu_{2m} = \nu_{\tau'}, \quad \nu_{1m} = \nu_{\mu'}. \tag{4.40}$$

Portanto, assumiremos que os fluxos são

$$F_{3m}^0 = F_e^0, \quad F_{2m}^0 = F_x^0, \quad F_{1m}^0 = F_x^0.$$
 (4.41)

O próximo passo consiste no cálculo do fluxo dos autoestados de massa ν_i que chegam à superfície da estrela. O primeiro a ser calculado será o fluxo de ν_1 . Para isso, primeiro, temos que calcular a probabilidade de que os estados de sabor sejam detectados na superfície da estrela como ν_1 , assim

$$P_{e1} = P_H P_L; (4.42)$$

$$P_{\mu'1} = (1 - P_L); (4.43)$$

$$P_{\tau'1} = (1 - P_H)P_L. \tag{4.44}$$

Em que $P_{(s)1}$ representa a probabilidade de que o neutrino de um autoestado de sabor seja convertido em um autoestado de massa ν_1 . Por fim, utilizaremos a contribuição do fluxo, dado pela equação (4.41), para encontrar o fluxo do autoestado de massa ν_1

$$F_{1} = P_{H}P_{L}F_{e}^{0} + (1 - P_{L})F_{x}^{0} + (1 - P_{H})P_{L}F_{x}^{0}$$

$$= P_{H}P_{L}F_{e}^{0} + (1 - P_{H}P_{L})F_{x}^{0}.$$
 (4.45)

Analogamente, na superfície da estrela, as probabilidades de que o neutrino seja convertido em um autoestado de massa ν_2 são

$$P_{e2} = P_H(1 - P_L); (4.46)$$

$$P_{\mu'2} = P_L;$$
 (4.47)

$$P_{\tau'3} = (1 - P_H)(1 - P_L). \tag{4.48}$$

Assim, utilizando a equação (4.41), o fluxo para o auto
estado de massa ν_2 é

$$F_2 = (P_H - P_H P_L) F_e^0 + (1 - P_H + P_H P_L) F_x^0.$$
(4.49)

Por fim, para o autoestado de massa ν_3 , as probabilidades de conversão são

$$P_{e3} = (1 - P_H); (4.50)$$

$$P_{\mu'3} = 0; (4.51)$$

$$P_{\tau'3} = P_H.$$
 (4.52)

Com isso, à vista da equação (4.41), o fluxo para o autoestado de massa ν_3 será

$$F_3 = (1 - P_H)F_e^0 + P_H F_x^0. ag{4.53}$$

Podemos compactar as equações (4.45), (4.49) e (4.53) da seguinte maneira

$$F_i = a_i F_e^0 + (1 - a_i) F_x^0, (4.54)$$

em que

$$a_1 = P_H P_L, \quad a_2 = P_H (1 - P_L), \quad a_3 = 1 - P_H.$$
 (4.55)

Ao deixar a SN, durante o caminho em que os neutrinos percorrem até a Terra, a coerência nos autoestados de massa é perdida, pois ocorre a separação dos pacotes de onda. Ao longo de uma distância L, dois pacotes de onda que correspondem a dois autoestados de massa com um dado Δm^2 e energia E são separados por uma distância

$$\Delta L = \frac{\Delta m^2}{2E^2}L.$$
(4.56)

Em que ΔL representa a distância em que dois pacotes de onda ficam separados. Para valores típicos da equação acima, obtém-se que $\Delta L \sim 10^{-2}$ cm e os comprimentos individuais dos pacotes de onda são próximos de 10^{-11} cm [7]. Assim, pode-se concluir que o comprimento individual dos pacotes de onda é muito menor do que ΔL .

Os neutrinos são detectados, aqui na Terra, mediante o processo de interação. À vista disso, deve-se reescrever as equações para os fluxos (que estavam na base de massa) na base de sabor. Isso é feito a partir do modelo de mistura massa-sabor, em que

$$F_e = |U_{ei}|^2 F_i = F_e^0 |U_{ei}|^2 a_i + F_x^0 \left(1 - |U_{ei}|^2 a_i\right).$$
(4.57)

Portanto, o fluxo de neutrinos eletrônicos que chegam à Terra é calculado como [7]

$$F_e = pF_e^0 + (1-p)F_x^0, (4.58)$$

em que (lembrando que, na nossa notação, os índices repetidos serão somados)

$$p = |U_{e1}|^2 P_H P_L + |U_{e2}|^2 (P_H - P_H P_L) + |U_{e3}|^2 (1 - P_H) = |U_{ei}|^2 a_i.$$
(4.59)

Assim, p deve ser interpretado como a probabilidade de sobrevivência dos neutrinos eletrônicos.

O fluxo total de neutrinos emitidos do núcleo é $F_e^0 + 2F_x^0$, pois, como discutido anteriormente, o fluxo de ν_{μ} é igual ao fluxo de ν_{τ} . Por meio da conservação do fluxo, encontra-se o fluxo combinado de ν_{μ} e ν_{τ} , na Terra, como sendo

$$F_{\mu} + F_{\tau} = (1-p)F_e^0 + (1+p)F_x^0.$$
(4.60)

Portanto, note que os fluxos finais foram escritos em termos da probabilidade de sobrevivência p e dos fluxos iniciais F_e^0 e F_x^0 . Isso só foi possível graças à incoerência nos autoestados de massa.

Na superfície terrestre, a trajetória dos neutrinos, após atingir o detector, depende de dois fatores: a direção relativa da Terra com relação à SN e à hora do dia. Os efeitos da matéria terrestre na oscilação dos neutrinos podem ser quantificados a partir da comparação de sinais provenientes de diferentes detectores. Contudo, observações de apenas um detector, por meio do espectro de energia, podem ser utilizadas para estimar os efeitos da matéria terrestre na oscilação dos neutrinos.

Sabe-se que os autoestados de massa dos neutrinos que chegam à superfície da Terra oscilam na matéria terrestre. Denominaremos por P_{ie} a probabilidade de que um autoestado de massa ν_i , chegando à Terra, alcance o detector como ν_e . Assim, o fluxo de ν_e no detector será [7]

$$F_e^D = P_{ie}F_i. ag{4.61}$$

À vista da equação (4.54), ao inserir F_i , temos

$$F_e^D = F_e^0 a_i P_{ie} + F_x^0 \left(1 - a_i P_{ie}\right).$$
(4.62)

Como a probabilidade é normalizada, vale a condição de unitariedade $\sum_i P_{ie} = 1$. Portanto, o fluxo ν_e será reescrito como sendo

$$F_e^D = p^D F_e^0 + (1 - p^D) F_x^0, (4.63)$$
em que

$$p^D = a_i P_{ie},\tag{4.64}$$

e p^D representa a probabilidade de sobrevivência no detector. Ao comparar as equações (4.63) e (4.58), a diferença dos fluxos no detector devido à propagação na Terra é

$$F_e^D - F_e = F_e^0(p^D - p) + F_x^0(p - p^D)$$

= $(p^D - p)(F_e^0 - F_x^0)$ (4.65)

Por meio da diferença de probabilidade $(p^D - p)$, pode-se quantificar os efeitos na matéria terrestre, assim,

$$p^{D} - p = a_{i}(P_{ie} - |U_{ei}|^{2}).$$
(4.66)

Ao explicitar a somatória da equação acima, à vista de que $\sum P_{ie} = 1$, de $\sum |U_{e1}|^2 = 1$ e da equação (4.55), obtém-se

$$p^{D} - p = P_{H}(P_{2e} - |U_{e2}|^{2})(1 - 2P_{L}) + (P_{3e} - |U_{e3}|^{2})(1 - P_{H} - P_{H}P_{L}),$$
(4.67)

em que foram realizadas as seguintes substituições

$$|U_{e1}|^2 = 1 - |U_{e2}|^2 - |U_{e3}|^2$$
(4.68)

е

$$P_{1e} = 1 - P_{2e} - P_{3e}. (4.69)$$

Para efeito de estudo, iremos analisar a contribuição do termo $(P_{3e} - |U_{e3}|^2)$ da equação (4.67). O autoestado ν_3 oscila na Terra em pequenas distâncias [7], com isso

$$P_{3e} - |U_{e3}|^2 \lesssim \left(\frac{2EV_{Terra}}{\Delta m_{atm}^2}\right) \operatorname{sen}^2 2\theta_{e3},\tag{4.70}$$

em que V_{Terra} é o potencial efetivo de ν_e na Terra. Para neutrinos provenientes de SN, ou seja, neutrinos que estão na faixa energética esperada de 5 – 50 MeV, tem-se $2EV_{Terra}/\Delta m_{atm}^2 \lesssim 10^{-2}$ [7]. Considerando sen²2 $\theta_{e3} \sim 10^{-2}$, tem-se que

$$P_{3e} - |U_{e3}|^2 \sim 10^{-4}. \tag{4.71}$$

Assim, considera-se irrelevante a contribuição do termo $(P_{3e} - |U_{e3}|^2)$ para a equação (4.67). Com isso, pode-se reescrever, finalmente, a equação (4.66) como sendo

$$p^{D} - p \approx P_{H}(P_{2e} - |U_{e2}|^{2})(1 - 2P_{L}).$$
 (4.72)

Portanto, inserindo o resultado obtido na expressão (4.72) na equação (4.65), podese reescrever a probabilidade de que um neutrino alcance o detector como ν_e da seguinte maneira

$$F_e^D \approx F_e + P_H (P_{2e} - |U_{e2}|^2) (1 - 2P_L) (F_e^0 - F_x^0).$$
(4.73)

Na situação em que sinais provenientes de dois detectores, D_1 e D_2 , são comparados, em geral, obtém-se a diferença nos fluxos

$$F_{e}^{D_{1}} - F_{e}^{D_{2}} \approx F_{e} + P_{H}(P_{2e}^{(1)} - |U_{e2}|^{2})(1 - 2P_{L})(F_{e}^{0} - F_{x}^{0}) -F_{e} - P_{H}(P_{2e}^{(2)} - |U_{e2}|^{2})(1 - 2P_{L})(F_{e}^{0} - F_{x}^{0}) \approx P_{H}(1 - 2P_{L})(P_{2e}^{(1)} - P_{2e}^{(2)})(F_{e}^{0} - F_{x}^{0})$$

$$(4.74)$$

em que $P_{2e}^{(1)}$ e $P_{2e}^{(2)}$ são as probabilidades de oscilação $\nu_e \leftrightarrow \nu_2$, para os detectores D_1 e D_2 , respectivamente.

Os efeitos da matéria terrestre, de acordo com a equação (4.74), são resumidos em três partes:

i) o fator de conversão dentro da estrela é $P_H(1-2P_L)$. Esse fator é responsável por caracterizar as conversões de neutrinos dentro da estrela. No caso em que $P_H \rightarrow 1$, a equação (4.72) é reduzida a

$$[p^{D} - p]_{2\nu} = (P_{2e} - |U_{e3}|^{2})(1 - 2P_{L}).$$
(4.75)

Portanto, P_H pode ser interpretado como um fator de supressão. Note que, no caso $P_H \rightarrow 1$, a equação (4.74) foi reduzida aos efeitos de matéria em uma mistura dois neutrinos;

ii) a diferença da probabilidade de oscilação na Terra, P_{2e} , em dois detectores. Essa diferença é importante para quantizar os efeitos de matéria. Pois, se a trajetória do neutrino atravessa apenas o manto da Terra, pode-se usar uma densidade aproximadamente constante, que nos fornece

$$P_{2e}^{(1)} - P_{2e}^{(2)} \approx \operatorname{sen} 2\tilde{\theta}_{e2} \operatorname{sen} (2\tilde{\theta}_{e2} - 2\theta_{e2}) \times \left[\operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi d_1}{l_m} \right) - \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi d_2}{l_m} \right) \right].$$
(4.76)

Em que $\tilde{\theta}_{e2}$ é o ângulo de mistura, l_m representa o comprimento da oscilação dentro da Terra e d_i , a distância percorrida pelo neutrino dentro da Terra antes de alcançar o detector;

iii) é proporcional a diferença no fluxo original $F_e^0 \in F_x^0$. A luminosidade do espectro de $\nu_e \in \nu_x$ é similar [59]. Os efeitos da Terra possuem sinais diferentes dependendo da energia em questão. Assim, o termo $(F_e^0 - F_x^0)$ é positivo para baixas energias e negativo para altas energias. Assim, há uma energia crítica, denominada E_c , tal que $F_e^0(E_c) = F_x^0(E_c)$, em que ocorre a mudança do sinal. À vista dessa dependência com a energia, para energias mais elevadas, espera-se que os efeitos terrestres sejam mais significativos.

Portanto, os efeitos da matéria terrestre no espectro de ν_e podem ser significativos para o cenário em que vale a solução atual.

4.2.2 Probabilidade da Conversão de Antineutrinos na Supernova, no Vácuo e na Terra

Os antineutrinos foram representados no mesmo diagrama de level crossing 12. Contudo, para que isso fosse possível, foi necessário uma reinterpretação do diagrama. Para os antineutrinos, o potencial efetivo adquire sinal oposto, ou seja, $V = -\sqrt{2}G_F n_e$. Assim, os antineutrinos são vistos como se fossem neutrinos através da matéria com o potencial efetivo negativo. A densidade da região em que o fluxo de neutrinos é produzido é muito maior que a densidade ressonante H e L, ou seja, $\rho \gg \rho_H^R \gg \rho_L^R$. Portanto, as misturas são fortemente suprimidas, fazendo com que os autoestados de sabor coincidam com os autoestados no meio, logo, à vista do diagrama 12(a), tem-se que

$$\overline{\nu}_{1m} = \overline{\nu}_e, \quad \overline{\nu}_{2m} = \overline{\nu}_{\mu'}, \quad \overline{\nu}_{3m} = \overline{\nu}_{\tau'}. \tag{4.77}$$

Portanto, assumiremos que os fluxos são

$$\overline{F}_{1m}^{0} = F_{\overline{e}}^{0}, \quad \overline{F}_{2m}^{0} = F_{x}^{0}, \quad \overline{F}_{3m}^{0} = F_{x}^{0}.$$
(4.78)

As transições do tipo $\overline{\nu}_e \leftrightarrow \overline{\nu}_3$ serão desconsideradas, pois o pequeno ângulo de mistura θ_{e3} é fortemente suprimido no meio. O estado $\overline{\nu}_{3m}$ propaga-se adiabaticamente, assim, devido à supressão do meio, tem-se que $\overline{\nu}_{\tau'} \rightarrow \overline{\nu}_3$. Os parâmetros que estão envolvidos na solução para o problema do neutrino solar irão definir se a propagação dos outros dois estados será adiabática ou não adiabática [60].

Partindo de argumentos análogos para o caso dos neutrinos, obtém-se, para antineu-

trinos,

$$F_{\overline{e}} = \overline{p}F_{\overline{e}}^0 + (1-\overline{p})F_x^0, \tag{4.79}$$

em que \overline{p} representa a probabilidade de sobrevivência de $\overline{\nu}_e$ e é calculado como

$$\overline{p} = |U_{e1}|^2 (1 - \overline{P}_L) + |U_{e2}|^2 \overline{P}_L.$$
(4.80)

Note que, pela Fig. 12(a), o autoestado de massa ν_{3m} propaga-se não adiabaticamente na região de ressonância H. Entretanto, a região H está fora de alcance no *level crossing* para o canal de antineutrinos. A região L, por outro lado, para determinados parâmetros, entra no *level crossing*, pois a região L está próxima de existir no canal de antineutrinos. Assim, o autoestado ν_{2m} tem probabilidade \overline{P}_L de ser detectado como $\overline{\nu}_e$ e o autoestado ν_{1m} possui probabilidade $(1 - \overline{P}_L)$ de ser detectado como $\overline{\nu}_e$.

Se a propagação for do tipo completamente adiabático, transições entre os autoestados de massa não acontecem. Assim, $\overline{P}_L = 0$ e a equação (4.80) resume-se a

$$\overline{p} = |U_{e1}|^2. \tag{4.81}$$

De maneira similar ao que foi feito na seção anterior, pode-se calcular $F_{\overline{\mu}} + F_{\overline{\tau}}$ por meio da conservação do fluxo. Logo, o fluxo combinado de antineutrinos não eletrônicos é

$$F_{\overline{\mu}} + F_{\overline{\tau}} = (1 - \overline{p})F_{\overline{e}}^0 + (1 + \overline{p})F_x^0.$$
(4.82)

À vista das equações (4.60) e (4.82), pode-se escrever o fluxo total de neutrinos e antineutrinos não eletrônicos

$$4F_x = F_{\mu} + F_{\tau} + F_{\overline{\mu}} + F_{\overline{\tau}} = (1-p)F_e^0 + (2+p+\overline{p})F_x^0 + (1-\overline{p})F_{\overline{e}}^0.$$
(4.83)

Podemos escrever as equações (4.58), (4.79) e (4.83), utilizando a notação matricial para compactar os resultados obtidos. Assim, os fluxos são escritos como

$$\begin{pmatrix} F_e \\ F_{\overline{e}} \\ 4F_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & 0 & 1-p \\ 0 & \overline{p} & 1-\overline{p} \\ 1-p & 1-\overline{p} & 2+p+\overline{p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_e^0 \\ F_{\overline{e}}^0 \\ F_x^0 \end{pmatrix}.$$
 (4.84)

A equação (4.84) pode ser usada tanto para o caso de hierarquia normal quanto para o caso de hierarquia invertida.

Consideraremos, agora, os efeitos de matéria terrestre para o antineutrino que será detectado em um dado detector. Utilizando as mesmas considerações da equação (4.80), tem-se

$$\overline{p}^D = \overline{P}_{1e}(1 - \overline{P}_L) + 2\overline{P}_{2e}\overline{P}_L.$$
(4.85)

À vista das equações (4.79), (4.80) e (4.85), pode-se obter a diferença dos fluxos no detector devido à propagação na Terra. Portanto, obtém-se que

$$F_{\overline{e}}^{D} - F_{\overline{e}} = (\overline{P}_{1e} - |U_{e1}|^{2})(1 - 2\overline{P}_{L})(F_{\overline{e}}^{0} - F_{x}^{0}), \qquad (4.86)$$

Como foi visto na seção anterior, de acordo com as equações (4.70) e (4.71), ν_3 oscila na Terra em curtas distâncias. Portanto, pode-se negligenciar a contribuição das oscilações de ν_3 na Terra.

Na situação em que sinais provenientes de dois detectores, $D1 \in D2$, são comparados, em geral, obtém-se a diferença nos fluxos. Assim, fazendo uso da equação (4.86), tem-se que

$$F_{\overline{e}}^{D1} - F_{\overline{e}}^{D2} \approx (\overline{P}_{1e}^{(1)} - \overline{P}_{1e}^{(2)})(1 - 2\overline{P}_L)(F_{\overline{e}}^0 - F_x^0).$$
(4.87)

Assim, os efeitos da matéria terrestre para os antineutrinos podem ser resumidos em três partes:

i) a diferença $(\overline{P}_{1e}^{(1)} - \overline{P}_{1e}^{(2)})$ entre as probabilidades de oscilação dentro da Terra para neutrinos que alcançaram os dois detectores. Essa diferença é importante para quantificar os efeitos de matéria. Devido à ausência da ressonância H, a diferença para o caso do canal de neutrinos é que há uma supressão no fator P_H , como pode ser verificado ao comparar a equação (4.87) com a equação (4.74). Assim, se a trajetória do neutrino atravessa apenas o manto da Terra, pode-se usar uma densidade aproximadamente constante, que nos fornece

$$\overline{P}_{1e}^{(1)} - \overline{P}_{1e}^{(2)} \approx -\operatorname{sen} 2\overline{\tilde{\theta}}_{e2} \operatorname{sen} (2\overline{\tilde{\theta}}_{e2} - 2\theta_{e2}) \times \left[\operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi d_1}{l_m}\right) - \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi d_2}{l_m}\right)\right], \quad (4.88)$$

em que $\overline{\tilde{\theta}}_{e2}$ é o ângulo de mistura dentro da Terra para antineutrinos. Os efeitos da matéria terrestre no espectro do $\overline{\nu}_e$ são significativos no cenário atual.

ii) o fator $(1-2\overline{P}_L)$, esse fator é responsável por caraterizar as conversões de neutrino dentro da estrela;

iii) são proporcionais à diferença nos fluxos $F_{\overline{e}}^0$ e F_x^0 . Os efeitos da Terra possuem sinais diferentes dependendo da energia em questão. O termo $(F_{\overline{e}}^0 - F_x^0)$ será negativo em altas energias e positivo para baixas energias. Assim, há uma energia crítica, denominada \overline{E}_c , tal que $F_{\overline{e}}^0(\overline{E}_c) = F_x^0(\overline{E}_c)$, em que ocorre a mudança de sinal. À vista dessa dependência com a energia, para energias mais elevadas, espera-se que os efeitos terrestres sejam mais significativos.

Em síntese, no caso da hierarquia normal de massa, os efeitos da matéria terrestre no espectro de $\overline{\nu}_e$ são significativos apenas no cenário em que valem as soluções LMA. Tais efeitos praticamente não afetam a mistura de $\overline{\nu}_3$ e a troca de sinal ocorre na energia \overline{E}_c , de maneira que $F_{\overline{e}}^0(\overline{E}_c) = F_x^0(\overline{E}_c)$.

4.3 Estudo do Caso com Hierarquia Normal

Nas seções anteriores, as expressões gerais para a probabilidade de transição e os fluxos dos neutrinos foram estudados. Os fluxos foram escritos em termos da probabilidade de sobrevivência $p \in \overline{p}$, dos neutrinos e antineutrinos eletrônicos, respectivamente. Nesta seção, serão considerados os efeitos da conversão de neutrinos para o caso 3ν com a hierarquia normal de massa.

O modelo para massa e mistura do neutrino, na solução LMA-MSW, para o problema do neutrino solar, é representado pela Fig. 13. Os dados provenientes dos neutrinos solares são explicados via grande ângulo de mistura no vácuo (LMA- *Large Mixing Angle*), que conforme a Fig. 11, está em

$$\Delta m_{\odot}^2 = (7, 53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{eV}^2, \quad \text{sen}^2 \theta_{\odot} = 0,304 \pm 0,014.$$
(4.89)

De acordo com a Fig. 11, a solução LMA está dentro da região I, ou seja, na região adiabática. No canal de antineutrinos, ilustrado pela Fig. 12(a), vemos que as transições são as seguintes:

$$\overline{\nu}_e \to \overline{\nu}_{1m}, \quad \overline{\nu}_{\mu'} \to \overline{\nu}_{2m}, \quad \overline{\nu}_{\tau'} \to \overline{\nu}_{3m}$$

Sendo o ângulo de mistura no vácuo θ_{\odot} grande, há uma conversão considerável de $\overline{\nu}_e \leftrightarrow \overline{\nu}_2$, mesmo que os antineutrinos não encontrem nenhuma ressonância [7]. Utilizando da equação (4.80), à vista de que $\overline{P}_L \approx 0$ (pois a região I é adiabática) e da equação (3.40), tem-se que a probabilidade de sobrevivência para antineutrinos eletrônicos é

$$\overline{p} \approx |U_{e1}|^2 \approx \cos^2 \theta_{\odot}. \tag{4.90}$$



Figura 13 – Modelo para massa e mistura do neutrino, na solução LMA-MSW, para o problema do neutrino solar.

Para o canal de neutrinos, tanto a ressonância L quanto a H são adiabáticas. Assim, pela Fig. 12(a), vemos que as transições são as seguintes:

$$\nu_{3m} = \nu_e, \quad \nu_{2m} = \nu_{\tau'}, \quad \nu_{1m} = \nu_{\mu'}.$$

Utilizando da equação (4.59), à vista de que $P_H = P_L \approx 0$ e da equação (3.36), obtém-se a probabilidade de sobrevivência para neutrinos eletrônicos é

$$p \approx |U_{e2}|^2 P_H + |U_{e3}|^2 (1 - P_H)$$
 (4.91)

$$\approx \ \sin^2 \theta_{\odot} P_H + |U_{e3}|^2 (1 - P_H)$$
 (4.92)

$$\approx |U_{e3}|^2 \approx 0,024.$$
 (4.93)

Entretanto, a adiabaticidade na ressonância H é decidida por meio da região na qual $|U_{e3}|^2$ domina.

Os fluxos de neutrinos provenientes de SN que chegam até a Terra podem ser quantificados por meio da expressão (4.84), com $p \in \overline{p}$ dados em termos das equações (4.90) e (4.93). Para tal, iremos considerar as regiões I, II e III da Fig. 11. Vale ressaltar que a Fig. 11 foi feita para energia de neutrinos de 5 e 50 MeV, assim, a região LMA está toda dentro da região adiabática. Contudo, nada impede que o neutrino tenha uma energia fora da faixa 5-50 MeV (lembre-se que a adiabaticidade aumenta com E e diminui com o crescimento de Δm^2 e sen²2 θ), fazendo com que a região II ou III sejam deslocadas para a solução LMA.

Na região I, o esquema dado pela Fig. 12(a), a transição é do tipo adiabática na camada ressonante H. Portanto, as seguintes transições ocorrem dentro da estrela:

$$\nu_e \to \nu_3, \quad \nu_{\mu'} \to \nu_1, \quad \nu_{\tau'} \to \nu_2.$$

Uma vez que transição é adiabática na camada ressonante H, tem-se que $P_H \approx 0$. Assim, a probabilidade de sobrevivência para neutrinos eletrônicos será $p \approx |U_{e3}|^2 \approx 0,024$. Fazendo uso da equação (4.84), temos que o fluxo total de neutrinos que chegam até a Terra é

$$F_{e} \approx |U_{e3}|^{2} F_{e}^{0} + (1 - |U_{e3}|^{2}) F_{x}^{0} \approx F_{x}^{0},$$

$$F_{\overline{e}} \approx \cos^{2} \theta_{\odot} F_{\overline{e}}^{0} + \sin^{2} \theta_{\odot} F_{x}^{0},$$

$$4F_{x} \approx F_{e}^{0} + \sin^{2} \theta_{\odot} F_{\overline{e}}^{0} + (2 + \cos^{2} \theta_{\odot}) F_{x}^{0}.$$

(4.94)

Uma vez que $P_H \approx 0$, no esquema de solução, os efeitos da matéria terrestre são esperados e muito significativos no espectro de antineutrinos eletrônicos.

Para a região II, a adiabaticidade é parcialmente quebrada, logo a probabilidade *flip* na ressonância H deve ser levada em conta. Assim, de acordo com a Fig. 12(a), as seguintes transições ocorrem dentro da estrela

$$\nu_e \rightarrow \nu_2, \nu_3, \quad \nu_{\mu'} \rightarrow \nu_1, \quad \nu_{\tau'} \rightarrow \nu_2, \nu_3.$$

À vista da equação (4.92) e de que $|U_{e3}|^2 \approx 0$, na região II, a probabilidade de sobrevivência para neutrinos eletrônicos é

$$p \approx \mathrm{sen}^2 \theta_{\odot} P_H.$$
 (4.95)

Pela equação acima, nota-se que a probabilidade p depende de dois fatores: P_H e do sen² θ_{\odot} . Portanto para medidas típicas de tais fatores, a probabilidade p assume valores entre 0,02 e 0,4 [7].

Por fim, fazendo uso da equação (4.84), tem-se que o fluxo total de neutrinos que chegam até a Terra é

$$F_e \approx \mathrm{sen}^2 \theta_{\odot} P_H F_e^0 + (1 - \mathrm{sen}^2 \theta_{\odot} P_H) F_x^0,$$

$$F_{\overline{e}} \approx \cos^2 \theta_{\odot} F_{\overline{e}}^0 + \sin^2 \theta_{\odot} P_H F_x^0, \qquad (4.96)$$

$$4F_x \approx (1 - \operatorname{sen}^2 \theta_{\odot} P_H) F_e^0 + \operatorname{sen}^2 \theta_{\odot} P_H F_{\overline{e}}^0 + (3 - \operatorname{sen}^2 \theta_{\odot} + \operatorname{sen}^2 \theta_{\odot} P_H) F_x^0.$$
(4.97)

Note que os espectros dados em $\nu_e,\,\overline{\nu}_e$
e ν_x são compostos.

Uma vez que o fator P_H suprime moderadamente os efeitos no espectro do ν_e , no esquema de solução atual, os efeitos da matéria terrestre podem ser esperados no espectro de neutrinos e antineutrinos eletrônicos.

Para a região III, a ressonância H é do tipo não adiabática. Portanto, por meio da equação (4.91), em que $P_H \approx 1$, tem-se que $p \approx |U_{e2}|^2 \approx 0, 2 - 0, 4$. Assim, de acordo com a Fig. 12(a), as seguintes transições ocorrem dentro da estrela

$$\nu_e \to \nu_{2m}, \quad \nu_{\mu'} \to \nu_{1m}, \quad \nu_{\tau'} \to \nu_{3m}.$$

Com isso, tem-se que $p = \operatorname{sen}^2 \theta_{\odot}$ e $\overline{p} = \cos^2 \theta_{\odot}$. Fazendo uso da equação (4.84), temos que o fluxo total de neutrinos que chegam até a Terra é

$$F_{e} = \operatorname{sen}^{2} \theta_{\odot} F_{e}^{0} + \cos^{2} \theta_{\odot} F_{x}^{0},$$

$$F_{\overline{e}} = \cos^{2} \theta_{\odot} F_{\overline{e}}^{0} + \operatorname{sen}^{2} \theta_{\odot} F_{\overline{x}}^{0},$$

$$4F_{x} = \cos^{2} \theta_{\odot} F_{e}^{0} + \operatorname{sen}^{2} \theta_{\odot} F_{\overline{e}}^{0} + 3F_{x}.$$

$$(4.98)$$

Note que os três tipos de espectro $(\nu_e, \overline{\nu}_e \in \nu_x)$ são compostos.

Para o canal de neutrinos, à vista da equação (4.76) e inserindo que $P_L = 0$, pode-se obter a diferença dos fluxos no detector devido à propagação na Terra.

$$F_e^D - F_e \approx P_H (P_{2e} - |U_{e2}|^2) (F_e^0 - F_x^0).$$
(4.99)

Portanto, para que possamos quantificar os efeitos da matéria terrestre, utiliza-se a simplificação de que a densidade da Terra é constante. Assim, estima-se que o fator $(P_{2e} - |U_{e2}|^2)$ é próximo de 0,3 para faixa de energia de 20-50 MeV [7].

Analogamente para o canal de antineutrinos, tem-se

$$F_{\overline{e}}^{D} - F_{\overline{e}} \approx (\overline{P}_{1e} - |U_{e1}|^{2})(F_{\overline{e}}^{0} - F_{x}^{0}).$$
(4.100)



Figura 14 – Efeitos da matéria terrestre observados em (a) espectro ν_e e (b) espectro $\overline{\nu}_e$ para $P_H = 1$ na solução LMA ($\Delta m^2 = 2 \times 10^{-5} \text{eV}^2$, $\text{sen}^2 2\theta_{\odot} = 0, 9$). As linhas pontilhadas, tracejadas e sólidas representam, respectivamente, o número de eventos em corrente carregada $\nu - N$ quando a distância percorrida pelos neutrinos através da Terra é d = 0 km, d = 4000 km e d = 6000 km.

Note que na equação acima, não há o fator P_H (que pode ser interpretado como um fator de supressão). Assim, os efeitos são consideráveis em todas as três regiões de U_{e3} . O fator $(\overline{P}_{1e} - |U_{e1}|^2)$ pode ser tão grande quanto 0,3 para faixas de energia em torno de 20-50 MeV [7].

Os efeitos da matéria terrestre no espectro de ν_e e $\overline{\nu}_e$ são ilustrados na Fig. 14 para diferentes distâncias através da Terra. É por meio do fator $(F_e^0 - F_x^0)$, presente nas equações (4.99) e (4.100), que se determina o sinal dos efeitos terrestres para o canal de neutrinos e antineutrinos. Note pela Fig. 14 que há uma significativa redução no fluxo de ν_e ($\overline{\nu}_e$) em energia maiores do que E_c (\overline{E}_c). Isso ocorre, pois a seção de choque da detecção da interação de neutrinos é maior em grandes energias.

À vista de que $P_{2e} \geq |U_{e2}|^2$ e $\overline{P}_{1e} \geq |U_{e1}|^2$, conclui-se que as equações (4.99) e (4.100) implicam: i) para $E < E_c$ ou $E < \overline{E}_c$, obtém-se um realce no sinal de neutrinos ou antineutrinos; ii) por outro lado, para $E > E_c$ ou $E > \overline{E}_c$, ocorre perda do sinal. Podese obter informações acerca dos efeitos da matéria terrestre, mesmo quando o espectro é proveniente de apenas um detector, por meio de distorções do espectro.

4.4 Probabilidade de Conversão e Fluxos dos Neutrinos para Hierarquia Invertida de Massa

Conforme discutido anteriormente, ainda não se sabe qual o tipo de hierarquia de massa para os neutrinos. Portanto, repetiremos todo o processo feito para hierarquia normal tanto para neutrino quanto para antineutrinos, só que com a hierarquia invertida.

4.4.1 Probabilidade de Conversão dos Neutrinos na Supernova, no Vácuo e na Terra

Na região de produção dos neutrinos, região em que $\rho \gg \rho_H^R \gg \rho_L^R$, as misturas são fortemente suprimidas. Assim, de acordo com a Fig. 12(b), na região de alta densidade, os autoestados de sabor coincidem com os autoestados no meio, logo

$$\nu_{1m} = \nu_{\mu'}, \quad \nu_{2m} = \nu_e, \quad \nu_{3m} = \nu_{\tau'}, \tag{4.101}$$

Analogamente ao que fora feito anteriormente, o fluxo de neutrinos eletrônicos que chegam à Terra é calculado como

$$F_e = pF_e^0 + (1-p)F_x^0. ag{4.102}$$

Pela Fig. 12(b), pode-se perceber que a a região de ressonância H está no canal de antineutrinos, enquanto que a região de ressonância L, no canal de neutrinos. Note que o autoestado ν_{3m} está fora do alcance do *level crossing* no canal de neutrinos. O autoestado ν_{1m} tem uma probabilidade P_L de ser detectado como ν_e e o autoestado ν_{2m} , uma probabilidade de $(1 - P_L)$ de ser detectado nesse mesmo sabor. Assim, a probabilidade de sobrevivência para neutrinos eletrônicos é

$$p = |U_{e1}|^2 P_L + |U_{e2}|^2 (1 - P_L).$$
(4.103)

A partir de argumentos análogos, a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico no detector é

$$p^{D} = P_{1e}P_{L} + P_{2e}(1 - P_{L}). (4.104)$$

Assim, podemos quantificar os efeitos da matéria terrestre para a hierarquia invertida de massa, pois

$$F_e^D \approx F_e + (p^D - p)(F_e^0 - F_x^0)$$

$$\approx F_e + \left[P_{1e}P_L + P_{2e}(1 - P_L) - |U_{e1}|^2 P_L + |U_{e2}|^2(1 - P_L)\right] \left(F_e^0 - F_x^0\right). \quad (4.105)$$

Logo, os efeitos da matéria terrestre são obtidos ao comparar os sinais provenientes de dois detectores, $D_1 \in D_2$, portanto, tem-se

$$F_e^{D1} - F_e^{D2} \approx (P_{2e}^{(1)} - P_{2e}^{(2)})(1 - 2P_L)(F_e^0 - F_x^0), \qquad (4.106)$$

em que foi realizado (à vista de que nessa situação não há ressonância H) a seguinte substituição

$$P_{1e} = 1 - P_{2e}.\tag{4.107}$$

Devido a ausência do fator P_H na equação (4.106), que pode ser interpretado como fator de supressão, os efeitos da matéria terrestre podem ser maiores do que no caso da hierarquia normal de massa.

4.4.2 Probabilidade de Conversão dos Antineutrinos na Supernova, no Vácuo e na Terra

Na região de produção dos neutrinos, região em que $\rho \gg \rho_H^R \gg \rho_L^R$, as misturas são fortemente suprimidas. Assim, de acordo com a Fig. 12(b), na região de alta densidade, os autoestados de sabor coincidem com os autoestados no meio, logo

$$\overline{\nu}_{1m} = \overline{\nu}_{\tau'}, \quad \overline{\nu}_{2m} = \overline{\nu}_{\mu'}, \quad \overline{\nu}_{3m} = \overline{\nu}_e \tag{4.108}$$

Pela Fig. 12(b), pode-se perceber que a a região de ressonância H está no canal de antineutrinos, enquanto que a região de ressonância L, no canal de neutrinos. Entretanto, a adiabaticidade na camada de ressonância L depende de parâmetros da solução dos neutrinos solares. Portanto, também devido a proximidade com o *level crossing*, iremos considerar a camada L no canal de propagação dos antineutrinos. Note que o autoestado $\overline{\nu}_{1m}$ possui uma probabilidade $\overline{P}_H(1-\overline{P}_L)$ de ser detectado como $\overline{\nu}_e$; para o autoestado $\overline{\nu}_{2m}$ a probabilidade de ser detectado como $\overline{\nu}_e$ é $\overline{P}_H \overline{P}_L$; por fim, para o autoestado $\overline{\nu}_{3m}$ a probabilidade será de $1-\overline{P}_H$. Assim, a probabilidade de sobrevivência para antineutrinos eletrônicos será

$$\overline{p} = |U_{e1}|^2 \overline{P}_H (1 - \overline{P}_L) + |U_{e2}|^2 \overline{P}_H \overline{P}_L + |U_{e3}|^2 (1 - \overline{P}_H).$$
(4.109)

A probabilidade de sobrevivência para antineutrinos eletrônicos no detector, partindo dos mesmo argumentos que foram feitos na equação (4.109), é

$$\overline{p}^{D} = \overline{P}_{1e}\overline{P}_{H}(1-\overline{P}_{L}) + \overline{P}_{2e}\overline{P}_{H}\overline{P}_{L} + \overline{P}_{3e}(1-\overline{P}_{H}).$$
(4.110)

Com as equações (4.109) e (4.110), tem-se

$$\overline{p}^{D} - \overline{p} = (\overline{P}_{1e} - |U_{e1}|^{2})(1 - 2\overline{P}_{L})\overline{P}_{H} + (\overline{P}_{3e} - |U_{e3}|^{2})(1 - \overline{P}_{H} - \overline{P}_{H}\overline{P}_{L}) \quad (4.111)$$

$$\approx (\overline{P}_{1e} - |U_{e1}|^{2})(1 - 2\overline{P}_{L})\overline{P}_{H} \quad (4.112)$$

utilizado
$$\sum \overline{P}_{i}$$
 – 1 e que o autoestado \overline{u}_{i} oscila em curta distância dentro

em que fora utilizado $\sum P_{ie} = 1$ e que o autoestado $\overline{\nu}_3$ oscila em curta distância dentro da estrela. Assim, temos o suficiente para poder quantificar os efeitos da matéria terrestre. Como sabemos, isso é feito mediante a comparação de sinais provenientes de dois detectores, logo

$$F_{\overline{e}}^{D1} - F_{\overline{e}}^{D2} \approx \overline{P}_{H} (\overline{P}_{1e}^{(1)} - \overline{P}_{1e}^{(2)}) (1 - 2\overline{P}_{L}) (F_{\overline{e}}^{0} - F_{x}^{0}).$$
(4.113)

A partir desses resultados, pode-se concluir que no cenário atual os efeitos da matéria terrestre são significativos.

4.5 Estudo do Caso com Hierarquia Invertida

Os dados provenientes dos neutrinos solares são explicados via grande ângulo de mistura no vácuo (LMA- *Large Mixing Angle*), que conforme a Fig. 11, está em

$$\Delta m_{\odot}^2 = (7, 53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{eV}^2, \quad \text{sen}^2 \theta_{\odot} = 0,304 \pm 0,014.$$
(4.114)

De acordo com a Fig. 11, a solução LMA está dentro da região I, ou seja, na região adiabática. No canal de neutrinos, ilustrado pela Fig. 12(b), a camada ressonante L é adiabática. Assim, as transições são

$$\nu_e \to \nu_2, \quad \nu_{\mu'} \to \nu_1, \quad \nu_{\tau'} \to \nu_3.$$

Da equação (4.103), à vista de que as transições na camada ressonante são adiabática, ou seja, $P_L \approx 0$, tem-se [40]

$$p \approx |U_{e2}|^2 \approx \mathrm{sen}^2 \theta_{\odot} = 0,304 \pm 0,014.$$
 (4.115)

Com a probabilidade de sobrevivência para neutrinos eletrônicos, podemos encontrar o fluxo de neutrinos eletrônicos esperado, logo

$$F_e \approx \mathrm{sen}^2 \theta_{\odot} F_e^0 + \mathrm{cos}^2 \theta_{\odot} F_x^0. \tag{4.116}$$

No canal de antineutrinos, as transições na camada L são adiabáticas, logo não há probabilidade de transição entre autoestados de massa. À vista disso, tem-se $\overline{P}_L \approx 0$ e da equação (4.109)

$$\overline{p} = |U_{e1}|^2 \overline{P}_H + |U_{e3}|^2 (1 - \overline{P}_H).$$
(4.117)

Logo,

$$F_{\overline{e}} = \left[|U_{e1}|^2 \overline{P}_H + |U_{e3}|^2 (1 - \overline{P}_H) \right] F_{\overline{e}}^0 + \left[1 - |U_{e1}|^2 \overline{P}_H + |U_{e3}|^2 (1 - \overline{P}_H) \right] F_x^0.$$
(4.118)

Lembre-se que a Fig. 11 foi feita para energia de neutrinos de 5 e 50 MeV, assim, a região LMA está toda dentro da região adiabática. Contudo, nada impede que o neutrino tenha uma energia fora da faixa 5-50 MeV (lembre-se que a adiabaticidade aumenta com E e diminui com o crescimento de Δm^2 e sen²2 θ), fazendo com que a região II ou III sejam deslocadas para a solução LMA.

Na região I, o esquema dado pela Fig. 12(b),a transição é do tipo adiabática na camada ressonante H. Portanto, no canal de antineutrinos, as seguintes transições ocorrem dentro da estrela:

$$\overline{\nu}_e \to \overline{\nu}_3, \quad \overline{\nu}_{\mu'} \to \overline{\nu}_2, \quad \overline{\nu}_{\tau'} \to \overline{\nu}_1.$$

Da equação (4.109), $P_H \approx 0$ e [39]

$$\overline{p} \approx |U_{e3}|^2 = (0,024 \pm 0,002).$$
 (4.119)

Consequentemente, o espectro para antineutrinos eletrônicos é

$$F_{\overline{e}} \approx F_x^0, \tag{4.120}$$

note que esse espectro é praticamente duro de ν_x . Entretanto, os espectros finais de neutrinos eletrônicos e ν_x são compostos.

Região	Hierarquia	p	\overline{p}	
Ι	Normal	$ U_{e3} ^2$	$\cos^2 heta_{\odot}$	
	Invertida	${ m sen}^2 heta_{\odot}$	$ U_{e3} ^2$	
II	Normal	$\mathrm{sen}^2 \theta_{\odot} P_H$	$\cos^2\theta_\odot$	
	Invertida	${ m sen}^2 heta_{\odot}$	$\cos^2\theta_{\odot}\overline{P}_H$	
III	Normal	${ m sen}^2 heta_{\odot}$	$\cos^2 \theta_{\odot}$	
	Invertida	${ m sen}^2 heta_{\odot}$	$\cos^2\theta_\odot$	

Tabela 2 – Valores para as probabilidades de sobrevivência $p \in \overline{p}$ nas diversas regiões.

Conforme ilustrado pela Fig. 14(a), à vista da equação (4.106), os efeitos provocados pela matéria terrestre são consideráveis no espectro de neutrinos eletrônicos. Por outro lado, no espectro de antineutrinos eletrônicos, devido à supressão provocada pelo fator $\overline{P}_H \approx$ 0 e pela pequena mistura de antineutrinos na Terra, os efeitos da matéria terrestre são praticamente inexistentes.

Para a região II, as transições na camada ressonante H são incompletas. Assim, de acordo com o diagrama de *level crossing* 12(b), as seguintes transições ocorrem:

$$\overline{\nu}_e \to \overline{\nu}_1, \overline{\nu}_3, \quad \overline{\nu}_{\mu'} \to \overline{\nu}_2, \quad \overline{\nu}_{\tau'} \to \overline{\nu}_1, \overline{\nu}_3$$

Da equação (4.109), após utilizar o termo $\overline{P}_L \approx 0$, obtém-se

$$\overline{p} \approx \overline{P}_H |U_{e1}|^2 = \overline{P}_H \cos^2 \theta_{\odot}. \tag{4.121}$$

Logo, os três espectros de neutrinos que chegam à Terra são compostos.

Para a região III, no canal de antineutrinos, as transições são não adiabáticas na camada H. As seguintes transições, de acordo com a Fig. 12(b), ocorrem dentro da estrela

$$\overline{\nu}_e \to \overline{\nu}_{1m}, \quad \overline{\nu}_{\tau'} \to \overline{\nu}_{3m}, \quad \overline{\nu}_{\mu'} \to \overline{\nu}_{2m},$$

Assim, fazendo uso das probabilidades de sobrevivência à vista de que que $P_L = 0$ e $P_H \neq 0$, encontramos para a região III que o fluxo é composto tanto para $\overline{\nu}_e$ quanto para ν_e e ν_x .

		Pico de	Espectro		efeitos terrestre	
	Hierarquia	Neutronização	$ u_e$	$\overline{ u}_e$	$ u_e$	$\overline{\nu}_e$
Ι	Normal	$\approx \nu_x$	Duro	Composto	≈ 0	Sim
	Invertida	$ u_e, u_x$	Composto	Duro	Sim	pprox 0
Π	Normal	$ u_e, u_x$	Composto	Composto	Sim	Sim
	Invertida	$ u_e, u_x$	Composto	Composto	Sim	Sim
III	Normal	$ u_e, u_x$	Composto	Composto	Sim	Sim
	Invertida	$ u_e, u_x$	Composto	Composto	Sim	Sim

Tabela 3 – Efeitos observados nas diversas regiões. Para (i) pico de neutronização, (ii) natureza final do espectro de $\nu_e \in \overline{\nu}_e$ e (iii) os efeitos na matéria terrestre.

A tabela 2 apresenta os diversos valores de $p \in \overline{p}$ para a hierarquia normal e invertida nas regiões I, II ou III. Já a tabela 3 resume as informações acerca dos (i) canais nos quais o pico de neutronização ocorre: com isso, tem-se que ν_x significa o quase desaparecimento do pico a partir do canal ν_e , ou seja, isso corresponde a uma supressão por meio do fator $|U_{e3}|^2 = (0,024 \pm 0,002)$. Em (ii), tem-se uma característica quantitativa para os espectros $\nu_e \in \overline{\nu}_e$.

Tanto para os canais de ν_e quanto para $\overline{\nu}_e$, os efeitos da matéria terrestre são significativos, de acordo com as equações (4.106), (4.113) e da Fig. 14.

4.6 Neutrinos da SN1987A

Esta seção tem como objetivo realizar uma descrição "tradicional" da SN1987A, especialmente no que se refere à emissão de antineutrinos eletrônicos. Apresentaremos também os principais detectores que forneceram as medidas da SN1987A com suas respectivas características e informações.

Após a observação feita por Kepler em 1604, a SN1987A marcou-se por ser a descoberta da mais próxima SN verificada. Ocorreu em uma pequena galáxia satélite muito próxima da Via Láctea, a Grande Nuvem de Magalhães (GNM), a uma distância de 50 kpc (165,000 anos-luz). A Fig. 15 ilustra o antes e o depois da explosão da SN1987A. Este evento foi perto o suficiente para que vários detectores subterrâneos, que estavam em uso,



Figura 15 – Antes e depois da explosão: SN1987A. Ocorreu em uma pequena galáxia satélite muito próxima da Via Láctea, a Grande Nuvem de Magalhães (GNM), a uma distância de 50 kpc (165,000 anos-luz).

Fonte: Ref. [58].

conseguissem detectar o fluxo de neutrinos emitidos pelo colapso do núcleo da supergigante azul Sanduleak-69202, a estrela progenitora. Os neutrinos verificados foram registrados no dia 23 de fevereiro de 1987 às 7:35:40 UT, enquanto a primeira evidência do sinal óptico às 10:38 UT [61].

Os principais detectores que forneceram informações dos neutrinos da SN foram: Cherenkov Kamiokande-II (KII) e Irvine-Michigan-Brookhaven (IMB). Um outro detector é o Baksan Scintillator Telescope (BST), que detectou neutrinos, porém em menor quantidade. O detector Mont Blanc também conseguiu detectar neutrinos, mas suas observações captaram uma flutuação de eventos de fundo e não o sinal da SN1987A. Mont Blanc foi construído para observar neutrinos de supernova oriundos do colapso de núcleo à distância de 10 kpc. Suas observações ocorrem 5 h antes dos outros detectores e não houve outro evento contempo-



Figura 16 – Eficiências para os detectores KII, IMB e Baksan na detecção de neutrinos de SN1987A.

râneo observado pelos demais. Assim, os dados coletados por este detector são relativamente contraditórios. O volume relevante de IMB para SN1987A foi de 6,8 kton, enquanto que para KII foi 2,14 kton e 200 ton para Baksan. Em termos de prótons, a correspondência é de 4,6 × 10³² para IMB, 1,43 × 10³² para KII e 1,88 × 10³¹ para Baksan.

Os detectores IMB e KII medem os neutrinos por meio da luz Cherenkov que é emitida por partículas secundárias carregadas. O detector KII foi transformado em Super-Kamiokande (SK), já o IMB não se encontra em funcionamento. Baksan realizou suas medidas por meio da luz cintilante produzida por partículas secundárias carregadas. A Fig. 16 mostra uma comparação da eficiência dos três detectores.

Na água, os processos relevantes de interação de neutrinos são: *i*) espalhamento elástico em elétrons, $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$; *ii*) decaimento beta inverso por corrente carregada, $\overline{\nu_e} + p \rightarrow n + e^+$; *iii*) também por corrente carregada, $\nu_e + O^{16} \rightarrow e^- + F^{16}$. Para a reação beta inverso, a seção de choque é dada por

$$\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} \cos^2 \theta_C \left(C_V^2 + 3C_A^2 \right) p_e E_e \left(1 + \delta \right) = 9,4 \times 10^{-44} cm^2 (1 + \delta) p_e E_e / MeV^2, \quad (4.122)$$

em que G_F representa a constante de Fermi e $\cos^2 \theta \approx 0,95$ é o ângulo de Cabibbo, p_e e E_e são, nesta ordem, o momento e a energia do pósitron. As constantes $C_V = 1$ e $C_A = 1,26$ são constantes de acoplamento fraca vetorial (corrente carregada) e axial, respectivamente. Por fim, δ é uma constante que incorpora pequenas correções no recuo do núcleon, coulombiana,



Figura 17 – Seção de choque na colisão de neutrinos com outros alvos num detector de água do tipo Cherenkov.

radioativa e magnética [62]. Deixando de lado o efeito do recuo, temos que

$$E_e = E_\nu - m_n + m_p \approx E_\nu - 1, 3MeV.$$

O limiar desta expressão é próximo de 1,8 MeV, pois a energia mínima de E_e é m_e .

Para $\nu_e + O^{16}$, a expressão geral é bem mais complicada. Uma aproximação, que busca a simplificação, é tomar somente o 2⁻ como estado do núcleo de F^{16} , assim [63]

$$\sigma \approx 1, 1 \times 10^{-44} cm^2 (E_{\nu}/MeV - 13)^2. \tag{4.123}$$

O gráfico 17 mostra todas as seções de choque relevantes por molécula de água em função da energia do neutrino E_{ν} . Note que as curvas apresentam um fator 10 para elétrons (dez por molécula de H_2O) e 2 por alvo de próton (dois por molécula de H_2O). A seção de choque $\nu_e + O^{16}$, acima de seu limiar, cresce rapidamente. Logo, este é o processo dominante para ν_e . Contudo, para observar neutrinos oriundos de SN, $\overline{\nu}_e + p$ é o processo absolutamente dominante, pois a energia das espécies de neutrinos é similar.

O detector Baksan possui um cintilador orgânico, cuja composição é basicamente formada por moléculas de alcanos e hidrocarbonetos de fórmula geral $C_n + H_{2n+2}$, com $n \approx 9$. Neste detector, o decaimento beta inverso também é a reação dominante e o espalhamento elástico em elétrons é possível. O processo $\nu_e + C^{12} \rightarrow N^{12} + e^-$ ocorre para $E_{\nu_e} > 30$ MeV.

À vista das curvas de eficiência dos detectores e a seção de choque (dada pela equação (4.122)) podemos calcular, por meio da reação dominante $\overline{\nu}_e + p$ nos detectores, o número de



Figura 18 – À esquerda mostramos o espectro de neutrinos normalizado para uma distribuição de Maxwell-Boltzmann (tracejada) e para uma Fermi-Dirac com um parâmetro $\eta = 2$ (sólida). Na figura à direita o número de eventos $\overline{\nu}_e$ esperados por intervalo de energia para KII e IMB, sendo que a curva sólida é para uma distribuição de neutrinos sem o fator η , enquanto que a tracejada considera tal fator.

eventos esperados por intervalo de energia. O gráfico 18 utiliza do fluxo de $\overline{\nu}_e$, calculado por Burrows em 1988 [64], para uma supernova a mesma distância de SN1987A e o número de eventos por intervalo de energia em KII. Na Fig. 18, a curva tracejada considera uma emissão completamente térmica, ou seja, uma emissão do tipo Maxwell-Boltzmann; já a curva sólida leva em conta o fator de degenerescência igual a $\eta_{\nu} = 2$, pois o espectro de neutrinos é bem descrito por uma forma espectral do tipo Fermi-Dirac [65]

$$\frac{dL_{\nu}}{dE_{\nu}} \propto \frac{E_{\nu}^{3}}{1 + \exp\left(E_{\nu}/T_{\nu} - \eta_{\nu}\right)}.$$
(4.124)

Uma maneira distinta de calcular o número de eventos é

$$N_{e\nu} = N_p \times F_{\overline{\nu}_e} \times \sigma,$$

em que N_p é o número de alvos, $F_{\overline{\nu}_e}$ o fluxo de neutrinos (que depende do modelo de emissão de neutrinos) e σ a seção de choque dada pela equação (4.122). Assim, obtêm-se 11 eventos para KII e 3,9 para IMB.

Diferentemente dos detectores do tipo cintilação, os detectores do tipo Cherenkov determinam a direção do evento, ou melhor, a direção do pósitron emitido na reação IBD por meio da direcionalidade da luz Cherenkov emitida. Contudo, a principal limitação é a existência de múltiplos espalhamentos coulombianos no meio onde ocorre a detecção dos neutrinos. O desvio angular devido a múltiplos espalhamentos foi calculado por Hirata em 1991 [66]. O valores encontrados foram: 34° para energia do pósitron de 5 MeV até 22° para energia do pósitron de 20 MeV.

Uma vez que as colisões elásticas preservam a direção do movimento (relativo ao neutrino incidente) de léptons carregados, a principal limitação para reconstrução de direção do neutrino são os múltiplos espalhamentos coulombianos. Obtêm-se uma distribuição angular e isotrópica para a reação $\overline{\nu}_e + p$, mesmo apresentando uma pequena assimetria angular de 10% [67]. Por outro lado, a reação $\nu_e + O^{16}$ fornece uma distribuição quase que isotrópica, proporcional a $1 - \frac{1}{3}\cos\Theta$ [68]. SN produzem, em números iguais, todos os sabores de (anti)neutrinos. Portanto, o sinal proveniente de SN é dominado pela reação isotrópica $\overline{\nu}_e + p$.

A tabela 4 mostra informação a respeito dos três experimentos citados: número do evento (Evento), tempo em segundos $(t_i(s))$, ângulo no caso de detectores do tipo Cherenkov (θ_i) com seu erro associado, energia do evento detectado $(E_i(\text{MeV}))$, ou seja, do pósitron, e o seu erro associado $(\sigma_i(\text{MeV}))$. Na Fig. 19 os (anti)neutrinos, ou melhor, a energia produzida pelos pósitrons na reação IBD, foram detectados na distribuição temporal. Os círculos cheios correspondem a eventos e os círculos vazios estão relacionados aos eventos de fundo. Podemos reconstruir a energia do pósitron ou do elétron por meio da quantidade total de luz Cherenkov ou cintilante emitida. A energia é quase proporcional (considerando pequenas energias) ao número de fotomultiplicadoras atingidas em um evento. Verifica-se que a energia do neutrino na reação IBD é cerca de 2 MeV maior que a energia do pósitron detectado. Isto se deve ao fato de que existe um limiar na reação e efeitos de recuo. Para as improváveis colisões entre ν_e , o estado final da distribuição de energia dos elétrons é amplo, assim somos permitidos a dar apenas um limite inferior à energia do neutrino.

A precisão no tempo absoluto no IMB é dentro de ± 50 ms, enquanto o de KII é dentro de ± 1 min. Para Baksan, a incerteza é de +2/-54 s, apresentando um comportamento estranho. Então, os relógios dos detectores não são sincronizados. Contudo, levando em conta as incertezas temporais, os eventos foram relacionados a uma única explosão de SN1987A. O gráfico 20 exibe o ângulo Θ relativo à direção oposta da SN, ou seja, relativo à direção do fluxo de neutrino.

Poderíamos, a princípio, ter associado os eventos observados a flutuações raras de eventos de fundo. No entanto, o grupo Kamiokande encontrou uma probabilidade de $0, 6 \times 10^{-7}$ de que o efeito observado estivesse associado a flutuações aleatórias de fundo constante.

O grupo Kamiokande encontrou 53 eventos que estão vinculados a eventos de fundo temporalmente relacionados. Assim, qualquer agrupamento associado a um múon de alta

Evento	$t_i(s)$	$E_i(MeV)$	$\sigma_i(\text{MeV})$	$\theta_i(deg)$				
Kamiokande II								
1	$\equiv 0.0$	20.0	2.9	18 ± 18				
2	0.107	13.5	3.2	40 ± 27				
3	0.303	7.5	2.0	108 ± 32				
4	0.324	9.2	2.7	70 ± 30				
5	0.507	12.8	2.9	135 ± 23				
6	0.686	6.3	1.7	68 ± 77				
7	1.541	35.4	8.0	32 ± 16				
8	1.728	21.0	4.2	30 ± 18				
9	1.915	19.8	3.2	38 ± 22				
10	9.219	8.6	2.7	122 ± 30				
11	10.433	13.0	2.6	49 ± 26				
12	12.439	8.9	1.9	91 ± 39				
13	17.641	6.5	1.6	-				
14	20.257	5.4	1.4	-				
15	21.355	4.6	1.3	-				
16	23.814	6.5	1.6	-				
		IMB						
1	$\equiv 0.0$	38	7	48 ± 10				
2	0.412	37	7	44 ± 15				
3	0.650	28	6	56 ± 20				
4	1.141	39	7	65 ± 20				
5	1.562	36	9	33 ± 15				
6	2.684	36	6	52 ± 10				
7	5.010	19	5	42 ± 20				
8	5.582	22	5	104 ± 20				
Baksan								
1	$\equiv 0.0$	12.0	2.4	-				
2	0.435	17.9	3.6	-				
3	1.710	23.5	4.7	-				
4	7.687	17.6	3.5	-				
5	9.099	20.3	4.1	-				

Tabela 4 – Dados detectados por Kamiokande-II, IMB e Baksan para a SN1987A. Fonte: Ref. [8].



Figura 19 – Neutrino de SN1987A pelos detectores de KII, IMB e Baksan. As figuras apresentam as energias dos pósitrons detectados e não dos neutrinos. Na área escura a eficiência do gatilho é menor que 30%. Os círculos não pintados são aqueles usualmente considerados como eventos de fundo.

energia se torna suspeito. Realiza-se um corte nos dados para que o função não encontre nenhum fundo com multiplicidade 3 ou maior em grupos de dados de 100 dias [66]. Portanto, é altamente improvável que o agrupamento de eventos 10 - 12 nos dados de KII tenha sido causado por eventos de fundo.

O detector Baksan possui uma taxa de fundo maior. Com a frequência de 1 por dia, agrupamentos de eventos de multiplicidade 5 ou mais, dentro de 9 s, são detectados. Logo, a probabilidade para tal fundo ser agrupada em um minuto em IMB e KII como eventos é de 5×10^{-4} .

O espectro de emissão dos neutrinos não é do tipo Fermi-Dirac (espectro de corpo



Figura 20 – Neutrinos de SN1987A detectados por KII e IMB, mostrando a direcionalidade dos eventos.

negro), mas sim, modificado. Isto é, ambas as caudas de alta e baixa energia são suprimidas com relação às caudas do espectro de corpo negro, supondo mesma energia média. Por meio de simulações numéricas da Ref. [69] e confirmadas por [70], obtém-se a evolução temporal da luminosidade do neutrino e da energia média, conforme Fig. 21. Estima-se [71, 72] que as energias médias integradas no tempo são

$$\langle E_{\nu_e} \rangle \approx 10 MeV, \ \langle E_{\overline{\nu}_e} \rangle \approx 15 MeV, \ \langle E_{\nu_x} \rangle \approx 20 MeV$$

$$(4.125)$$

O espectro de energia dos ν_e 's e $\overline{\nu}_e$'s é mostrado por meio de simulações numéricas das referências [69, 73], conforme Fig. 22. Contudo, o modelo de referência [73] não consegue descrever corretamente o fenômeno de explosão da SN, que é uma dificuldade constante nas simulações numéricas. As curvas pontilhadas na Fig. 22 representam as aproximações de Fermi-Dirac, escritas abaixo [74]

$$\frac{dN}{dE} = \frac{120L}{7\pi^4 T^4} \frac{E^2}{e^{E/T} + 1},\tag{4.126}$$



Figura 21 – Evolução temporal da luminosidade do neutrino e da energia média. O tempo tem início no começo do colapso. O painel da esquerda mostra a fase inicial com uma coordenada temporal linear. Enquanto que o painel da direita trata da evolução temporal 10 s após o começo do colapso usando uma coordenada logarítmica para o tempo. As linhas tracejadas são para ν_e , as linhas sólidas para $\overline{\nu}_e$ e linha tracejada-ponto para os outros tipos de neutrinos.

em que

$$T = \frac{180\zeta(3) \langle E \rangle}{7\pi^4} \approx 0,3173 \langle E \rangle$$

é a temperatura efetiva, $\zeta(3) \approx 1,20206$ a função zeta de Riemann de 3 e

$$L = \int_0^\infty E dE \left(\frac{dN}{dE}\right)$$

a luminosidade total. Em praticamente todas as simulações numéricas, a luminosidade dos diversos sabores de neutrinos integrada no tempo foi aproximadamente igual. Para um melhor ajuste no espectro obtido nas simulações de SN, adiciona-se um parâmetro η que funciona como um potencial químico efetivo, assim

$$\frac{dN}{dE} = \frac{L}{F(\eta)T^4} \frac{E^2}{e^{E/T-\eta} + 1},$$
(4.127)

em que

$$F(\eta) = \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^{x-\eta} + 1}$$



Figura 22 – No gráfico à esquerda mostramos a luminosidade do espectro de ν_e para uma supernova de $11M_{\odot}$. O gráfico na direita apresenta a luminosidade para o espectro de $\overline{\nu}_e$ 15 s após o rebote.

Para o caso em questão, $\langle E \rangle / T \approx 3,1514 + 0,1250\eta + 0,0429\eta^2 + 0(\eta^3)$. Os valores típicos de η são: $\eta_{\nu_e} \approx 2, \eta_{\overline{\nu_e}} \approx 3$ e $\eta_{\nu_x} \approx 1$ [74]. Uma outra parametrização que é comumente usada do espectro de neutrinos é [74, 75]

$$\frac{dN}{dE} = \frac{\left(1+\beta\right)^{1+\beta}L}{\Gamma\left(1+\beta\right)\overline{E}^2} \left(\frac{E}{\overline{E}}\right)^{\beta} e^{-1(1+\beta)E/\overline{E}},\tag{4.128}$$

em que L representa a energia total liberada em forma de neutrinos, \overline{E} a energia média do neutrino e β um parâmetro.

Longe e fora da neutrinosfera, no cenário de explosão atrasada, o choque interrompido fica a um raio de aproximadamente 100 - 300 km. Após o choque, a temperatura é aproximadamente 1,5 MeV e a densidade da ordem de 10^8 g/cm³. A explosão da SN é devido à captura de 5 - 10% do fluxo térmico de neutrinos emitidos pela neutrinosfera, que reaviva a onda de choque. Os neutrinos e antineutrinos eletrônicos carregam a maior parte da energia depositada.

Para gerar a explosão, uma quantidade suficiente de energia deve ser depositada atrás da onda de choque. Assim, aproximadamente meio segundo depois do rebote, o choque é revivido e empurra as camadas externas. Contudo, a maior parte das simulações unidimensionais (esfericamente simétricas) [71, 73, 76, 77, 78] não é bem sucedida. Recentemente, grupos que optaram pelas simulações multidimensionais, obtiveram resultados bem sucedidos em explosões [79, 80, 81, 82], parcialmente bem sucedidas [83] e resultados negativos [70, 84]. As simulações multidimensionais levam em consideração os efeitos da convecção, que por sua vez, otimiza a eficiência do acúmulo de energia na onda de choque pelos neutrinos.

A matéria continua a ser acretada na PNS, durante o tempo em que o choque está parado, passando através do choque. Os núcleons livres, elétrons e fótons compõem o material quente que está atrás da onda de choque. Esse material é aquecido pelo acréscimo, produzindo neutrinos e antineutrinos por meio dos processos descritos nas equações (2.23) e (2.27). Uma vez que o choque interrompido está fora da neutrinosfera, tais neutrinos podem escapar da estrelar e ocasionar o que denominamos de "corcova" na curva de luminosidade de neutrinos. Devido à densidade da matéria ser opaca no choque com neutrinos de alta energia, a energia média dos neutrinos nesta fase de corcova é pequena. Assim, o choque vai revivendo gradualmente 0,5 s após o rebote, portanto, a densidade da matéra diminui e a energia média aumenta.

4.7 Massa dos Neutrinos

Os primeiros a discutir a ideia de restringir a massa dos neutrinos a partir da observação de neutrinos de SN foram: Zatsepin em 1968[85], Cabibbo [86] e Piran [87] em 1980. Nesta seção, faremos uso das informações coletadas acerca dos neutrinos provenientes da SN1987A. A partir de argumentos puramente cinemáticos, chegaremos a um valor limite para a massa do neutrino.

Um neutrino ultrarrelativístico, cuja massa é muito menor que sua energia, propaga-se com uma velocidade

$$v = \frac{p}{E} = \sqrt{1 - \frac{m^2}{E^2}} \simeq 1 - \frac{m^2}{2E^2}.$$
 (4.129)

Ao compararmos o atraso no tempo de voo de um neutrino massivo com respeito a uma partícula são massiva (fóton ou um gráviton) ambos emitidos a mesma distância D, temos que

$$\Delta T = \frac{D}{v} - D \simeq \frac{m^2}{2E^2} D = 2,57 \left(\frac{m}{eV}\right)^2 \left(\frac{E}{MeV}\right)^{-2} \frac{D}{50kpc} s.$$
 (4.130)

Assumindo que D seja conhecido, E mensurável e ΔT_0 a duração intrínseca da emissão de neutrinos durante uma explosão, se a observação de eventos separadamente for maior que ΔT_0 , podemos extrair medidas da sua massa. Neutrinos que foram produzidos com a mesma energia e possuem largura ΔE no espectro de energia, para uma distância D, atingem o detector em um intervalo de tempo de

$$\Delta T \simeq \frac{m^2}{E^2} D \frac{\Delta E}{E}.$$
(4.131)

Assim, a sensibilidade do modelo para a massa do neutrino exige que o intervalo de tempo seja menor do que a duração intrínseca da explosão de neutrinos, ou seja,

$$\Delta T < \Delta T_0 \le \Delta T_{obs},\tag{4.132}$$

em que ΔT_{obs} é o intervalo de tempo observado da explosão de neutrinos. Logo, a desigualdade apresentada na equação (4.132) implica em um limite superior

$$m \lesssim E \sqrt{\frac{E}{\Delta E} \frac{\Delta T_{obs}}{D}} \simeq 14 eV \left(\frac{E}{10 M eV}\right) \sqrt{\frac{E}{\Delta E}} \left(\frac{\Delta T_{obs}}{10 s}\right)^{1/2} \left(\frac{50 kpc}{D}\right)^{1/2}.$$
 (4.133)

Assim, algumas vantagens em utilizar informações sobre neutrinos de SN para extrair informações acerca da massa dessas partículas são: grande distância, uma rápida explosão de neutrinos, neutrinos de baixa energia e uma grande variedade de energia. Entretanto, aumentar a distância resulta em uma diminuição no fluxo de neutrino no detector (proporcional a D^{-2}), na energia e, consequentemente, na taxa de eventos detectados. Os neutrinos provenientes de SN, em geral, possuem energia da ordem de 10 MeV, assim os detectores existentes só permitem a observação de neutrinos produzidos em SN da nossa galáxia ou em seus satélites.

Com um intervalo de tempo observado de aproximadamente 12 s, a SN1987A ocorreu à uma distância de 50 kpc. As medidas da explosão dos seus neutrinos obtiveram uma média de energia de $\simeq 15$ MeV com $\Delta E \sim 15$ MeV. Não levando em consideração a mistura entre os neutrinos e assumindo que os eventos observados foram exclusivamente devido aos antineutrinos de elétron, temos um modelo independente para o limite da massa de

$$m_{\nu_e} \lesssim 23 \,\mathrm{eV}.$$
 (4.134)

Uma análise precisa nos fornece [88]

$$m_{\nu_e} < 5,7 \,\mathrm{eV} \quad (95\% \,\mathrm{CL}).$$
 (4.135)

Entretanto, vemos que esse modelo cinemático leva a um valor que está errado por uma ordem de grandeza.

4.8 DUNE

O detector que possui maior potencial para a detecção dos sinais de neutrinos provenientes de SN é o *Deep Underground Neutrino Experiment* (DUNE) [89], que consiste em



Figura 23 – Esquema de construção do DUNE (Deep Underground Neutrino Experiment). O detector que possui maior potencial para a detecção dos sinais de neutrinos provenientes de SN.

um experimento internacional, visando à ciência de neutrinos e ao estudo do decaimento de prótons.

A composição esquemática do DUNE, conforme Fig. 23, será de dois detectores de neutrinos: um localizado na Batavia, no *Fermi National Accelerator Laboratory*, que irá gravar as interações de partículas próximas à fonte para precisar o fluxo de neutrino emitidos pelo acelerador; o outro detector (que será maior do que o primeiro, contendo 40 kton de Argônio), instalado à distância de 1300 km da fonte, será localizado na Dakota do Sul em *Sanford Underground Research Laboratory*. O fluxo de neutrinos será fornecido pelo *Longbaseline Neutrino Facility*.

No próximo fenômeno de explosão de SN, dentro dos limites do detector de cerca de 40 kton de Ar, esse experimento pretende interpretar os sinais formados por essas partículas analisando: a hierarquia de massa para os neutrinos, a velocidade com que a onda de choque se propaga, o perfil de densidade de matéria e as oscilações dentro da SN. A Fig. 24 mostra o número de interações esperadas de neutrinos de SN para diferentes massas do detector. Note que para uma distância de 50 kpc, igual a da SN1987A, são esperados por volta de 100 eventos, que é um número muito maior (quase 5 vezes) que a quantidade de neutrinos observadas nesse último evento de explosão de SN.



Figura 24 – Número de interações com neutrinos de SN em um detector do tipo LAr em função da distância para diferentes massas do detector.

5 CONCLUSÕES

A física de neutrinos nos direciona para uma melhor compreensão do Universo. Isto ocorre pelo fato de os neutrinos possuírem uma interação muito fraca com a matéria. Assim, eles conseguem carregar informações puras sobre os mais variados fenômenos.

Em particular, no que diz respeito às explosões de Supernovas, um dos temas abordados neste trabalho, o neutrino atravessa todo aquele cenário catastrófico e turbulento de maneira incólume. Por outro lado, ondas eletromagnéticas, que também são emitidas durante a explosão de uma Supernova, são caracterizadas por interagir com uma elevada seção de choque. Assim, em um meio extremamente denso, grande parte dessas ondas fica aprisionada naquele meio, como consequência, só podemos observar os fótons que foram produzidos nas regiões mais externas da estrela. Portanto, o estudo desta emissão, que só atinge a Terra após algumas horas do início da explosão, não pode explicar o que acontece nos primeiros segundos do colapso, que se caracteriza por rápidas mudanças na dinâmica do núcleo interno.

Apesar de várias tentativas de se compreender os mecanismos físicos que conduzem ao colapso do núcleo e, consequentemente, à explosão, o cenário ainda não está completo e ainda não há uma modelo geral que explique tais mecanismos. A principal fonte de informações sobre este fenômeno provém da detecção de ondas eletromagnéticas, de neutrinos e de ondas gravitacionais emitidas durante a explosão de Supernovas.

Embora temos conhecimento sobre a existência da massa dos neutrinos, não sabemos o valor exato dela. Esforços provenientes de experimentos cosmológicos, auxiliados por "surveys" experimentais de estruturas de larga escala e também por experimentos que medem a anisotropia na radiação cósmica de fundo em micro-ondas, conseguem colocar limites severos na massa dos neutrinos [18].

No capítulo 2, focamos na dinâmica de explosão para SN de colapso de núcleo. A teoria mais estudada e aceita para explicar este fenômeno é o mecanismo impulsionado por neutrinos, conhecido também por cenário de Bethe e Wilson ou mecanismo de explosão atrasada. O neutrino desempenha, teoricamente, um papel crucial nesta dinâmica. Pois, além do transporte de energia realizado, o neutrino oferece uma assistência energética na explosão da estrela, em uma fase inicial e intensamente luminosa, que denominamos de acreção. No cenário de explosão atrasada, adicionalmente à fase de explosão imediata de neutrinos eletrônicos e da emissão térmica de todos os outros sabores de neutrinos, que usualmente chamamos de fase de resfriamento, temos uma fase chamada de acreção que

prolonga o pico de luminosidade térmica por um tempo, da ordem de meio segundo.

No capítulo 3, o ponto crucial, para nossos propósitos, foi o entendimento dos efeitos da matéria. A presença de um meio material gera um potencial fraco que afeta as fases de cada estado, afetando assim a propagação e a conversão de neutrinos. A equação (3.87) implica que os autoestados de massa efetiva não são autoestados de propagação se o meio não for uniforme. Portanto, os termos não diagonais representam a variação do ângulo de mistura no percurso do neutrino. Estes termos não diagonais são responsáveis por um novo efeito: a probabilidade não nula de transição entre os autoestados de massa efetiva, $\langle \tilde{\nu}_1 | \tilde{\nu}_2 \rangle \neq 0$. Assim, durante o trajeto de um neutrino, na presença de um meio material, um estado $|\tilde{\nu}_1\rangle$ pode ser convertido em $|\tilde{\nu}_2\rangle$. Tal efeito é denominado de "transição não-adiabática" e causa alterações na probabilidade de detecção de sabores. Entretanto, mesmo que não ocorra transições não-adiabáticas, a variação do meio leva a outros efeitos.

No capítulo 4, foi realizada uma revisão bibliográfica do artigo [7], porém em um contexto atual, assim, estudamos apenas a solução LMA, pois essa foi a solução que prevaleceu após os experimentos em neutrinos solares (SNO) e KamLAND. Com isso, pode-se fazer previsões mais precisas, no que diz respeito aos efeitos de conversão dos neutrinos na SN. Entretanto, algumas incertezas na teoria ainda estão pendentes, como por exemplo: a questão da hierarquia de massa, dificultando a compreensão do fenômeno de oscilação dos neutrinos de SN.

Neste trabalho, apresentamos uma revisão bibliográfica que visou ao estudo e ao entendimento sobre neutrinos provenientes de Supernovas. Para isso, foi necessário conhecimento sobre: o que são as Supernovas, quais são os tipos conhecidos de Supernovas e o mecanismo de explosão mais aceito pela comunidade científica. Também estudamos os principais efeitos da oscilação quântica de neutrinos, o efeito MSW, a oscilação no vácuo e no meio em um ambiente adiabático e não adiabático, cruciais para compreender a oscilação de neutrinos em SN.

REFERÊNCIAS

1 PAULI, W. W. Pauli's Letter of December 4th, 1930. 1930. Disponível em: ">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archive/guide/letters>">http://library.web.cern.ch/archives/Pauli_archiveguide/letters>">http://library.web.cern.ch/archiveguide/letters>">http://library.web.cern.ch/archiveguide/letters>">http://library.web.cern.ch/archiveguide/letters>">http://library.web.cern.ch/archi

2 SOLOMEY, N. The elusive neutrino. [S.l.]: Scientific american library, 1997.

3 ABDALLA, M. C. B.; NETO, T. V. Novas janelas para o Universo. [S.I.]: UNESP, 2005.

4 COWAN, C. L. et al. Detection of the free neutrino: a confirmation. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 124, n. 3212, p. 103–104, 1956. ISSN 0036-8075. Disponível em: http://science.sciencemag.org/content/124/3212/103. Acesso em: 20 set. 2016.

5 REINES, F.; COWAN, C. L. The neutrino. *Nature*, Los Alamos Scientific Lab., N. Mex., v. 178, n. 4531, p. 446–449, 1956.

6 WU, C. S. et al. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 105, p. 1413–1415, Feb 1957. Disponível em: <<u>http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.105.1413</u>>. Acesso em: 20 set. 2016.

7 DIGHE, A. S.; SMIRNOV, A. Y. Identifying the neutrino mass spectrum from a supernova neutrino burst. *Physical Review D*, APS, v. 62, n. 3, p. 033007, 2000.

8 GIUNTI, C.; KIM, C. W. Fundamentals of neutrino physics and astrophysics. [S.l.]: Oxford university press, 2007.

9 BAADE, W.; ZWICKY, F. Remarks on super-novae and cosmic rays. *Physical Review*, APS, v. 46, n. 1, p. 76, 1934.

10 BARBON, R.; CAPPELLARO, E.; TURATTO, M. The asiago supernova catalogue. Astronomy and Astrophysics Supplement Series, v. 81, p. 421, 1989.

11 GREEN, D. A.; STEPHENSON, F. R. Historical supernovae. In: Supernovae and Gamma-Ray Bursters. [S.l.]: Springer, 2003. p. 7–19.

12 POLCARO, V.; MARTOCCHIA, A. Supernovae astrophysics from middle age documents. *Proceedings of the International Astronomical Union*, Cambridge Univ Press, v. 1, n. S230, p. 264–268, 2005.

13 SHAPIRO, S. L.; TEUKOLSKY, S. A. Black holes, white dwarfs and neutron stars: the physics of compact objects. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.

14 CHANDRASEKHAR, S. An introduction to the study of stellar structure. [S.l.]: Courier Corporation, 1957. v. 2.

15 LANDAU, L. D. On the theory of stars. Phys. Z. Sowjetunion, v. 1, n. 285, p. 152, 1932.

16 PHILLIPS, M. M. The absolute magnitudes of type ia supernovae. *The Astrophysical Journal*, v. 413, p. L105–L108, 1993.

17 SIGNORE, M.; PUY, D. Supernovae and cosmology. *New Astronomy Reviews*, Elsevier, v. 45, n. 4, p. 409–423, 2001.

18 TORRES, F. R. *Tese de Doutoramento-Neutrinos de Supernova*. 134 p. Tese (Doutorado em física) — Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, Campinas, Brasil, 2010.

19 RAFFELT, G. G. Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles. [S.l.]: University of Chicago press, 1996.

20 KIPPENHAHN, R.; WEIGERT, A.; WEISS, A. Stellar structure and evolution. [S.l.]: Springer, 1990. v. 44.

21 WOOSLEY, S.; JANKA, T. The physics of core-collapse supernovae. *Nature Physics*, Nature Publishing Group, v. 1, n. 3, p. 147–154, 2005.

22 BETHE, H. A. Supernova mechanisms. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 62, n. 4, p. 801, 1990.

23 BARON, E.; COOPERSTEIN, J. Initial models and the prompt mechanism of sn ii. In: *Supernovae*. [S.l.]: Springer, 1991. p. 342–351.

24 IVANOV, M.; SHULMAN, G. Photodissociation of iron nuclei during the collapse of a magnetic star. *Astronomicheskii Zhurnal*, v. 67, p. 326–333, 1990.

25 BURROWS, A.; KLEIN, K.; GANDHI, R. The future of supernova neutrino detection. *Physical Review D*, APS, v. 45, n. 10, p. 3361, 1992.

26 SHAPIRO, S.; TEUKOLSKY, S. Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects. Research supported by the National Science Foundation. [S.l.]: New York, Wiley-Interscience, 1983.

27 COLGATE, S. A.; WHITE, R. H. The hydrodynamic behavior of supernovae explosions. *The astrophysical journal*, v. 143, p. 626, 1966.

28 BETHE, H. A.; WILSON, J. R. Revival of a stalled supernova shock by neutrino heating. *The Astrophysical Journal*, v. 295, p. 14–23, 1985.

29 JANKA, H. et al. Explosion mechanisms of core-collapse supernovae. arXiv preprint arXiv:1206.2503, 2012.

30 BURROWS, A. et al. Features of the acoustic mechanism of core-collapse supernova explosions. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 655, n. 1, p. 416, 2007.

31 PONTECORVO, B. Neutrino experiments and the problem of conservation of leptonic charge. *Sov. Phys. JETP*, v. 26, n. 984, p. 25, 1968.

32 JR, R. D.; HARMER, D. S.; HOFFMAN, K. C. Search for neutrinos from the sun. *Physical Review Letters*, APS, v. 20, n. 21, p. 1205, 1968.

33 FUKUDA, S. et al. Tau neutrinos favored over sterile neutrinos in atmospheric muon neutrino oscillations. *Physical Review Letters*, APS, v. 85, n. 19, p. 3999, 2000.

34 MAKI, Z.; NAKAGAWA, M.; SAKATA, S. Remarks on the unified model of elementary particles. *Progress of Theoretical Physics*, Oxford University Press, v. 28, n. 5, p. 870–880, 1962.

35 PONTECORVO, B. Neutrino experiments and the problem of conservation of leptonic charge. *Sov. Phys. JETP*, v. 26, n. 984, p. 25, 1968.

36 GRIBOV, V.; PONTECORVO, B. Neutrino astronomy and lepton charge. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 28, n. 7, p. 493–496, 1969.

37 SUTTON, C. Spaceship neutrino. [S.l.]: Cambridge University Press, 1992.

38 CUESTA, A. J.; NIRO, V.; VERDE, L. Neutrino mass limits: Robust information from the power spectrum of galaxy surveys. *Physics of the Dark Universe*, v. 13, p. 77 – 86, 2016. ISSN 2212-6864. Disponível em: <<u>http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/</u> S2212686416300267>. Acesso em: 20 set. 2016.

39 NAKAMURA, K.; GROUP, P. D. et al. Review of particle physics. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 37, n. 7A, p. 075021, 2010.

40 OLIVE, K. A. et al. Review of particle physics particle data group. *Chinese physics. C, High energy physics and nuclear physics*, Science Press, v. 38, n. 9, p. 090001, 2014 and 2015 update.

41 PAL, P. B. Particle physics confronts the solar neutrino problem. *International Journal of Modern Physics A*, World Scientific, v. 7, n. 22, p. 5387–5459, 1992.

42 VALDIVIESSO, G. d. A. Novos Limites para a Violação do Princípio da Equivalência em Neutrinos Solares. 147 p. Tese (Doutorado em física) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 2008.

43 MIKHEYEV, S. Nuovo cimento c 9 17 mikheyev sp and smirnov a yu 1985. *Yad. Fiz*, v. 42, p. 1441, 1986.

44 WOLFENSTEIN, L. Oscillations among three neutrino types and cp violation. *Physical Review D*, APS, v. 18, n. 3, p. 958, 1978.

45 ABE, S. et al. Precision measurement of neutrino oscillation parameters with kamland. *Physical Review Letters*, APS, v. 100, n. 22, p. 221803, 2008.

46 WILSON, J. et al. Stellar core collapse and supernovaa, b. Annals of the New York Academy of Sciences, Wiley Online Library, v. 470, n. 1, p. 267–293, 1986.

47 BROWN, G.; BETHE, H.; BAYM, G. Supernova theory. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 375, n. 3, p. 481–532, 1982.

48 GIUNTI, C.; LAVEDER, M. Neutrino mixing. arXiv preprint hep-ph/0310238, 2003.

49 KUO, T.; PANTALEONE, J. For reviews, see eg rev. Mod. Phys, v. 61, p. 937, 1989.

50 KUO, T.; PANTALEONE, J. Supernova neutrinos and their oscillations. *Physical Review D*, APS, v. 37, n. 2, p. 298, 1988.

51 MIKHEYEV, S.; SMIRNOV, A. Y. Resonant neutrino oscillations in matter. *Progress* in Particle and Nuclear Physics, Elsevier, v. 23, p. 41–136, 1989.

52 MOHAPATRA, R. N.; PAL, P. B. Massive neutrinos in physics and astrophysics. [S.1.]: World scientific, 2004. v. 72.

53 ZENER, C. Non-adiabatic crossing of energy levels. In: THE ROYAL SOCIETY. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.* [S.1.], 1932. v. 137, n. 833, p. 696–702.

54 BUCCELLA, F. et al. Supernova neutrino energy spectra and the msw effect. Zeitschrift für Physik C Particles and Fields, Springer, v. 73, n. 4, p. 633–639, 1997.

55 APOLLONIO, M. et al. Limits on neutrino oscillations from the chooz experiment. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 466, n. 2, p. 415–430, 1999.

56 APOLLONIO, M. et al. Limits on neutrino oscillations from the chooz experiment. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 466, n. 2, p. 415–430, 1999.

57 BOTELLA, F.; LIM, C.-S.; MARCIANO, W. Radiative corrections to neutrino indices of refraction. *Physical Review D*, APS, v. 35, n. 3, p. 896, 1987.

58 RAFFELT, G. Neutrinos and the stars. arXiv preprint arXiv:1201.1637, 2012.

59 JANKA, H.-T. When do supernova neutrinos of different flavors have similar luminosities but different spectra? *Astroparticle Physics*, Elsevier, v. 3, n. 4, p. 377–383, 1995.

60 SMIRNOV, A. Y.; SPERGEL, D. N.; BAHCALL, J. N. Is large lepton mixing excluded? *Physical Review D*, APS, v. 49, n. 3, p. 1389, 1994.

61 KUNKEL, W. et al. Supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud. *IAU Circ.*, v. 4316, p. 1, 1987.

62 VOGEL, P. Analysis of the antineutrino capture on protons. *Physical Review D*, APS, v. 29, n. 9, p. 1918, 1984.

63 ARAFUNE, J.; FUKUGITA, M. Physical implications of the kamioka observation of neutrinos from supernova 1987a. *Physical review letters*, APS, v. 59, n. 3, p. 367, 1987.

64 BURROWS, A. Supernova neutrinos. *The Astrophysical Journal*, v. 334, p. 891–908, 1988.

65 JANKA, H.-T.; HILLEBRANDT, W. Neutrino emission from type ii supernovae-an analysis of the spectra. *Astronomy and Astrophysics*, v. 224, p. 49–56, 1989.
66 HIRATA, K. et al. Search for day-night and semiannual variations in the solar neutrino flux observed in the kamiokande-ii detector. *Physical Review Letters*, APS, v. 66, n. 1, p. 9, 1991.

67 BOEHM, F. P. Vogel Physics of Massive Neutrinos. [S.I.]: Cambridge University Press, Cambridge, 1987.

68 HAXTON, W. Nuclear response of water cherenkov detectors to supernova and solar neutrinos. *Physical Review D*, APS, v. 36, n. 8, p. 2283, 1987.

69 TOTANI, T. et al. Future detection of supernova neutrino burst and explosion mechanism. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 496, n. 1, p. 216, 1998.

70 BURAS, R. et al. Improved models of stellar core collapse and still no explosions: What is missing? *Physical Review Letters*, APS, v. 90, n. 24, p. 241101, 2003.

71 LIEBENDOERFER, M. et al. Probing the gravitational well: No supernova explosion in spherical symmetry with general relativistic boltzmann neutrino transport. *Physical Review* D, APS, v. 63, n. 10, p. 103004, 2001.

72 BURAS, R. et al. Electron neutrino pair annihilation: A new source for muon and tau neutrinos in supernovae. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 587, n. 1, p. 320, 2003.

73 THOMPSON, T. A.; BURROWS, A.; PINTO, P. A. Shock breakout in core-collapse supernovae and its neutrino signature. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 592, n. 1, p. 434, 2003.

74 KEIL, M. T.; RAFFELT, G. G.; JANKA, H.-T. Monte carlo study of supernova neutrino spectra formation. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 590, n. 2, p. 971, 2003.

75 KEIL, M. T. Supernova neutrino spectra and applications to flavor oscillations. arXiv preprint astro-ph/0308228, 2003.

76 BURROWS, A.; THOMPSON, T. A. The mechanism of core-collapse supernova explosions: A status report. In: *From Twilight to Highlight: The Physics of Supernovae*. [S.1.]: Springer, 2002. p. 53–62.

77 LIEBENDOERFER, M. et al. Supernova simulations with boltzmann neutrino transport: a comparison of methods. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 620, n. 2, p. 840, 2005.

78 BURROWS, A. et al. A new algorithm for supernova neutrino transport and some applications. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 539, n. 2, p. 865, 2000.

79 BURROWS, A.; HAYES, J.; FRYXELL, B. On the nature of core collapse supernova explosions. $arXiv \ preprint \ astro-ph/9506061$, 1995.

80 BURROWS, A. et al. A new mechanism for core-collapse supernova explosions. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 640, n. 2, p. 878, 2006.

81 FRYER, C. L.; WARREN, M. S. Modeling core-collapse supernovae in three dimensions. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 574, n. 1, p. L65, 2002.

82 FRYER, C. L.; WARREN, M. S. 3-dimensional core-collapse. arXiv preprint astro-ph/0309539, 2003.

83 BURAS, R. et al. Two-dimensional hydrodynamic core-collapse supernova simulations with spectral neutrino transport. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 447, n. 3, p. 1049–1092, 2006.

84 MEZZACAPPA, A. et al. An investigation of neutrino-driven convection and the core collapse supernova mechanism using multigroup neutrino transport. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 495, n. 2, p. 911, 1998.

85 ZATSEPIN, G. Probability of determining the upper limit of the neutrino mass from the time of flight. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, v. 8, p. 205, 1968.

86 CABIBBO, N. et al. Astrophysics and elementary particles, common problems. In: *Proceedings of the International Meeting, Rome, Italy.* [S.l.: s.n.], 1980. p. 21–23.

87 PIRAN, T. Neutrino mass and detection of neutrino supernova bursts. *Physics Letters* B, Elsevier, v. 102, n. 4, p. 299–302, 1981.

88 LOREDO, T. J.; LAMB, D. Q. Bayesian analysis of neutrinos observed from supernova sn 1987a. *Physical Review D*, APS, v. 65, n. 6, p. 063002, 2002.

89 ADAMS, C. et al. *Scientific opportunities with the long-baseline neutrino experiment.* 2013. Fermi National Accelerator Laboratory (FNAL), Batavia, IL.